сообщения
объединенного
института
ядерных
исследований
дубна

Р2-84-843

В.Н.Стрельцов

НЕКОТОРЫЕ СЛЕДСТВИЯ РЕЛЯТИВИЗАЦИИ ПРОСТРАНСТВЕННО-ВРЕМЕННЫХ КООРДИНАТ

1984

ВВЕДЕНИЕ

Привычная для нас картина описания мира основывается на использовании одной временной и трех пространственных координат. Почему такое описание предпочтительнее другого /например, с двумя временными /световыми/ координатами/? Каковы критерии выбора того или другого описания?

Эти вопросы возникают в результате анализа понятий одновременности и расстояния, и в частности, из-за того, что обычно при введении координат мы привносим элементы условных соглашений /см., например, [1] /. Оказывается, что в случае /1+1/ - пространства описание значительно упрощается, если мы перейдем к переменным светового фронта или, что то же самое, к двум временным координатам*. Отмеченное упрощение - следствие избавления от условных соглашений.

В общем случае 4-пространства такая ясная картина не имеет места [2]. В результате перехода к спинорным координатам, включающим световые переменные, мы имеем определенное упрощение математического описания. Однако физический смысл такой замены переменных не ясен. Переход же к временам отправления и приема светового сигнала с целью избавления от условных соглашений в общем только усложняет математическое описание. Исключение составляет "прямоугольная модель", в рамках которой переменные, аналогичные световым, вводятся естественным образом. Хотя сами формулы связи с обычными координатами достаточно громоздки.

С другой стороны, анализ взаимосвязи между пространственными и временными координатами может рассматриваться как определенное указание на большую аналогию между этими величинами в рамках обычного /1+3/-представления. В частности, движение вспять во времени, приводящее к существованию античастиц, можно считать прямым следствием такой аналогии. Иной аспект этого вопроса связан с еще встречающимися элементами нековариантного описания. Как правило, причинами здесь являются временные компоненты 4-величин. Ниже мы проиллюстрируем это на примере релятивистской длины.

---

* Отправления и приема светового сигнала, непосредственно измеряемым на опыте.

1. ОБОБЩЕННЫЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ЛОРЕНЦА. "ПРЯМОУГОЛЬНАЯ МОДЕЛЬ"

1.1. Конвенциональный характер определения одновременности означает, что мы не войдем в противоречие с опытом, если у координаты t* произведем замену

$$t \to t - \delta_0 x. \qquad /1/$$

Здесь $c = 1$; $\delta_0 = 2\epsilon_0 - 1$; ϵ_0 - параметр одновременности /$0 \le \epsilon_0 \le 1$/; $\epsilon_0 = 1/2$ соответствует общепринятому, стандартному выбору этого параметра. Таким образом, с помощью /1/ временной параметр ϵ_0 в явном виде можно ввести в соответствующие формулы. Например, исходя из обычных преобразований Лоренца легко получить обобщенные ϵ_0 -преобразования. Выражение же /1/ может рассматриваться как своего рода временная калибровка.

Казалось бы, аналогичное положение мы должны иметь и в случае пространственной координаты, при определении которой на основе локационного опыта также привносятся элементы условного соглашения**.

Однако в данном случае явное введение пространственного параметра ϵ_1 /анизотропное пространство/ значительно усложняет соответствующие формулы. Так, формула связи скорости движения материального тела в одном направлении v_1 $(\epsilon_1 \ne 1/2)$ с соответствующей скоростью v /$\epsilon_1 = 1/2$, обычное определение расстояния/ имеет вид

$$v_1 = \frac{1}{a}(1 + av - \sqrt{1 + a^2 v^2}). \qquad /2/$$

Здесь $a = c_1^{-1} - c_2^{-1}$, $c_1 = 2\epsilon_1$, $c_2 = 2(1 - \epsilon_1)$, $0 \le \epsilon_1 \le 1$, c_1 и c_2 - скорости распространения света в прямом и обратном направлениях. Нетрудно видеть, что подстановка /2/ в обобщенные преобразования Лоренца

$$t' = [(1 - \frac{v_1}{c_1} + \frac{v_1}{c_2})\, t - \frac{v_1}{c_1 c_2} x]\Gamma, \qquad x' = (x - v_1 t)\,\Gamma, \qquad /3/$$

где $\Gamma = [(1 - v_1/c_1)(1 + v_1/c_2)]^{-1/2}$ делает последние выражения громоздкими. При этом, ввиду наличия радикалов, в данном случае не удается получить формулы, подобной /1/.

В самом общем случае анизотропного пространства-времени /$\epsilon_0, \epsilon_1 \ne 1/2$/ выражения /2/ и /3/ еще более усложняются.

1.2. С другой стороны, как уже отмечалось [2], в рамках /1+1/-пространства мы можем полностью избавиться от указанных параметров, если перейдем к двум временным /световым/ координатам. Эти координаты суть времена определения и приема светового сигнала в локационном опыте.

---

* В случае /1+1/-пространства.

** Обычно полагается, что сигнал проходит туда и обратно одинаковые расстояния.

Однако в рамках 4-пространства такая простая физическая картина уже не имеет места. По-видимому, только в рамках довольно искусственной "прямоугольной или декартовой модели" можно перейти к непосредственно измеряемым на опыте временным координатам. При этом метрическая форма будет иметь тот же вид, что и в результате обычного перехода к световым переменным.

Смысл упомянутой модели поясняет рисунок. Наблюдатель K посылает /в момент времени t_1 / световой сигнал в точку P по путям, параллельным соответствующим осям прямоугольной системы координат. Аналогичным образом отраженный в P сигнал возвращается назад в K /в момент времени t_{23} /. Кроме того, измеряются времена прихода в K отраженных в $Q(t_{21})$ и в $S(t_{22})$ сигналов. Координаты того же самого события /приход светового сигнала в P / определяет и K′-наблюдатель, движущийся относительно K вдоль оси z. Пути распространения посланного им светового сигнала и соответствующих отраженных сигналов /с точки зрения K -системы/ указаны пунктирными линиями.

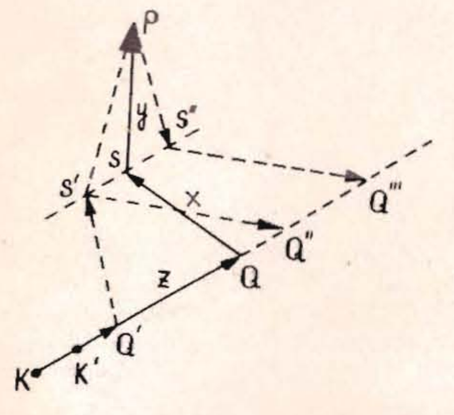
В рамках данной модели, как легко видеть, координаты события в т.P. будут определяться формулами

$$t = \frac{1}{2}(t_{23} + t_1), \quad z = \frac{1}{2}(t_{21} - t_1), \quad x = \frac{1}{2}(t_{22} - t_{21}), \quad y = \frac{1}{2}(t_{23} - t_{22}). \qquad /4/$$

Для удвоенного квадрата интервала, выраженного через временные координаты, будем иметь

$$2\tau^2 = (t_{23} + t_{21})(t_{22} + t_1) - t_{21}^2 - t_{22}^2. \qquad /5/$$

Соответствующие формулы, полностью аналогичные /4/ и /5/, получит и K′-наблюдатель.



Таким образом, в рамках данной модели мы можем ввести непосредственно измеряемые переменные x^1, обозначив

$$x^0 = t_{23} + t_{21}, \quad x^1 = t_{22} + t_1, \qquad /6/$$
$$x^2 = t_{21}, \quad x^3 = t_{22}.$$

На основе /4/ и /6/ легко найдем, что

$$x^0 = 2(t + z), \quad x^1 = 2(t - y), \qquad /7/$$
$$x^2 = t + z + x - y, \quad x^3 = t + z - x - y.$$

а для выражения /5/ получим

$$2\tau^2 = x^0 x^1 - (x^2)^2 - (x^3)^2 \qquad /5'/$$

Как видим, и в общем случае "прямоугольная модель" позволяет сохранить ясный физический смысл перехода к метрической форме в виде /5'/, хотя сама по себе замена переменных /7/ выглядит достаточно непривычной. Кроме того, переход к переменным x^i усложняет, например, специальные преобразования Лоренца.

2. ФИЗИЧЕСКИЕ СЛЕДСТВИЯ ИЗ 4-ВЕКТОРНОЙ АЛГЕБРЫ

2.1. Четырехмерное представление сыграло большую роль в развитии теории относительности и основанных на ее принципах других релятивистских теорий. Однако, как кажется, ряд результатов 4-векторного исчисления до настоящего времени практически не используется при трактовке физического смысла релятивистских явлений.

Чтобы проиллюстрировать сказанное, рассмотрим два одновременных события, происшедших в одной точке. Существование таких событий может быть описано 4-вектором $X^i = 0$ /наличие нулевого элемента/. С другой стороны, существуют 4-векторы, которые описывают распространение физических сигналов из одной точки в другую. Например, при распространении сигнала из начала координат в точку с пространственными координатами $(\Delta x, 0, 0)$ будем иметь $X(\Delta t, \Delta x, 0, 0)$, где Δt - время распространения сигнала. На основании правил векторной алгебры из этих двух фактов вытекает наличие противоположного элемента

$$-X^i = X(-\Delta t, -\Delta x, 0, 0)\,. \qquad /9/$$

Но последний 4-вектор описывает движение в противоположном направлении и вспять во времени /в противоположном 4-направлении/. При этом важно подчеркнуть, что энергия p^0 рассматриваемого физического сигнала на основании /9/ будет определяться отрицательной величиной

$$p^0 = m\frac{dX^0}{d\tau} = m\frac{-dt}{d\tau} = -m\left|\frac{dt}{d\tau}\right| = -|E|\,. \qquad /10/$$

Полученный результат может быть истолкован следующим образом: из т. A/0,0,0/ в момент времени $t_A = 0$ с энергией $p^0 = -|E|$ была испущена частица, которая в момент времени $t_B = -\Delta t$ прибыла в т. $B(-\Delta x, 0, 0)$ [4,5] /см. также [6] /. Таким образом, энергия в т.А возрастает, а энергия детектора в т.В уменьшается. На привычном нам языке мы объясним это явление так. Из т.В в момент времени $t_B = -\Delta t$ была испущена частица с энергией $p^0 = |E|$, которая в момент времени $t_A = 0$ прибыла в А. Здесь направление во времени тесно связано с направлением в пространстве.

Пусть мы имеем дело с фотоном, и спин его направлен против направления движения /спиральность $\lambda = -1$ в первом случае/. Тогда во второй интерпретации мы будем иметь дело с "антифотоном" $\lambda = 1$. При испускании из А частицы с зарядом $+e$ во втором варианте из В будет испускаться частица с зарядом $-e$.

Из сказанного проясняется физический смысл опережающих решений, которые появляются в ряде физических задач наряду с "привычными" запаздывающими решениями. Опережающие решения просто соответствуют античастицам, движущимся в противоположном и 4-направлении.

Проведенное рассмотрение, опирающееся на векторное исчисление, показывает, что нет необходимости в привлечении дополнительных постулатов относительно движения во времени объектов с отрицательной энергией. Больше того, из соотношения неопределенностей для энергии-времени $\Delta E \Delta t \geq \hbar$ прямо видно, что изменение знака Δt должно приводить и к изменению знака ΔE. Очевидно также, что в рамках рассмотренного подхода нет необходимости и в искусственном введении моря заполненных состояний с отрицательной энергией.

2.2. Обычно под словом вектор мы понимаем направленный отрезок прямой, у которого один конец (А) называется началом, а другой /В/ - концом вектора. Простой эталонный стержень без шкалы - это скорее выстроенный объект. Тогда как о стержне со шкалой можно говорить как о векторе, отождествляя с А начало шкалы, а с В - ее конец*.

Специальная теория относительности установила, что материальная линейка /стержень/ представляет собой физически не пространственную вещь, а пространственно-временную конфигурацию. На математическом языке это означает, что мы должны здесь иметь дело с 4-вектором. В связи с наличием у 4-вектора временной компоненты вопрос о длине быстродвижущегося стержня на совсем прост, поскольку расстояние между концами зависит от того, в какие моменты берутся их положения. Однако отмеченное требование - чтобы совокупность разностей координат ** образовывала 4-вектор, накладывает жесткие ограничения на выбор определения понятия релятивистской длины.

---

* Формально двухточечная система - это выстроенный объект, тогда как вектор может реализовать минимум трехточечная система.

** Являющаяся следствием измерительной процедуры.

Что касается общепринятого определения этой величины, то оно предполагает одновременную /в данной системе отсчета/ засечку положения концов стержня. Для движущегося /в некоторой системе K_1 / со скоростью β_1 вдоль оси x стержня получим

$$X_{E1}(0, \ell_1, 0, 0), \quad s^2 = -\ell_1^2 = -\ell_0^2\sqrt{1-\beta_1^2}. \qquad /11а,б/$$

Здесь ℓ_1 - длина движущегося стержня, ℓ_0 - его длина в покое, s - интервал. С точки зрения другой K_2-системы для данного стержня найдем

$$X_{E2}(0, \ell_2, 0, 0), \quad s^2 = -\ell_2^2 = -\ell_0^2\sqrt{1-\beta_2^2}. \qquad /12а,б/$$

Таким образом, вычисленные в этих двух случаях величины s^2 оказываются разными. Однако если X^i_{E1} и X^i_{E2} являются проекциями одного и того же 4-вектора, то их квадраты должны быть равными. Нарушение указанного требования инвариантности означает, что совокупности разностей координат X^i_{E1} и X^i_{E2} не образуют 4-вектора, Иными словами можно сказать, что рассмотренное определение не удовлетворяет условию ковариантности.

Если определять релятивистскую длину с помощью пространственной части полуразности двух 4-векторов, описывающих процессы распространения света в прямом и обратном направлениях вдоль стрежня, то вместо /11/ и /12/ будем иметь соответственно

$$X_1(\beta_1\ell_1, \ell_1, 0, 0), \quad s^2 = -\ell_1^2(1-\beta_1^2); \qquad /13/$$

$$X_2(\beta_2\ell_2, \ell_2, 0, 0), \quad s^2 = -\ell_2^2(1-\beta_2^2). \qquad /14/$$

С учетом формулы преобразования релятивистской длины

$$\ell_{1,2} = \frac{\ell_0}{\sqrt{1-\beta^2_{1,2}}} \qquad /15/$$

легко найдем, что s^2-инвариант, а X^i_1 и X^i_2,следовательно,суть проекции одного и того же 4-вектора.

Из /15/ вытекает, что при $\beta \to 1$ все движущиеся объекты превращаются в стержни, поперечными размерами которых можно пренебречь по сравнению с продольным.

Отметим, что последняя формула просто следует из преобразований Лоренца, если учесть, что в системе покоя стержня

$$X_0(0, \ell_0, 0, 0). \qquad /16/$$

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В свое время было установлено существование конвенции в определении понятия расстояния. Учет этого факта позволяет записать обобщенные преобразования Лоренца, явно зависящие от пространственного параметра. С другой стороны, попытка устранения конвенциональных параметров, т.е. переход к непосредственно измеряемым координатам в случае 4-пространства, наталкивается на серьезные трудности. Такой шаг, приводящий к "световой" метрике, возможен, по-видимому, только в рамках "прямоугольной модели".

Вместе с тем, анализ взаимосвязи между временными и пространственными координатами дает дополнительные аргументы в пользу их аналогии. Возможность движения вспять во времени, что в конечном счете связано с существованием античастиц, можно рассматривать как следствие отмеченной аналогии. С другой стороны, требование, чтобы временная координата являлась компонентой 4-вектора, описывающего релятивистскую длину, накладывает жесткие ограничения на поведение продольных размеров быстродвижущихся тел.

ЛИТЕРАТУРА

1. Стрельцов В.Н. ОИЯИ, Р2-82-330, Дубна, 1982.
2. Стрельцов В.Н. ОИЯИ, Р2-83-76, Дубна, 1983.
3. Стрельцов В.Н. ОИЯИ, Р2-84-71, Дубна, 1984.
4. Stückelberg E.C.G. Helv.Phys.Acta 1941, 14, p. 322, 588.
5. Feinman R. Phys.Rev., 1949, 76, p. 749, 769.
6. Recami E., Mignami R. Riv.Nuovo Cim., 1974, 4, p. 209, 398.

Рукопись поступила в издательский отдел
25 декабря 1984 года.

ТЕМАТИЧЕСКИЕ КАТЕГОРИИ ПУБЛИКАЦИЙ ОБЪЕДИНЕННОГО ИНСТИТУТА ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

Индекс	Тематика
1.	Экспериментальная физика высоких энергий
2.	Теоретическая физика высоких энергий
3.	Экспериментальная нейтронная физика
4.	Теоретическая физика низких энергий
5.	Математика
6.	Ядерная спектроскопия и радиохимия
7.	Физика тяжелых ионов
8.	Криогеника
9.	Ускорители
10.	Автоматизация обработки экспериментальных данных
11.	Вычислительная математика и техника
12.	Химия
13.	Техника физического эксперимента
14.	Исследования твердых тел и жидкостей ядерными методами
15.	Экспериментальная физика ядерных реакций при низких энергиях
16.	Дозиметрия и физика защиты
17.	Теория конденсированного состояния
18.	Использование результатов и методов фундаментальных физических исследований в смежных областях науки и техники
19.	Биофизика

Стрельцов В.Н. Р2-84-843

Некоторые следствия релятивизации пространственно-временных координат

Рассматривается вопрос явного введения конвенционального пространственного параметра в обобщенные преобразования Лоренца. В общем случае 4-пространства, напротив, обсуждается возможность устранения параметров условных соглашений на примере "декартовой модели", опирающейся на локационный опыт. В ее рамках переход к временам отправления и приема световых сигналов приводит к "световой" метрической форме. При этом заменяются все четыре координаты. Отмечается, с другой стороны, что в случае обычного /1+3/-представления как прямые следствия 4-векторной алгебры могут рассматриваться релятивистское движение вспять во времени и поведение продольных размеров быстродвижущихся тел.

Работа выполнена в Лаборатории высоких энергий, ОИЯИ.

Сообщение Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1984

Перевод О.С.Виноградовой

Strel'tsov V.N. P2-84-843

Some Consequences of Space-Time Coordinate Relativisation

The problem of explicit introduction of conventional space parameter into the Lorentz generalized transformations is considered. In the general case of 4-space, on the contrary, a possibility of eliminating the parameters of conditional conventions is discussed taking as an example the "Cartesian model" based on locational experience. Within its framework the transition to times of sending and reception of light signals leads to the "light" metric form, all four coordinates being changed. It is noted, from the other side, that in the case of a common (1+3) representation the relativistic motion back in time and behaviour of longitudinal dimensions of fast-moving bodies could be considered as direct consequences of 4-vector algebra.

The investigation has been performed at the Laboratory of High Energies, JINR.

Communication of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1984