объединенный
институт
ядерных
исследований
дубна

Р2-84-847

Д.И.Казаков, Б.Т.Саздович*, О.В.Тарасов

РЕШЕНИЕ ПРОБЛЕМЫ АКСИАЛЬНОЙ АНОМАЛИИ В СУПЕРСИММЕТРИЧНЫХ КАЛИБРОВОЧНЫХ ТЕОРИЯХ

Направлено в "Physics Letters"

* Институт физики, Белград

1984

1. Проблема аксиальной аномалии в суперсимметричных калибро-вочных теориях привлекла в последнее время пристальное внимание и породила большое количество работ [1-6]. Суть ее состоит в том, что, согласно теореме Адлера-Бардина, дивергенция аксиального тока содержит только первый порядок по константе связи α, в то время как суперконформная аномалия, включающая и аксиальную, пропорциональна β-функции, т.е. включает все порядки по α. Другой аспект проблемы - аномальная размерность тока. Аномальная размерность тока Адлера-Бардина отлична от нуля. В то же время аксиальный ток является компонентой супермультиплета, в который входит также тензор энергии-импульса, имеющий, очевидно, нулевую аномальную размерность.

Решение проблемы аксиальной аномалии было намечено в ряде работ [1,4,6], где справедливо замечено, что ток Адлера-Бардина j_μ^5 и суперсимметричный аксиальный ток J_μ^5 совпадают только на классическом уровне, а на квантовом отличаются множителем. Это отличие связано с использованием различных схем перенормировки. Однако последнее обстоятельство имеет и другие следствия, неполный учет которых породил ряд противоречивых утверждений в литературе [1-4].

В настоящей публикации мы даем полное решение проблемы аксиальной аномалии, основанное на корректном учете всех особенностей процедуры перенормировок.

2. Рассмотрим чисто калибровочную $N = 1$ суперсимметричную теорию Янга-Миллса, описываемую суперполевым действием [1]

$$S = \frac{1}{4g^2}\,\mathrm{Tr}\int d^4x\, d^2\theta\, W^\alpha W_\alpha + \mathrm{h.c.}, \qquad /1/$$

где суперполе W_α в калибровке Весса-Зумино имеет следующее разложение по компонентам:

$$W_\alpha = i\bar{D}^2(e^{-V}D_\alpha e^V) = \lambda_\alpha + F_{\alpha\beta}\theta^\beta + D\,\theta_\alpha + D_{\alpha\dot\beta}\bar\lambda^{\dot\beta}\theta^2. \qquad /2/$$

Суперток $J_{\alpha\dot\alpha}$ определяется через W_α по формуле

$$J_{\alpha\dot\alpha} = \bar{W}_{\dot\alpha} W_\alpha \qquad /3/$$

и имеет своими компонентами аксиальный ток $J_\mu^5 = \frac{1}{2}\bar\lambda\gamma_\mu\gamma^5\lambda$, суперсимметричный ток $S_{\mu\alpha}$ и тензор энергии-импульса $\theta_{\mu\nu}$.

Классический ток удовлетворяет суперконформному закону сохранения

$$\bar{D}^{\dot{\alpha}} J_{\alpha\dot{\alpha}} = 0, \qquad /4/$$

в квантовом случае нарушаемому суперконформной аномалией /7/

$$\bar{D}^{\dot{\alpha}} J_{\alpha\dot{\alpha}} = \frac{1}{3}\,\frac{B(\alpha)}{\alpha}\, D_\alpha [W^2], \qquad /5/$$

где $B(\alpha)$ есть точная β-функция в некоторой суперсимметричной перенормировочной схеме, а $\alpha = g^2/4\pi$.

Уравнение /5/ содержит в себе все известные аномалии в суперсимметричных теориях. В частности, вычисляя $\{D^\alpha, \bar{D}^{\dot{\alpha}}\} J_{\alpha\dot{\alpha}}$ при $\theta = 0$, для аксиального тока получаем

$$\partial_\mu J^5_\mu = \frac{1}{3}\,\frac{B(\alpha)}{\alpha}\,[F_{\mu\nu}\tilde{F}_{\mu\nu} + 2\partial_\mu J^5_\mu]. \qquad /6/$$

Заметим, что вклад в аномалию /6/ дают все порядки теории возмущений. В то же время теорема Адлера-Бардина /8/ гласит, что дивергенция аксиального тока равна

$$\partial_\mu j^5_\mu = -\frac{\alpha N}{4\pi}\, \mathfrak{F}_{\mu\nu}\tilde{\mathfrak{F}}_{\mu\nu} \qquad /7/$$

/здесь N относится к калибровочной группе SU(N) /, и содержит только первый порядок по α.

Противоречие устраняется, если принять во внимание тот факт, что мы имеем дело с двумя различными схемами перенормировки. Теорема АБ имеет место в специальной схеме, которая не суперсимметрична. Квантовые операторы в суперсимметричной теории /1/ и теории АБ не совпадают, но связаны конечными мультипликативными преобразованиями перенормировки. Этот пункт является центральным в нашем решении проблемы аксиальной аномалии, поэтому остановимся на нем подробнее.

3. Перенормированные операторы, входящие в уравнения для аксиальной аномалии /6/, /7/, удовлетворяют стандартным уравнениям ренормгруппы, записанным в соответствующей схеме перенормировок. А именно: /в калибровке Ландау/

$$\left[\mu\frac{\partial}{\partial\mu} + \beta(a)\frac{\partial}{\partial a} - \hat{\gamma}(a)\right]\begin{pmatrix} \partial_\mu & j^5_\mu(a) \\ \mathfrak{F}_{\mu\nu} & \tilde{\mathfrak{F}}_{\mu\nu}(a)\end{pmatrix} = 0 \qquad /8/$$

и

$$\left[\mu\frac{\partial}{\partial\mu} + B(A)\frac{\partial}{\partial A} - \hat{\Gamma}(A)\right]\begin{pmatrix} \partial_\mu & J^5_\mu(A) \\ F_{\mu\nu} & \tilde{F}_{\mu\nu}(A)\end{pmatrix} = 0, \qquad /9/$$

где $\beta(a)$ и $B(A)$ суть β-функции, $a \equiv \frac{\alpha_{АБ} N}{2\pi}$ и $A \equiv \frac{\alpha_{CC} N}{2\pi}$ – перенормированные заряды, а матрицы аномальных размерностей имеют треугольный вид /6,9/:

$$\hat{\gamma} = \begin{pmatrix} \gamma_{11} & 0 \\ \gamma_{21} & \gamma_{22}\end{pmatrix}, \quad \hat{\Gamma} = \begin{pmatrix} \Gamma_{11} & 0 \\ \Gamma_{21} & \Gamma_{22}\end{pmatrix}. \qquad /10/$$

Эти матрицы могут быть найдены прямым вычислением, однако некоторые общие свойства следуют уже из условия ренорминвариантности аномалий /6,9/. А именно – из условия, что

$$\left[\mu\frac{\partial}{\partial\mu} + \beta(a)\frac{\partial}{\partial a}\right]\{\partial_\mu j^5_\mu + \frac{a}{2}\mathfrak{F}_{\mu\nu}\tilde{\mathfrak{F}}_{\mu\nu}\} = 0, \qquad /11/$$

и

$$\left[\mu\frac{\partial}{\partial\mu} + B(A)\frac{\partial}{\partial A}\right]\{\partial_\mu J^5_\mu - \frac{B(A)}{3A}[F_{\mu\nu}\tilde{F}_{\mu\nu} + 2\partial_\mu J^5_\mu]\} = 0, \qquad /12/$$

получаем следующую связь между элементами матриц аномальных размерностей:

$$\gamma_{11} + \frac{a}{2}\gamma_{21} = 0, \qquad \Gamma_{21} + 2A\frac{d}{dA}\left(\frac{B(A)}{A}\right) = 0,$$

и /13/

$$a\gamma_{22} + \beta(a) = 0, \qquad \Gamma_{22} + A\frac{d}{dA}\left(\frac{B(A)}{A}\right) = 0.$$

В последнем случае мы учли упомянутый выше факт, что аномальная размерность аксиального тока $\Gamma_{11} = 0$ в суперсимметричной схеме. В схеме же АБ γ_{11} обращается в нуль в однопетлевом приближении, а в следующем порядке отлична от нуля и равна /2,9/ $\gamma^{(2)}_{11} = -\frac{3}{2}a^2$.

4. Исходя из общих положений теории перенормировок, мы заключаем, что перенормированные операторы различных схем связаны друг с другом конечным мультипликативным преобразованием вида:

$$\begin{pmatrix} \partial_\mu & J^5_\mu(A) \\ F_{\mu\nu} & \tilde{F}_{\mu\nu}(A)\end{pmatrix} = \begin{pmatrix} S_{11}(A) & 0 \\ S_{21}(A) & S_{22}(A)\end{pmatrix}\begin{pmatrix} \partial_\mu j^5_\mu(a) \\ \mathfrak{F}_{\mu\nu}\tilde{\mathfrak{F}}_{\mu\nu}(a)\end{pmatrix}, \qquad /14/$$

причем $A = Z(A)a$.

С учетом уравнения /14/ условие совместности уравнений /6/ и /7/ приобретает вид

$$B(A) = -\frac{3A^2}{2}\frac{S_{11}}{S_{22}Z}\left(1 - A\frac{S_{11}+\frac{1}{2}S_{21}}{S_{22}Z}\right)^{-1}, \qquad /15/$$

причем первые два коэффициента β-функции схемно-инвариантны и равны:

$$B(A) = -\frac{3}{2}A^2(1 + A + \ldots). \qquad /16/$$

Для нахождения матрицы $\hat{S}(A)$ с помощью уравнений /8/, /9/ получаем уравнение

$$B(A)\frac{d\hat{S}(A)}{dA} = \hat{\Gamma}\hat{S} - \hat{S}\hat{\gamma} \qquad /17/$$

с начальным условием $\hat{S}(0) = I$, причем

$$\hat{\Gamma} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -2A(\frac{B}{A})' & -A(\frac{B}{A})' \end{pmatrix}, \quad \hat{\gamma} = \begin{pmatrix} \gamma_{11} & 0 \\ -\frac{2\gamma_{11}}{a} & -\frac{\beta(a)}{a} \end{pmatrix}. \qquad /18/$$

Подставляя /18/ в /17/, находим

$$B(A)\frac{dS_{11}}{dA} = -S_{11}\gamma_{11},$$

$$B(A)\frac{dS_{22}}{dA} = \left[-A\left(\frac{B}{A}\right)' + \frac{B}{A}\left(1 - \frac{Z'}{Z}A\right)\right]S_{22}, \qquad /19/$$

$$B(A)\frac{dS_{21}}{dA} = -2A\left(\frac{B}{A}\right)'S_{11} + \frac{2\gamma_{11}}{a}S_{22} - A\left(\frac{B}{A}\right)'S_{21} - \gamma_{11}S_{21},$$

где мы учли связь между β-функциями

$$\frac{\beta(a)}{a} = \frac{B(A)}{A}\left(1 - \frac{Z'}{Z}A\right). \qquad /20/$$

Решение уравнений /19/ имеет вид:

$$\hat{S}(A) = \begin{pmatrix} e & 0 \\ \frac{2B_0A}{B(A)}(1-e) - 2e & \frac{B_0A^2}{B(A)Z(A)} \end{pmatrix}, \qquad /21/$$

где $B_0 = -3/2$ есть первый коэффициент разложения β-функции,

$$e \equiv \exp\left(-\int_0^A \frac{\gamma_{11}(Z^{-1}\cdot A)}{B(A)}dA\right).$$

Заметим, что для выполнения начального условия существенно то, что разложение γ_{11} начинается с $-3/2a^2$. Подставляя /21/ в /15/, убеждаемся, что уравнение /15/ тождественно удовлетворяется для любых γ_{11}, B и Z. Тем самым найден явный вид преобразования, переводящего операторы из схемы Адлера-Бардина в суперсимметричную схему. Аксиальные аномалии /6/, /7/ при этом взаимно согласованы, аномальные размерности аксиальных токов в двух схемах Γ_{11} и γ_{11} различны. Константа $Z(A)$ связана с конкретным определением схемы перенормировок и может быть найдена, например, из условия /20/. Ограничения на вид β-функции не возникает.

5. В заключение мы хотели бы сделать ряд замечаний относительно работ [1-3].

Как уже упоминалось, в работе[1], наряду с введением перенормировки токов, отсутствовала перенормировка операторов $F\tilde{F}$. Как следует из недиагонального вида матрицы $\hat{S}$, такой подход не соответствует действительности. Более того, в[1] утверждается, что конечная перенормировка оператора тока приводит к появлению дополнительных бесконечностей в двух петлях. Это следует из того, что конечный контрчлен вставляется в однопетлевую расходящуюся диаграмму. Однако такого не происходит в силу компенсации однопетлевой расходимости в матричном элементе оператора тока перенормировкой волновых функций /отсюда нулевая аномальная размерность тока в однопетлевом приближении/. Таким образом, полученные в[1] на основе подсчета полюсов аномальная размерность γ и β-функция основаны на ложных предпосылках и неверны.

Такой же, как и в[1], вид β-функции был получен в работе[3]. Здесь предполагалось существование схемы ренормировки, в которой одновременно выполнялась бы теорема Адлера-Бардина и не нарушалась суперсимметрия. Однако явный вид матрицы $\hat{S}$ говорит о том, что эти требования несовместны, ибо это означало бы, что $\hat{S} \equiv I$, что невозможно ни при каком виде γ_{11}, B и Z.

Данное в[2] доказательство о невозможности введения аксиального тока, входящего в один супермультиплет с тензором энергии-импульса, также основано на неправильном переходе от суперсимметричной схемы ренормировки к схеме Адлера-Бардина.

Отметим также различие в литературе в знаках в уравнениях /5/, /6/. При этом в силу различных определений тензора $\tilde{F}_{\mu\nu}$ существенным в /6/ является знак перед вторым слагаемым. Мы провели вычисления, используя метод Швингера, используя раздвижку аргументов в операторе тока $J_{a\dot{a}}$. Наш результат в однопетлевом приближении для /5/, /6/ совпадает с полученным аналогичным методом в [10] и отличается от [1].

6. Таким образом, окончательный вывод состоит в том, что никакого противоречия между аномалией аксиального тока и суперконформной аномалией не существует. В суперсимметричной схеме аксиальный ток и его аномалия принадлежат к соответствующим супермультиплетам. Аномалии не разрушают суперсимметрию.

ЛИТЕРАТУРА

1. Grisaru M.T., West P.C. Supersymmetry and the Adler-Bardeen theorem. Brandeis University preprint BRX-TH-141, 1983.
2. Вайнштейн А.И. и др. Письма в ЖЭТФ, 1984, т. 40, с. 161.
3. Jones D.R.T. Phys.Lett., 1983, 123B, p. 45.
4. Jones D.R.T., Leveille J.P. Phys.Lett., 1982, 109B, p.449; Nucl.Phys., 1982, B206, p. 473.
5. Jones D.R.T., Mezincescu L. Phys.Lett., 1984, 136B, p. 242, ibid, 1984, 138B, p. 293.
6. Breitenlohner P., Maison D., Stelle K.S. Phys.Lett., 1984, 134B, p. 63.
7. Piguet O., Sibold K. Nucl.Phys., 1982, B196, p. 428, p. 447.
8. Adler S.L., Bardeen W.A. Phys.Rev., 1969, vol. 182, No 5, p. 1517.
9. Espriu D., Tarrach R. Z.Phys., 1982, C16, p. 77.
10. Marculescu S. Nucl.Phys., 1983, B123, p. 523.

Рукопись поступила в издательский отдел
26 декабря 1984 года.

СООБЩЕНИЯ, КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ, ПРЕПРИНТЫ И СБОРНИКИ ТРУДОВ КОНФЕРЕНЦИЙ, ИЗДАВАЕМЫЕ ОБЪЕДИНЕННЫМ ИНСТИТУТОМ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ, ЯВЛЯЮТСЯ ОФИЦИАЛЬНЫМИ ПУБЛИКАЦИЯМИ.

Ссылки на СООБЩЕНИЯ и ПРЕПРИНТЫ ОИЯИ должны содержать следующие элементы:

- фамилии и инициалы авторов,
- сокращенное название Института /ОИЯИ/ и индекс публикации,
- место издания /Дубна/,
- год издания,
- номер страницы /при необходимости/.

Пример:

1. Первушин В.Н. и др. ОИЯИ, Р2-84-649, Дубна, 1984.

Ссылки на конкретную СТАТЬЮ, помещенную в сборнике, должны содержать:

- фамилии и инициалы авторов,
- заглавие сборника, перед которым приводятся сокращенные слова: "В кн."
- сокращенное название Института /ОИЯИ/ и индекс издания,
- место издания /Дубна/,
- год издания,
- номер страницы.

Пример:

Колпаков И.Ф. В кн. XI Международный симпозиум по ядерной электронике, ОИЯИ, Д13-84-53, Дубна, 1984, с.26.

Савин И.А., Смирнов Г.И. В сб."Краткие сообщения ОИЯИ", № 2-84, Дубна,1984,с.3.

Вниманию организаций и лиц, заинтересованных в получении публикаций Объединенного института ядерных исследований

Принимается подписка на препринты и сообщения Объединенного института ядерных исследований.

Установлена следующая стоимость подписки на 12 месяцев на издания ОИЯИ, включая пересылку, по отдельным тематическим категориям:

ИНДЕКС	ТЕМАТИКА	Цена подписки на год
1.	Экспериментальная физика высоких энергий	10 р. 80 коп.
2.	Теоретическая физика высоких энергий	17 р. 80 коп.
3.	Экспериментальная нейтронная физика	4 р. 80 коп.
4.	Теоретическая физика низких энергий	8 р. 80 коп.
5.	Математика	4 р. 80 коп.
6.	Ядерная спектроскопия и радиохимия	4 р. 80 коп.
7.	Физика тяжелых ионов	2 р. 85 коп.
8.	Криогеника	2 р. 85 коп.
9.	Ускорители	7 р. 80 коп.
10.	Автоматизация обработки экспериментальных данных	7 р. 80 коп.
11.	Вычислительная математика и техника	6 р. 80 коп.
12.	Химия	1 р. 70 коп.
13.	Техника физического эксперимента	8 р. 80 коп.
14.	Исследования твердых тел и жидкостей ядерными методами	1 р. 70 коп.
15.	Экспериментальная физика ядерных реакций при низких энергиях	1 р. 50 коп.
16.	Дозиметрия и физика защиты	1 р. 90 коп.
17.	Теория конденсированного состояния	6 р. 80 коп.
18.	Использование результатов и методов фундаментальных физических исследований в смежных областях науки и техники	2 р. 35 коп.
19.	Биофизика	1 р. 20 коп.

Подписка может быть оформлена с любого месяца текущего года.

По всем вопросам оформления подписки следует обращаться в издательский отдел ОИЯИ по адресу: 101000 Москва, Главпочтамт, п/я 79.

Казаков Д.И., Саздович Б.Т., Тарасов О.В. P2-84-847

Решение проблемы аксиальной аномалии в суперсимметричных калибровочных теориях

Найден явный вид преобразования, переводящего операторы, входящие в аксиальную аномалию, из схемы перенормировок, удовлетворяющей теореме Адлера-Бардина, в суперсимметричную схему. Показано, что не возникает никакого противоречия между аномалией аксиального тока и суперконформной аномалией. В суперсимметричной схеме аксиальный ток и его аномалия являются компонентами соответствующих супермультиплетов.

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики ОИЯИ.

Препринт Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1984

Перевод авторов

Kazakov D.I., Sazdović B.T., Tarasov O.V. P2-84-847

Resolution of Axial Anomaly Problem in Supersymmetric Gauge Theories

The explicit form of transformation is found which converts the operators, involved in axial anomaly, from the renormalization scheme obeying the Adler-Bardeen theorem to a supersymmetric one. It is shown that there is no contradiction between axial current and superconformal anomalies. In supersymmetric scheme the axial current and its anomaly belong to the corresponding supermultiplets.

The investigation has been performed at the Laboratory of Theoretical Physics, JINR.

Preprint of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1984