объединенный
институт
ядерных
исследований
дубна

Р2-84-753

В.Г.Кадышевский

КВАНТОВАЯ ТЕОРИЯ ПОЛЯ И "МАКСИМОН" МАРКОВА

Доклад, представленный
на III Международный семинар
"Квантовая теория гравитации"
/Москва, 23-25 октября 1984 г./

1984

Kadyshevsky V.G.   P2-84-753
Quantum Field Theory and Markov's "Maximon"

A new version of quantum field theory is worked out based on traditional quantum and relativistic postulates as well as a new fundamental postulate, namely Markov's principle of the existence of an upper bound for the elementary particle mass:

$$m \leq M.$$

The limiting mass M (mass of "maximon"), which is related by Markov with the quantity $m_{PLANCK} = \sqrt{\frac{\hbar c}{G}} = 10^{19}$ GeV, fixes an independent universal scale of the new theory in the ultrahigh energy region $E \geq M$.

A new concept of the field equivalent to Markov's principle is introduced, and the relevant generalisations of the Klein-Gordon, Dirac and Maxwell equations are set up.

A key role in the approach developed belongs to the five-dimensional configuration representation. Being four-dimensional in its essence the theory admits a specific local lagrangian formulation in which the dependence of fields on an auxiliary fifth coordinate is local too. Internal symmetries in this formalism generate gauge transformations localised in the same five-dimensional configuration space.

The gauge invariant quantum electrodynamics constructed along these lines predicts a number of new nonminimal electromagnetic interactions including four-fermion interactions with the coupling constants $\sim e^2/M^2$. Charged Dirac particles are ob-

Разработана новая версия квантовой теории поля, в основу которой, наряду с традиционными квантовым и релятивистским постулатами, положен еще один фундаментальный постулат - принцип М.А.Маркова об ограниченности массы элементарной частицы:

$$m \leq M.$$

Предельная масса M /масса "максимона"/, которую М.А.Марков связывает с величиной $m_{PLANCK} = \sqrt{\frac{\hbar c}{G}} = 10^{19}$ ГэВ, выступает в новой теории как независимый универсальный масштаб в области ультравысоких энергий $E \geq M$.

Введена новая концепция поля, адекватная принципу М.А.Маркова, и найдены соответствующие обобщения уравнений Клейна-Гордона, Дирака и Максвелла.

Ключевая роль в развиваемом подходе принадлежит 5-мерному конфигурационному представлению. Оставаясь по своей сути четырехмерной, теория допускает своеобразную локальную лагранжеву формулировку, в которой зависимость полей от вспомогательной пятой координаты также оказывается локальной. Внутренние симметрии в данном формализме порождают калибровочные преобразования, локализованные в том же 5-мерном конфигурационном пространстве.

Калибровочно-инвариантная квантовая электродинамика, построенная на этой основе, предсказывает существование ряда новых неминимальных электромагнитных взаимодействий, в том числе и 4-фермионных, с константами связи $\sim e^2/M^2$. Заряженные дираковские частицы здесь обязаны иметь врожденные аномальные магнитные и электрические дипольные моменты /MDM и EDM/, причем наличие EDM свидетельствует о нарушении P- и CP-симметрий.

Самое интригующее предсказание новой КЭД сводится к тому, что в природе должно существовать новое семейство заряженных фермионов с гигантскими MDM и EDM, не исчезающими даже в пределе $M \to \infty$.

§ I

Вот уже несколько десятилетий мы являемся свидетелями впечатляющих успехов локальной лагранжевой квантовой теории поля (КТП) в объяснении свойств и закономерностей, наблюдаемых в опытах с элементарными частицами.

Несомненное лидерство здесь принадлежит калибровочным КТП, и, в первую очередь, квантовой электродинамике (КЭД). Предсказания КЭД прекрасно согласуются с рядом высокопрецизионных экспериментов. Хорошо зарекомендовала себя и единая калибровочная теория электрослабых взаимодействий Салама-Вайнберга-Глэшоу, триумфом которой стало открытие в 1983 году промежуточных векторных бозонов W и Z. Адекватное описание сильных взаимодействий дает, по-видимому, квантовая хромодинамика (КХД) - калибровочная полевая теория цветных кварков и глюонов.

Большие надежды связываются с такими эвристическими калибровочными теориями, как различные схемы "великих объединений" (GUT), суперсимметричные теории поля (SUSY) и теории супергравитации (SUGRA).

Важнейшее и уникальное преимущество калибровочных КТП состоит в том, что требование калибровочной инвариантности практически однозначно фиксирует вид взаимодействия полей материи с калибровочными векторными полями и самодействие последних.

Понятие локального поля по существу является синонимом понятия элементарной частицы. Иначе говоря, на сегодняшний день элементарными считаются такие частицы (реальные и гипотетические), свойства и взаимодействия которых могут быть адекватно описаны в терминах локальных полей. Это лептоны, кварки, фотоны, глюоны, промежуточные векторные бозоны и т.д. Они характеризуются определенными значениями массы, спина, электрического заряда, цвета, изотопического спина, гиперзаряда и т.п.

Интуитивно ясно, что элементарные частицы должны быть носителями достаточно малых порций разного рода "зарядов" и "спинов". В теории это обеспечивается тем, что локальные поля относят к низшим представлениям соответствующих компактных групп симметрии.

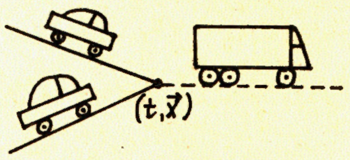
Что касается массы частицы m, то эта величина является оператором Казимира некомпактной группы Пуанкаре, и в тех представлениях данной группы, которые используются в КТП, может принимать любые значения в интервале

$$0 \leq m < \infty . \qquad (I.1)$$

Две частицы, относимые сегодня к числу элементарных, могут обладать массами, отличающимися одна от другой на много порядков. Например, в моделях GUT фигурируют векторные бозоны с массой $\sim 10^{15}$ ГэВ, тогда как масса электрона составляет $\sim 0{,}5\cdot 10^{-3}$ ГэВ.

Возникает вопрос: до каких значений m применима сама концепция локального поля?

Формально стандартная КТП остается логически безупречной схемой и тогда, когда в элементарном акте взаимодействия участвуют объекты, массы которых сравнимы, скажем, с массами автомобилей:



Столь далекая экстраполяция локальной теории поля в область макроскопических значений масс выглядит как патология, и вряд ли имеет что-либо общее с потребностями физики элементарных частиц. Однако повторяем: современная КТП такую физически бессмысленную экстраполяцию никак не запрещает. Может быть, это принципиальный дефект теории, ее "ахиллесова пята"?

В 1965 году М.А.Марков выдвинул гипотезу /1/, согласно которой спектр масс элементарных частиц должен обрываться на "планковской

массе" $m_{PLANCK} = \sqrt{\frac{\hbar c}{G}}$ (G – гравитационная постоянная):

$$m \leq m_{PLANCK}. \qquad (I.2)$$

Частицы предельной массы $m = m_{PLANCK}$, названные автором "максимонами", призваны играть особую роль в мире элементарных частиц /2/. Концепция "максимона" положена в основу марковского сценария ранней Вселенной /3/.

Необходимо отметить, однако, что по отношению к КТП ограничение (I.2) у Маркова выступает как дополнительное феноменологическое условие. На структуре этой теории оно никак не сказывается, и даже для описания максимона используется стандартный теоретико-полевой аппарат.

А что если пойти дальше и рассматривать марковскую идею о существовании конечного предела для величины массы элементарной частицы как фундаментальный физический принцип, который, подобно релятивистскому и квантовому постулатам, должен быть положен в саму основу КТП?

Попытка реализовать такую программу построения КТП предпринята в наших работах /4-7/ *). При этом условие Маркова мы записываем в виде

$$m \leq M, \qquad (I.3)$$

рассматривая предельную массу M просто как некую новую универсальную постоянную теории (т.н. "фундаментальная масса"). Элементарные частицы, у которых $m = M$, по-прежнему именуются максимонами.

В пределе

$$M \to \infty \qquad (I.4)$$

новая КТП обязана совпадать с обычной теорией поля, в которой спектр масс частиц неограничен.

Если серьезно относиться к промежуточным векторным бозонам X и Y, возникающим в рамках GUT, то следует считать, что

$$M \gtrsim 10^{15} \text{ ГэВ}. \qquad (I.5)$$

Этот рубеж уже столь близок к $m_{PLANCK} \simeq 10^{19}$ ГэВ, что отказ от оригинального марковского условия (I.2), где фигурируют известные мировые постоянные, в пользу соотношения (I.3), вводящего новый не-

---
*) Настоящий доклад резюмирует их содержание.

зависимый эталон массы M, может показаться неоправданным. Тем не менее, если даже оценка (I.4) справедлива, мы будем исходить из условия (I.3), и причина этого выяснится позднее (см. § 5).

Величина

$$l = \frac{\hbar}{Mc} \tag{I.6}$$

имеет размерность длины и называется у нас "фундаментальной длиной" (в марковском варианте $l = l_{PLANCK} = \sqrt{\frac{\hbar G}{c^3}} \simeq 10^{-33}$ см). Гипотеза (I.3) равносильна утверждению, что комптоновская длина волны элементарной частицы $\lambda_c = \hbar/mc$ не может быть меньше l.

Согласно Ньютону и Вигнеру /8/, параметр λ_c характеризует минимальные линейные размеры области пространства, в которой можно локализовать релятивистскую частицу. Следовательно, фундаментальная длина l вносит в теорию универсальное ограничение на точность пространственной локализации элементарных частиц.

Параметр типа фундаментальной длины l непременно возникал в так называемых нелокальных вариантах КТП, нацеленных на избавление теории от ультрафиолетовых расходимостей. Многие исследователи отдали дань трудной проблеме построения внутренне непротиворечивой нелокальной теории поля (см., например, /9-13/). Несмотря на определенные успехи, это направление так и не вышло за рамки феноменологического подхода, поскольку формфакторы, подавляющие расходимости, в нелокальных теориях необходимо извлекать из опытных данных. Видимо, такое обобщение КТП не является радикальным шагом вперед на пути построения новой, более глубокой теории элементарных частиц.

В самые последние годы было установлено /14/ (см. также доклад В.И.Огиевецкого и сотр. на этом семинаре), что в суперсимметричных КТП ультрафиолетовые расходимости даже могут полностью сокращаться. Другими словами, локальность теории поля и конечность ее матричных элементов оказались совместимыми требованиями.

Возвращаясь к нашей программе построения новой КТП на основе гипотезы Маркова (I.3), мы внесем в эту программу в качестве главного пункта следующее условие:

новая теория поля должна остаться локальной.

Если это условие будет выполнено, то при описании взаимодействия полей мы по-прежнему сможем опираться на принцип локальной калибровочной симметрии. Все-таки развитие КТП должно носить поступательный характер, и вряд ли стоит лишаться аппарата, который оказался столь эффективным в КЭД, КХД, суперсимметричных теориях поля и т.д.

Наше изложение строится следующим образом. В § 2 развивается скалярная модель новой локальной КТП, базирующаяся на принципе Маркова (I.3). Здесь можно познакомиться с основными понятиями и математическим аппаратом, используемыми в нашем подходе. § 3 резюмирует новую формулировку теории свободного поля Дирака. В § 4 построена соответствующая форма теории свободного электромагнитного поля. Следующий, § 5, посвящен рассмотрению новой калибровочно-инвариантной теории электромагнитных взаимодействий, адекватной принципу Маркова (I.3), и вытекающих из нее физических следствий. Особый упор делается на предсказание существования нового семейства заряженных фермионов с необычными электромагнитными свойствами. § 6 содержит заключительные замечания.

§ 2

Приведем некоторые известные сведения из теории однокомпонентного свободного скалярного поля.

1. Интеграл действия и уравнение движения Клейна-Гордона:

$$S^{(0)} = \int L^{(0)}(x)\, d^4x = \frac{1}{2} \int \left[\frac{\partial \varphi(x)}{\partial x^\mu} \frac{\partial \varphi(x)}{\partial x_\mu} - m^2 \varphi^2(x) \right] d^4x \tag{2.1}$$

$$(\Box + m^2)\varphi(x) = 0 . \tag{2.2}$$

2. Переход к импульсному представлению:

$$\varphi(x) = \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} \int e^{-ipx} \varphi(p)\, d^4p \tag{2.3}$$

$$(m^2 - p^2)\varphi(p) = 0 \tag{2.4}$$

$$\varphi(p) = \varphi^+(-p) = const\, \delta(m^2 - p^2)\, \tilde{\varphi}(p). \tag{2.5}$$

3. Интеграл действия в евклидовой формулировке:

$$S^{(0)}_{(E)} = \int L^{(0)}_{(E)}\, d^4x = \frac{1}{2} \int \left[\left(\frac{\partial \varphi(x)}{\partial x_n} \right)^2 + m^2 \varphi^2(x) \right] d^4x = \tag{2.6a}$$

$$= \pi \int \varphi^+(p)(p_n^2 + m^2)\varphi(p)\, d^4p \geq 0, \tag{2.6б}$$

$$n = 1, 2, 3, 4 .$$

4. Производящий функционал для свободных евклидовых функций Грина:

$$Z_0[j] = \frac{\int e^{-S^{(0)}_{(E)} + \int \varphi(x) j(x) d^4x}\, d[\varphi(x)]}{\int e^{-S^{(0)}_{(E)}}\, d[\varphi(x)]} = \qquad (2.7а)$$

$$= \exp\left[\pi \int d^4p\; j^+(p) \frac{1}{p_n^2+m^2}\, j(p)\right], \qquad (2.7б)$$

где

$$j(p) = j^+(-p) = \frac{1}{(2\pi)^{5/2}} \int e^{-ip_n x_n}\, j(x)\, d^4x. \qquad (2.7в)$$

Снова подчеркнем, что масса частицы m здесь является произвольным параметром, поскольку принцип Маркова (I.3) в стандартной КТП не выполняется. Наша задача - видоизменить эту теорию так, чтобы справедливость соотношения (I.3) в новой схеме была столь же очевидной, как очевидно, например, существование ограничения $v \le c$ в специальной теории относительности. При этом, повторяем, локальность КТП не должна пострадать!

Ключевая идея состоит в модификации самого понятия поля в духе требования (I.3). А именно, рассмотрим вместо $\varphi(p)$ функцию пяти переменных $\varphi(p, p_5)$, заданную на пятимерной гиперсфере

$$p_0^2 - \vec{p}^{\,2} + p_5^2 = M^2. \qquad (2.8)$$

Энергия p_0 и 3-импульс $\vec{p}$ сохраняют здесь свой обычный смысл и поэтому для свободной частицы по-прежнему $p_0^2 - \vec{p}^{\,2} = m^2$. Последнее означает, что новое свободное поле $\varphi(p,p_5)$ обязано удовлетворять старому уравнению Клейна-Гордона (2.4)

$$(m^2 - p^2)\,\varphi(p,p_5) = 0 \qquad (2.9)$$

и, соответственно (ср.(2.5)),

$$\varphi(p,p_5) = const.\ \delta(m^2-p^2)\,\tilde{\varphi}(p,p_5).$$

Следовательно, в силу (2.8)

$$m^2 + p_5^2 = M^2,$$

и условие Маркова (I.3) выполняется тождественно. Весьма полезным в дальнейшем окажется угловой параметр μ, определяемый соотношениями

$$\sin\mu = \frac{m}{M}$$

$$\cos\mu = \sqrt{1 - \frac{m^2}{M^2}}\,; \quad 0 \le \mu \le \frac{\pi}{2}. \qquad (2.10)$$

Ясно, что задание одной функции $\varphi(p,p_5)$ пяти переменных p_μ, p_5, подчиняющихся уравнению (2.8), равносильно заданию двух независимых функций от 4-импульса p_μ:

$$\varphi(p,p_5) = \begin{pmatrix} \varphi(p,|p_5|) \\ \varphi(p,-|p_5|) \end{pmatrix} \equiv \begin{pmatrix} \varphi_1(p) \\ \varphi_2(p) \end{pmatrix}, \qquad (2.11)$$

$$|p_5| = \sqrt{M^2 - p^2}\,, \quad p^2 \le M^2.$$

Появление новой дискретной степени свободы $\frac{p_5}{|p_5|}$ и связанное с ней удвоение числа полевых переменных (2.II) - важнейшая особенность развиваемого подхода. По-видимому, это минимальная цена, которую нужно уплатить за то, чтобы в теории существовало глобальное ограничение (I.3) на массы элементарных частиц.

Разбиение $\varphi(p,p_5)$ на компоненты $\varphi_1(p)$ и $\varphi_2(p)$ инвариантно относительно преобразований группы Лоренца $SO(1,3)$ в импульсном 5-пространстве $(p_5' = p_5,\ p_\mu' = \Lambda_\mu^{\nu} p_\nu;\ \Lambda \in SO(1,3))$, но не является таковым относительно преобразований группы де Ситтера $SO(2,3)$, затрагивающих ось p_5. Однако эти последние преобразования мы и не собираемся использовать. Дело в том, что в "плоском пределе" $M \to \infty$ им отвечают сдвиги p-пространства Минковского

$$p_\mu' = p_\mu + q_\mu,$$

которые в стандартной КТП не являются преобразованиями симметрии теории*/. В этой же связи отметим, что нас здесь совсем не будет интересовать внутренняя де-ситтеровская геометрия поверхности (2.8).

*/В отличие от сдвигов x-пространства $x_\mu' = x_\mu + a_\mu$.

Другими словами, развиваемую КТП нельзя относить к тем теориям поля в искривленном импульсном пространстве, в рамках которых особое значение придавалось "неевклидову закону сложения" 4-импульсов (ср. /15-18,12/). По сути своей это будет по-прежнему теория поля в <u>плоском</u> четырехмерном p-пространстве, в которой будут соблюдаться законы сохранения энергии и импульса. Однако само поле, приобретая дублетную структуру (2.II), теперь становится другим.

Уравнение движения (2.9) для нового поля обладает двумя очевидными недостатками:

I. В нем не отражен в явной форме принцип Маркова (I.3).

2. Из него нельзя определить зависимость поля $\varphi(p,p_5)$ от нового квантового числа $p_5/|p_5|$, чтобы различать компоненты $\varphi_1(p)$ и $\varphi_2(p)$.

Иначе говоря, обычное уравнение Клейна-Гордона (2.9) теперь оказывается как бы "недостаточно микроскопическим".

Поэтому будем искать <u>новое</u> уравнение Клейна-Гордона, содержащее более детальную информацию о поле (2.II). С этой целью представим (2.9) в факторизованной форме:

$$(m^2-p^2)\varphi(p,p_5)=(p_5+M\cos\mu)(p_5-M\cos\mu)\varphi(p,p_5)=0, \quad (2.I2)$$

где приняты во внимание соотношения (2.8) и (2.I0). Теперь, подражая классическому приему Дирака, постулируем искомое уравнение в следующем виде /I7/:

$$2M(p_5-M\cos\mu)\varphi(p,p_5)=0. \quad (2.I3)$$

Это уравнение уже свободно от недостатков "старого" уравнения Клейна-Гордона (2.9), т.е. удовлетворяет соответствующему критерию "микроскопичности". В то же время, в силу (2.I2), уравнение (2.9) для поля $\varphi(p,p_5)$ по-прежнему продолжает выполняться.

Очевидно, уравнение (2.I3) эквивалентно системе уравнений

$$2M(|p_5|-M\cos\mu)\varphi_1(p)=0, \quad (2.I4а)$$

$$2M(|p_5|+M\cos\mu)\varphi_2(p)=0, \quad (2.I4б)$$

$$|p_5|=\sqrt{M^2-p^2}$$

решая которую, находим:

$$\varphi_1(p)=\cos\mu \; const \; \delta(m^2-p^2)\tilde{\varphi}_1(p), \quad (2.I5)$$

$$\varphi_2(p)=0. \quad (2.I6)$$

Сравнивая теперь (2.I5)-(2.I6) с (2.5), мы вправе заключить, что новое поле $\varphi(p,p_5)$, определенное на поверхности (2.8) и удовлетворяющее уравнению движения (2.I3), описывает <u>те же самые</u> скалярные частицы массы m, которым в обычной теории было сопоставлено поле $\varphi(p)$, с той только разницей, что теперь обязательно $m\leq M$. Двухкомпонентная структура (2.II) нового поля на массовой поверхности не проявляется, ибо для компоненты $\varphi_2(p)$ имеет место "конфайнмент" (2.I6). Эта компонента будет играть важную роль при рассмотрении взаимодействия полей, т.е. <u>вне массовой поверхности</u>.

Тождественность свободных полей (2.5) и (2.I5) означает, что

$$\varphi_1(p)=\varphi_1^+(-p). \quad (2.I7)$$

Естественно распространить это правило эрмитова сопряжения, т.е. условие нейтральности поля, и на φ_2-компоненту:

$$\varphi_2(p)=\varphi_2^+(-p).$$

В итоге в силу (2.II) будем иметь:

$$\varphi(p,p_5)=\varphi^+(-p,p_5). \quad (2.I8)$$

Главный вопрос, который нам теперь нужно выяснить, состоит в следующем: связано ли новое уравнение Клейна-Гордона (2.I3) (или эквивалентная ему система уравнений (2.I4)) с определенным <u>локальным лагранжевым формализмом</u>? На первый взгляд, мы наталкиваемся здесь на непреодолимую преграду, поскольку преобразования Фурье (ср. (2.3))

$$\varphi_1(x)=\frac{1}{(2\pi)^{3/2}}\int_{p^2\leq M^2} e^{-ipx}\varphi_1(p)\,d^4p,$$
$$\varphi_2(x)=\frac{1}{(2\pi)^{3/2}}\int_{p^2\leq M^2} e^{-ipx}\varphi_2(p)\,d^4p \quad (2.I9)$$

превращают (2.I4) в систему дифференциальных уравнений бесконечного порядка. Таким образом, о локальности новой схемы как будто и говорить не приходится.

Приглядимся, однако, более внимательно к тому классу полевых функций $\varphi(p,p_5)$, с которым мы теперь имеем дело. Поскольку компоненты 5-импульса $(p_0,\vec{p},p_5)$ связаны уравнением (2.8), этот класс как целое описывается функционалом

$$\delta(p_0^2-\vec{p}^{\,2}+p_5^2-M^2)\,\varphi(p,p_5). \qquad (2.20)$$

В данном выражении нет иррациональностей типа $\sqrt{M^2-p^2}$, и все компоненты 5-импульса представлены <u>равноправно</u>. Поэтому его можно подвергнуть даже <u>пятимерному</u> преобразованию Фурье:

$$\frac{2M}{(2\pi)^{5/2}}\int e^{-ip_Lx^L}\,\delta(p^2+p_5^2-M^2)\,\varphi(p,p_5)\,d^5p\equiv\varphi(x,x^5), \qquad (2.21)$$

$$L=0,1,2,3,5;$$

$$x^L=(x^0,\vec{x},x^5).$$

Функция $\varphi(x,x^5)$, очевидно, удовлетворяет следующему дифференциальному уравнению в конфигурационном 5-пространстве:

$$\left(\Box+\frac{\partial^2}{\partial x_5^2}+M^2\right)\varphi(x,x^5)=0. \qquad (2.22)$$

В силу (2.18) из (2.21) вытекает также, что

$$\varphi^+(x,x^5)=\varphi(x,-x^5). \qquad (2.23)$$

Если в левой части (2.21) произвести интеграцию по p_5 и при этом учесть (2.11), то $\varphi(x,x^5)$ представится в виде четырехмерного интеграла Фурье, подобного (2.19):

$$\varphi(x,x^5)=\frac{M}{(2\pi)^{3/2}}\int\limits_{p^2\le M^2}e^{-ipx}d^4p\left[\frac{e^{-i|p_5|x^5}\varphi_1(p)+e^{i|p_5|x^5}\varphi_2(p)}{|p_5|}\right]\equiv$$

$$\equiv\frac{1}{(2\pi)^{3/2}}\int\limits_{p^2\le M^2}e^{-ipx}\,\varphi(p,x^5)\,d^4p. \qquad (2.24)$$

Дифференцируя обе части (2.24) по x^5, получаем еще один интеграл этого типа:

$$i\frac{\partial\varphi(x,x^5)}{\partial x^5}=\frac{M}{(2\pi)^{3/2}}\int\limits_{p^2\le M^2}e^{-ipx}d^4p\left[e^{-i|p_5|x^5}\varphi_1(p)-e^{i|p_5|x^5}\varphi_2(p)\right]=$$

$$=\frac{1}{(2\pi)^{3/2}}\int\limits_{p^2\le M^2}e^{-ipx}\;i\frac{\partial\varphi(p,x^5)}{\partial x^5}\,d^4p. \qquad (2.25)$$

Итак, стоило лишь учесть то обстоятельство, что весь "запас" новых полевых функций $\varphi(p,p_5)$ определяется функционалом (2.20), как мы пришли к двум вполне конкретным 4-интегралам Фурье (2.24) и (2.25), в которых, в отличие от (2.19), компоненты $\varphi_1(p)$ и $\varphi_2(p)$ фигурируют не порознь, а в виде комбинаций

$$\varphi(p,x^5)=M\,\frac{e^{-i|p_5|x^5}\varphi_1(p)+e^{i|p_5|x^5}\varphi_2(p)}{|p_5|}, \qquad (2.26)$$

$$\frac{i}{M}\frac{\partial\varphi(p,x^5)}{\partial x^5}=e^{-i|p_5|x^5}\varphi_1(p)-e^{i|p_5|x^5}\varphi_2(p). \qquad (2.27)$$

Пятая координата x^5 здесь является просто <u>вспомогательным параметром</u>, имеющим размерность длины и изменяющимся в пределах

$$-\infty<x^5<\infty. \qquad (2.28)$$

Преобразования Фурье (2.24)-(2.25) допускают обращение:

$$\varphi_1(p)=\frac{-i}{2M(2\pi)^{5/2}}\int d^4x\,e^{ipx}\left[\varphi(x,x^5)\overleftrightarrow{\frac{\partial}{\partial x^5}}e^{i|p_5|x^5}\right] \qquad (2.29а)$$

$$\varphi_2(p)=\frac{i}{2M(2\pi)^{5/2}}\int d^4x\,e^{ipx}\left[\varphi(x,x^5)\overleftrightarrow{\frac{\partial}{\partial x^5}}e^{-i|p_5|x^5}\right], \qquad (2.29б)$$

где символ $\overleftrightarrow{\frac{\partial}{\partial x^5}}$ имеет обычный смысл:

$$f_1 \overleftrightarrow{\frac{\partial}{\partial x^5}} f_2 \equiv f_1 \frac{\partial f_2}{\partial x^5} - \frac{\partial f_1}{\partial x^5} f_2 . \qquad (2.30)$$

Независимость правых частей (2.29а)-(2.29б) от x^5 обеспечивается тем, что $\varphi(x,x^5)$ подчиняется уравнению (2.22).

Учитывая (2.I4а)-(2.I4б), легко убедиться, что функция $\varphi(p,x^5)$ удовлетворяет системе уравнений, не содержащей радикал $|p_5| = \sqrt{M^2-p^2}$:

$$(p^2-M^2)\varphi(p,x^5) - iM\cos\mu \frac{\partial\varphi(p,x^5)}{\partial x^5} = 0$$
$$i\frac{\partial\varphi(p,x^5)}{\partial x^5} = M\cos\mu\, \varphi(p,x^5). \qquad (2.3I)$$

Отсюда, применяя (2.24)-(2.25), находим:

$$(\Box + M^2)\varphi(x,x^5) + iM\cos\mu \frac{\partial\varphi(x,x^5)}{\partial x^5} = 0$$
$$i\frac{\partial\varphi(x,x^5)}{\partial x^5} = M\cos\mu\, \varphi(x,x^5). \qquad (2.32)$$

Таким образом, наше уравнение Клейна-Гордона (2.I3) для поля $\varphi(p,p_5)$ эквивалентно системе дифференциальных уравнений (2.32) для поля $\varphi(x,x^5)$, определяемого пятимерным интегралом Фурье (2.2I). При этом, как нетрудно проверить, уравнение (2.22) является следствием (2.32).

Принимая во внимание (2.I0), из системы (2.32) получаем:

$$\varphi(x,x^5) = e^{-iM\cos\mu\, x^5}\varphi(x,0), \qquad (2.33)$$

$$(\Box + m^2)\varphi(x,0) = 0. \qquad (2.34)$$

Следовательно, зависимость свободного поля $\varphi(x,x^5)$ от пятой координаты x^5 является стационарной и полностью определяется величиной $M\cos\mu = \sqrt{M^2-m^2}$ [*]. Из (2.33) непосредственно видно, что в

[*] Поэтому поле свободного максимона $\varphi_{maximon}(x,x^5)$ фактически от x^5 не зависит.

свободном случае в разложении Фурье (2.2I) по пятимерным плоским волнам $e^{ip_5x^5 - ipx}$ могут быть представлены лишь положительные "частоты" p_5 , т.е. $\varphi_2(p) = 0$ (ср. (2.I6)). В полной эквивалентности друг другу соотношений (2.I5)-(2.I6) с одной стороны, и (2.33)-(2.34) с другой, легко удостовериться, если использовать разложения (2.29).

Рассмотрим теперь функционал

$$S^{(0)} = \int L^{(0)}(x,x^5)\,d^4x =$$

$$= \frac{1}{2}\int\left[\frac{\partial\varphi(x,x^5)}{\partial x^\mu}\frac{\partial\varphi^+(x,x^5)}{\partial x_\mu} - m^2|\varphi(x,x^5)|^2 - \left|i\frac{\partial\varphi(x,x^5)}{\partial x^5} - M\cos\mu\,\varphi(x,x^5)\right|^2\right]d^4x, \qquad (2.35)$$

где поле $\varphi(x,x^5)$ удовлетворяет условию (2.23) и подчиняется уравнению (2.22). При любом фиксированном значении x^5 величины $\varphi(x,x^5)$ и $\frac{\partial\varphi(x,x^5)}{\partial x^5}$ представляют собой независимые функции 4-вектора x^μ и выступают в качестве независимых аргументов функционала $S^{(0)}$:

$$S^{(0)} = S^{(0)}\left[\varphi(x,x^5), \frac{\partial\varphi(x,x^5)}{\partial x^5}\right].$$

Важно понимать, что уравнение (2.22), будучи дифференциальным уравнением 2-го порядка по x^5 , не накладывает, со своей стороны, никакой связи на переменные $\varphi(x,x^5)$ и $\frac{\partial\varphi(x,x^5)}{\partial x^5}$ при x^5 = фикс., предоставляя им играть роль произвольных начальных условий Коши, заданных в момент "времени" x^5 = фикс. [*]. Оказывается, однако, что в силу (2.22) функционал (2.35) не зависит явно от координаты x^5

$$\frac{\partial S^{(0)}\left[\varphi(x,x^5), \frac{\partial\varphi(x,x^5)}{\partial x^5}\right]}{\partial x^5} = 0, \qquad (2.36)$$

[*] Корректность постановки задачи Коши для уравнения ультрагиперболического типа, каковым является уравнение (2.22), требует специальных оговорок. Мы не будем их приводить, поскольку в евклидовой формулировке теории, которая в дальнейшем будет принята нами за основу, все эти вопросы снимутся сами собой.

и, следовательно, может вычисляться при любом значении x^5 из интервала (2.28), в частности, при $x^5 = 0$.

Варьируя (2.35) по аргументам φ и $\frac{\partial\varphi}{\partial x^5}$ при произвольном x^5, находим, что условие стационарности $S^{(0)}$ совпадает с системой уравнений (2.32). Следовательно, (2.35) в развиваемой теории играет роль <u>функционала действия</u>.

Подведем теперь некоторые итоги:

I. В скалярной КТП, опирающейся на принцип Маркова (I.3), в импульсном представлении поле описывается дублетом (2.II). Новое уравнение Клейна-Гордона имеет вид (2.I3), что эквивалентно системе (2.I4).

Решая (2.I4), мы убедились в том, что на массовой поверхности отлична от нуля лишь одна компонента нового поля – $\varphi_1(p)$, которая оказалась тождественной полю $\varphi(p)$ стандартной теории (ср. (2.I5) и (2.5)). Иначе говоря, волновая функция свободной скалярной частицы массы $m \leq M$ у нас имеет прежний вид, хотя уравнение движения поля стало совсем другим. Мы потому заостряем внимание на этом факте, что сохранение стандартного, основанного лишь на Пуанкаре-инвариантности, описания свободных частиц является <u>обязательным</u> требованием к любой модификации КТП.

II. В развиваемом подходе свойство локальности теории не только не исчезает, но становится даже <u>более глубоким</u>, т.к. оно распространяется на зависимость поля от дополнительного пятого измерения x^5. Новая лагранжева плотность $L^{(0)}(x,x^5)$ (см. (2.35)) является эрмитовой формой, построенной из поля $\varphi(x,x^5)$ и компонент 5-градиента $\frac{\partial\varphi}{\partial x^L}(x,x^5)$ $(L=0,1,2,3,5)$. Хотя $L^{(0)}(x,x^5)$ явно зависит от x^5, данная теория, в силу (2.36), по своей сути остается <u>четырехмерной</u>.

Зависимость действия (2.35) от двух функциональных аргументов $\varphi(x,x^5)$ и $\frac{\partial\varphi}{\partial x^5}(x,x^5)$ – прямое следствие того факта, что в импульсной картине новое поле имеет дублетную структуру (2.II). При соблюдении условия (2.22) соответствие[*]

$$\begin{pmatrix} \varphi(x,x^5) \\ \\ \frac{i}{M}\frac{\partial\varphi(x,x^5)}{\partial x^5} \end{pmatrix} \longleftrightarrow \begin{pmatrix} \varphi_1(p) \\ \\ \varphi_2(p) \end{pmatrix} \tag{2.37}$$

описывается взаимно-обратными преобразованиями Фурье (2.24)-(2.25) и (2.29а)-(2.29б).

---

[*] Мнимая единица в (2.37) введена из тех соображений, чтобы поле $\frac{i}{M}\frac{\partial\varphi(x,x^5)}{\partial x^5}$ удовлетворяло правилу эрмитова сопряжения (2.23).

Переходя формально к чисто мнимым временам и энергиям

$$\begin{aligned} x^0 &\to -i x^4 \\ p_0 &\to -i p^4 , \end{aligned} \tag{2.38}$$

можно развить евклидову версию новой теории скалярного поля. Мы изложим ее конспективно, приводя вместо объяснений ссылки на соответствующие релятивистские формулы.

I. Пятимерная гиперсфера (ср. (2.8)):

$$-p_n^2 + p_5^2 = M^2 \quad (n=1,2,3,4), \tag{2.39}$$

или

$$p_L p^L = M^2 \qquad (L = 1,2,3,4,5),$$

где

$$p^L = g^{LN} p_N = (\vec{p}, p^4, p^5) = (-p_1, -p_2, -p_3, -p_4, p_5);$$

$$g^{11} = g^{22} = g^{33} = g^{44} = -g^{55} = -1 \;;\; g^{LN} = g_{LN} = 0 \text{ при } L \neq N.$$

2. Евклидово скалярное поле (ср. (2.II)):

$$\varphi(p,p_5) = \varphi^+(-p,p_5) = \begin{pmatrix} \varphi(p,|p_5|) \\ \varphi(p,-|p_5|) \end{pmatrix} \equiv \begin{pmatrix} \varphi_1(p) \\ \varphi_2(p) \end{pmatrix}, \tag{2.40}$$

где

$$|p_5| = \sqrt{M^2 + p_n^2} . \tag{2.4I}$$

3. Разложения Фурье (ср. (2.2I) и (2.29)):

$$\varphi(x,x^5) = \varphi^+(x,-x^5) = \frac{2M}{(2\pi)^{3/2}} \int e^{-ip_L x^L} d^5p \, \delta(p_L p^L - M^2)\, \varphi(p,p_5) =$$

$$= \frac{M}{(2\pi)^{3/2}} \int e^{ip_n x_n} d^4p \left[\frac{e^{-i|p_5|x^5}\varphi_1(p) + e^{i|p_5|x^5}\varphi_2(p)}{|p_5|} \right]; \tag{2.42}$$

$$\varphi_1(p) = -\frac{i}{2M(2\pi)^{5/2}} \int d^4x\, e^{-ip_n x_n} \left[\varphi(x,x^5) \overleftrightarrow{\frac{\partial}{\partial x^5}} e^{i|p_5|x^5}\right] \tag{2.43}$$

$$\varphi_2(p) = \frac{i}{2M(2\pi)^{5/2}} \int d^4x\, e^{-ip_n x_n} \left[\varphi(x,x^5) \overleftrightarrow{\frac{\partial}{\partial x^5}} e^{-i|p_5|x^5}\right].$$

4. Уравнение для поля $\varphi(x,x^5)$ в конфигурационном 5-пространстве (ср. (2.22)):

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x_5^2} - \frac{\partial^2}{\partial x_n^2} + M^2\right)\varphi(x,x^5) = 0. \tag{2.44}$$

Задача Коши для этого уравнения корректна (ср. подстрочное замечание на стр. 13), т.е. поле $\varphi(x,x^5)$ полностью определяется заданием начальных условий. Например, если

$$\varphi(x,0) = \varphi(x) = \varphi^+(x)$$

$$\frac{\partial\varphi(x,0)}{\partial x^5} = -iM\chi(x) = -iM\chi(x), \tag{2.45}$$

то

$$\varphi(x,x^5) = \int \frac{\partial D(x-x',x^5)}{\partial x^5}\varphi(x')d^4x' - iM\int D(x-x',x^5)\chi(x')d^4x', \tag{2.46}$$

где $D(x,x^5) = \frac{i}{(2\pi)^4}\int \varepsilon(p_5)\,\delta(p_L p^L - M^2)\,d^5p\, e^{-ip_L x^L}$ есть т.н. фундаментальное решение уравнения (2.44). Разумеется, формулу (2.46) можно легко преобразовать в 5-интеграл Фурье (2.42), если учесть, что в силу (2.45) и (2.42)

$$\varphi(x) = \frac{M}{(2\pi)^{3/2}} \int e^{ip_n x_n} d^4p \left[\frac{\varphi_1(p) + \varphi_2(p)}{|p_5|}\right],$$

$$\chi(x) = \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} \int e^{ip_n x_n} d^4p \left[\varphi_1(p) - \varphi_2(p)\right]; \quad |p_5| = \sqrt{M^2 + p_n^2}. \tag{2.47}$$

Рассмотрим в конфигурационном 5-пространстве произвольное поле $\hat\varphi(x,x^5)$, удовлетворяющее условию $\hat\varphi(x,x^5) = \hat\varphi^+(x,-x^5)$ и имеющее по переменным x^n и x^5 частные производные не ниже 2-го порядка. Чтобы подчеркнуть, что новое поле $\hat\varphi(x,x^5)$, в отличие от $\varphi(x,x^5)$, уже не подчиняется уравнению (2.44), будем называть его расширенным.

Предположим далее, что на гиперплоскости $x^5 = 0$ поля $\varphi(x,x^5)$ и $\hat\varphi(x,x^5)$ удовлетворяют соотношениям

$$\varphi(x,0) = \hat\varphi(x,0), \quad \frac{\partial\varphi(x,0)}{\partial x^5} = \frac{\partial\hat\varphi(x,0)}{\partial x^5}. \tag{2.48}$$

Тогда, интерпретируя (2.48) как начальные данные в задаче Коши для уравнения (2.44), получим:

$$\varphi(x,x^5) = \int \delta(x_5')\,d^5x' \left[D(x-x') \overleftrightarrow{\frac{\partial}{\partial x_5'}} \hat\varphi(x',x_5')\right]. \tag{2.49}$$

Ясно, что не зависящие от x^5 интегралы Фурье (2.43) тоже можно выразить через расширенное поле $\hat\varphi(x,x^5)$:

$$\varphi_1(p) = \frac{-i}{2M(2\pi)^{5/2}} \int d^5x\, \delta(x_5)\, e^{-ip_n x_n} \left[\hat\varphi(x,x^5) \overleftrightarrow{\frac{\partial}{\partial x^5}} e^{i|p_5|x^5}\right],$$

$$\varphi_2(p) = \frac{i}{2M(2\pi)^{5/2}} \int d^5x\, \delta(x_5)\, e^{-ip_n x_n} \left[\hat\varphi(x,x^5) \overleftrightarrow{\frac{\partial}{\partial x^5}} e^{-i|p_5|x^5}\right].$$

5. Интеграл действия (ср. (2.35)):

$$S^{(0)}_{(E)} = \int L^{(0)}_{(E)}(x,x^5)\,d^4x =$$

$$= \frac{1}{2}\int\left[\left|\frac{\partial\varphi(x,x^5)}{\partial x_n}\right|^2 + m^2|\varphi(x,x^5)|^2 + \left|i\frac{\partial\varphi(x,x^5)}{\partial x^5} - M\cos\rho\,\varphi(x,x^5)\right|^2\right]d^4x \geq 0. \tag{2.50}$$

В силу (2.44) $\frac{\partial S_E^{(0)}}{\partial x^5} = 0$ (ср. (2.36)), т.е. функционал (2.50) является интегралом движения для уравнения (2.44).

Принимая во внимание (2.45), (2.42)-(2.43) и (2.48), действие (2.50) можно записать в нескольких эквивалентных друг другу формах:

$$S^{(0)}_{(E)} = \int L^{(0)}_{(E)}(x,0)\,d^4x = \frac{1}{2}\int\left[\left(\frac{\partial\varphi(x)}{\partial x_n}\right)^2 + m^2\varphi^2(x) + M^2\left(\chi(x) - \cos\mu\,\varphi(x)\right)^2\right]d^4x; \tag{2.51а}$$

$$S^{(0)}_{(E)} = \pi M\int\frac{d^4p}{|p_5|}\Big[\varphi_1^+(p)\,2M(|p_5| - M\cos\mu)\varphi_1(p) + \varphi_2^+(p)\,2M(|p_5| + M\cos\mu)\varphi_2(p)\Big]; \tag{2.51б}$$

$$S^{(0)}_{(E)} = 2\pi M\int\varepsilon(p_5)\,\delta(p_L p^L - M^2)\,d^5p\left[\varphi^+(p,p_5)\,2M(p_5 - M\cos\mu)\varphi(p,p_5)\right]; \tag{2.51в}$$

$$S^{(0)}_{(E)} = \int\delta(x_5)\,d^5x\,\hat{L}^{(0)}_{(E)}(x,x^5) = \frac{1}{2}\int\delta(x_5)\,d^5x\left[\left|\frac{\partial\hat\varphi(x,x^5)}{\partial x_n}\right|^2 + m^2\left|\hat\varphi(x,x^5)\right|^2 + \left|i\frac{\partial\hat\varphi}{\partial x^5}(x,x^5) - M\cos\mu\,\hat\varphi(x,x^5)\right|^2\right]. \tag{2.51г}$$

Все эти представления полезны и по-своему поучительны.

Например, выражения (2.5Iа)-(2.5Iб) выглядят как непосредственное обобщение стандартных интегралов действия (2.6а)-(2.6б). Используя (2.5Iа), можно построить производящий функционал для свободных корреляционных функций евклидовых полей $\varphi(x)$ и $\chi(x)$, который, в отличие от (2.7а), уже должен зависеть от двух классических источников:

$$Z_0[g,h] = \frac{\int e^{-S^{(0)}_{(E)} + \frac{1}{2}\int d^4x\,[\varphi(x)g(x) + \chi(x)h(x)]}\,d[\varphi(x)]\,d[\chi(x)]}{\int e^{-S^{(0)}_{(E)}}\,d[\varphi(x)]\,d[\chi(x)]}. \tag{2.52}$$

Полагая далее

$$g(x) = \frac{1}{(2\pi)^{3/2}}\int e^{ip_nx_n}\,d^4p\,\left[j_1(p) - j_2(p)\right],$$

$$h(x) = \frac{M}{(2\pi)^{3/2}}\int e^{ip_nx_n}\,d^4p\,\frac{j_1(p) + j_2(p)}{|p_5|}, \qquad |p_5| = \sqrt{M^2 + p_n^2} \tag{2.53}$$

и учитывая (2.47), находим:

$$\frac{1}{2}\int d^4x\left[\varphi(x)g(x) + \chi(x)h(x)\right] = 2\pi M\int\frac{d^4p}{|p_5|}\left[\varphi_1(p)j_1(-p) - \varphi_2(p)j_2(-p)\right]. \tag{2.54}$$

Следовательно, $j_1(-p) = j_1^+(p)$ и $-j_2(-p) = -j_2^+(p)$ суть классические источники евклидовых полей $\varphi_1(p)$ и $\varphi_2(p)$.

После вычисления гауссовых интегралов в (2.52) будем иметь:

$$Z_0[g,h] = Z_0[j_1,j_2] = \exp\left\{\pi\int\frac{d^4p}{|p_5|}\left[j_1^+(p)\frac{1}{2(|p_5| - M\cos\mu)}j_1(p) + j_2^+(p)\frac{1}{2(|p_5| + M\cos\mu)}j_2(p)\right]\right\}. \tag{2.55}$$

Отсюда находим выражения для евклидовых пропагаторов полей $\varphi_1(p)$ и $\varphi_2(p)$:

$$\overline{\varphi_1(p)\varphi_1(q)} = \frac{\delta^{(4)}(p+q)}{2\pi}\,\frac{|p_5|}{2M^2(|p_5| - M\cos\mu)} \tag{2.56а}$$

$$\overline{\varphi_2(p)\varphi_2(q)} = \frac{\delta^{(4)}(p+q)}{2\pi}\,\frac{|p_5|}{2M^2(|p_5| + M\cos\mu)} \tag{2.56б}$$

$$\overline{\varphi_1(p)\varphi_2(q)} = 0.$$

Видно, что при переходе в псевдоевклидову область $p^4 \to ip_0$ лишь только один пропагатор (2.56а) имеет полюс на массовой поверхности $p_0^2 - \vec{p}^{\,2} = m^2$, что точно соответствует уже известным результатам (2.I5)-(2.I6), полученным при решении нового уравнения Клейна-Гордона (2.I3). Следовательно, евклидова и релятивистская формулировки развиваемой теории в свободном случае полностью эквивалентны друг другу.

В пределе $M \to \infty$ из (2.56а)-(2.56б) получаем:

$$\lim_{M\to\infty}\overline{\varphi_1(p)\varphi_1(q)} = \frac{\delta^{(4)}(p+q)}{2\pi}\,\frac{1}{p_n^2 + m^2},$$

$$\lim_{M\to\infty}\overline{\varphi_2(p)\varphi_2(q)} = 0. \tag{2.57}$$

В полном соответствии с (2.57), функционал (2.55) при $M \to \infty$ перестает зависеть от источника $j_2(p)$ и в точности совпадает с (2.7б) при условии $j_1(p) \equiv j(p)$. Таким образом, от дополнительной степени свободы $\varphi_2(p)$ не остается никакого следа.

Разумеется, к этому заключению можно прийти и в x -представлении, т.е. анализируя непосредственно выражение (2.52). Действительно, при $M \to \infty$ множитель $\exp\left[-\frac{M^2}{2}\int(\chi(x)-\cos\mu\varphi(x))^2 d^4x\right]$, входящий в подынтегральное выражение числителя и знаменателя (2.52), порождает континуальную δ -функцию*/

$$\prod_x \delta(\chi(x)-\varphi(x)). \tag{2.58}$$

В итоге интегралы по вспомогательному полю $\chi(x)$ берутся тривиально, причем

$$\frac{1}{2}\int d^4x\,[\varphi(x)g(x)+\chi(x)h(x)] \to \int d^4x\,\varphi(x)\frac{g(x)+h(x)}{2} = \int d^4x\,\varphi(x)j_1(x),$$

где принята во внимание предельная (при $M \to \infty$) форма соотношений (2.53) и введено обозначение $j_1(x) = \frac{1}{(2\pi)^2}\int e^{ip_n x_n} j_1(p)\,d^4p$.

Заметим, кстати, что в пределе $M \to \infty$ δ-функционал (2.58) эквивалентен выражению

$$\prod_p \delta(\varphi_2(p)) \tag{2.59}$$

(см. (2.47)).

Добавляя к свободному лагранжиану $L^{(0)}_{(E)}(x,0)$ из (2.5Iа) дополнительный локальный член $L_{int}[\varphi(x),\chi(x)]$, описывающий взаимодействие полей $\varphi(x)$ и $\chi(x)$, получаем полноценную скалярную модель локальной евклидовой КТП, удовлетворяющей принципу Маркова (I.3). Естественно потребовать, чтобы полное евклидово действие было положительно определенным:

$$S^{(tot)}_{(E)} = \int d^4x\left\{L^{(0)}_{(E)}(x,0) + L_{int}[\varphi(x),\chi(x)]\right\} =$$

---

*/ В одномерном случае это аналогично соотношению

$$\lim_{M\to\infty} M\,\frac{e^{-\frac{M^2}{2}(x-y)^2}}{\sqrt{2\pi}} = \delta(x-y).$$

$$= \int d^4x\left\{\frac{1}{2}\left(\frac{\partial\varphi(x)}{\partial x_n}\right)^2 + \frac{m^2\varphi^2(x)}{2} + \frac{M^2}{2}(\chi(x)-\cos\mu\varphi(x))^2 + L_{int}[\varphi(x),\chi(x)]\right\} \geqslant 0. \tag{2.60}$$

Тогда можно построить производящий функционал для точных корреляционных функций евклидовых полей $\varphi(x)$ и $\chi(x)$ (ср. (2.52)):

$$Z[g,h] = \frac{\int e^{-S^{(tot)}_{(E)} + \frac{1}{2}\int d^4x\,[\varphi(x)g(x)+\chi(x)h(x)]}\,d[\varphi(x)]\,d[\chi(x)]}{\int e^{-S^{(tot)}_{(E)}}\,d[\varphi(x)]\,d[\chi(x)]}. \tag{2.61}$$

Соотношения (2.47) позволяют перейти в (2.6I) к новым независимым переменным интегрирования – $\varphi_1(p)$ и $\varphi_2(p)$. При этом свободная часть действия $S^{(0)}_{(E)}$ примет вид квадратичной формы (2.5Iб), а члены с источниками будут преобразовываться согласно (2.54). Что касается взаимодействия, то вклад его в полное действие системы будет совершенно конкретным функционалом от полей $\varphi_1(p)$ и $\varphi_2(p)$. Например, если $L_{int}[\varphi(x),\chi(x)] = \frac{\lambda^2}{4!}\varphi^2(x)\chi^2(x)$, то

$$\int L_{int}[\varphi(x),\chi(x)]\,d^4x = \frac{\lambda^2}{(2\pi)^2 4!}\int\delta^{(4)}(p_1+p_2+p_3+p_4)\,d^4p_1\,d^4p_2\,d^4p_3\,d^4p_4\,\cdot$$
$$\cdot\left[\frac{\varphi_1(p_1)+\varphi_2(p_1)}{\varkappa(p_1)}\right]\left[\frac{\varphi_1(p_2)+\varphi_2(p_2)}{\varkappa(p_2)}\right]\left[\varphi_1(p_3)-\varphi_2(p_3)\right]\left[\varphi_1(p_4)-\varphi_2(p_4)\right], \tag{2.62}$$

где $\varkappa(p) = \sqrt{1+\frac{p_n^2}{M^2}}$.

Принимая во внимание (2.40), мы вправе заключить теперь, что Z-функционал (2.6I) определяет евклидову квантовую теорию самовзаимодействующего скалярного поля $\varphi(p, p_5)$, заданного на гиперсфере (2.35) и описывающего частицы массы $m \leq M$. Поскольку предельная масса M с геометрической точки зрения является радиусом кривизны поверхности (2.35), то, следовательно, нами построен пример "КТП с импульсным пространством постоянной кривизны" (ср. /I5-I8/).

Характерное для новой КТП удвоение числа полевых степеней свободы, не проявляющееся на массовой поверхности и исчезающее в пределе $M \to \infty$, вносит весьма существенные коррективы в картину взаимодействия в области 4-импульсов $|p| \gtrsim M$, когда фундаментальная масса M считается конечной величиной.

Определим так называемое <u>эффективное действие</u> $S_{eff}[\varphi]$, полагая

$$e^{-S_{eff}[\varphi]} = const \int e^{-S^{(tot)}_{(E)}} \, d[\chi(x)]. \tag{2.63}$$

Отсюда и из (2.5Iа) видно, что в свободном случае

$$S^{(0)}_{eff}[\varphi] = \frac{1}{2}\int\left[\left(\frac{\partial\varphi(x)}{\partial x_n}\right)^2 + m^2\varphi^2(x)\right]d^4x\,, \tag{2.64}$$

что совпадает с (2.6а). При наличии взаимодействия, например, в форме (2.62), получим:

$$S_{eff}[\varphi] = S^{(0)}_{eff}[\varphi] + \frac{\lambda^2\cos^2\mu}{4!}\int d^4x \frac{\varphi^4(x)}{1 + \frac{2\lambda^2\varphi^2(x)}{4!\,M^2}} +$$

$$+ \frac{\delta^{(4)}(0)}{2}\int d^4x \ln\left(1 + \frac{2\lambda^2\varphi^2(x)}{4!\,M^2}\right). \tag{2.65}$$

Хотя с таким действием иметь дело затруднительно (см., однако,/I3,I9/), несомненно тем не менее, что в области больших 4-импульсов $|p| \gtrsim M$ основанная на нем теория не имеет ничего общего со стандартной евклидовой φ^4-моделью, действие которой является формальным пределом (2.65) при $M \to \infty$.

Обратим внимание, что при $m = M$, т.е. для максимона, выражение (2.65) несколько упрощается:

$$S^{(maximon)}_{eff}[\varphi] = \frac{1}{2}\int\left[\left(\frac{\partial\varphi(x)}{\partial x_n}\right)^2 + M^2\varphi^2(x)\right]d^4x +$$

$$+ \frac{\delta^{(4)}(0)}{2}\int d^4x \ln\left(1 + \frac{2\lambda^2\varphi^2(x)}{4!\,M^2}\right). \tag{2.66}$$

Очевидно, что действие любой скалярной модели, имеющей смысл в рамках стандартной евклидовой КТП, может быть интерпретировано как $S_{eff}[\varphi]$ в духе соотношения (2.63), если считать выполненным условие Маркова (I.3) и выбрать $S^{(tot)}_{(E)}$ в виде

$$S^{(tot)}_{(E)} = S_{eff}[\varphi] + \frac{M^2}{2}\int\left[\chi(x) - \cos\mu\,\varphi(x)\right]^2 d^4x\,, \tag{2.67}$$

$$\cos\mu = \sqrt{1 - m^2/M^2}\,.$$

В частности, для евклидова поля Хиггса отсюда находим:

$$S^{(tot)}_{(E)} = \frac{1}{2}\int\left[\left(\frac{\partial\varphi(x)}{\partial x_n}\right)^2 + \frac{\lambda^2}{2}\left(\varphi^2(x) - \frac{m^2}{2\lambda^2}\right)^2 + M^2\left(\chi(x) - \cos\mu\,\varphi(x)\right)^2\right]d^4x\,. \tag{2.68}$$

Другой пример применения формулы (2.67) – двумерная евклидова модель "синус-Гордона":

$$S^{(tot)}_{(E)} = \frac{1}{2}\int\left\{\left(\frac{\partial\varphi(x)}{\partial x_n}\right)^2 + \frac{2m^4}{g^2}\left[1 - \cos\frac{g\varphi(x)}{m}\right] + M^2\left[\chi(x) - \cos\mu\,\varphi(x)\right]^2\right\}d^2x\,;$$

$$n = 1, 2\,.$$

Вернемся теперь опять к формулам (2.5I), представляющим различные эквивалентные реализации свободного действия $S^{(0)}_{(E)}$. Запись $S^{(0)}_{(E)}$ в виде интеграла (2.5Iв) по поверхности (2.39) может быть получена из стандартного евклидова действия (2.6б) с помощью формальной подстановки:

$$\begin{aligned}
\varphi(p) &\to \varphi(p, p_5) \\
\varphi^+(p) &\to \varphi^+(p, p_5) \\
\pi\, d^4p &\to 2\pi M \varepsilon(p_5)\, \delta(p_L p^L - M^2)\, d^5p \\
(p_n^2 + m^2) &\to 2M(p_5 - M\cos\mu)\,.
\end{aligned} \tag{2.69}$$

Этим алгоритмом удобно пользоваться при построении интеграла действия для полей с другими тензорными размерностями, заменяя $2M(p_5 - M\cos\mu)$ на соответствующий волновой оператор.

Применение расширенных полей типа $\hat{\varphi}(x, x^5)$ в качестве функциональных переменных в интеграле действия (см. (2.5Iг)) оказывается весьма полезным при рассмотрении локальных калибровочных преобразований в нашем формализме. Действительно, поле $\varphi(x, x^5)$, подчиняясь уравнению (2.44), <u>не</u> <u>допускает</u> преобразований вида

$$\varphi(x,x^5) \to S(x,x^5)\,\varphi(x,x^5). \tag{2.70}$$

Записывая решение этого уравнения в форме (2.49), мы получаем в свое распоряжение новую полевую переменную – расширенное поле $\hat{\varphi}(x,x^5)$, которая уже может быть подвергнута преобразованию типа (2.70). В результате для $\varphi(x,x^5)$ возникает следующий, вообще говоря, нелокальный закон преобразования, согласующийся с уравнением (2.44):

$$\varphi(x,x^5) \to \int \delta(x_5')\, d^5x' \left[\mathcal{D}(x-x', x_5-x_5') \overleftrightarrow{\frac{\partial}{\partial x_5'}} \left(S(x';x_5')\hat{\varphi}(x';x_5')\right)\right]. \tag{2.71}$$

На гиперплоскости $x^5=0$ (2.71) эквивалентно <u>совместному</u> локальному преобразованию начальных данных (2.48), т.е.,с учетом (2.45),

$$\begin{pmatrix} \varphi(x) \\ \chi(x) \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} S(x,0) & 0 \\ \frac{i}{M}\frac{\partial S(x,0)}{\partial x_5} & S(x,0) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varphi(x) \\ \chi(x) \end{pmatrix}. \tag{2.72}$$

Итак, <u>в</u> <u>самом</u> <u>аппарате</u> новой КТП заложена возможность рассмотрения калибровочных преобразований, локализованных в 5-мерном конфигурационном пространстве. Эту возможность заманчиво использовать для формулировки <u>более</u> <u>общего</u>, чем в стандартной 4-мерной теории, принципа калибровочной инвариантности, чтобы затем на его основе построить обобщение калибровочной КТП, адекватное принципу Маркова (I.3). В случае абелевой $U(1)$-симметрии это даст новую теорию электромагнитных взаимодействий.

Если оставаться в рамках евклидовой формулировки и ограничиться абелевым вариантом, то реализация намеченной программы должна идти по следующей схеме.

Во-первых, необходимо построить свободное евклидово действие $S^{(o)}_{(E)}$, отвечающее заряженным частицам, и записать его в терминах расширенных полей (ср. (2.51г)):

$$S^{(o)}_{(E)} = \int \delta(x_5) d^5x\, L\left[\hat{\Phi}(x,x^5), \frac{\partial\hat{\Phi}(x,x^5)}{\partial x^L}; \hat{\Phi}^+(x,x^5), \frac{\partial \hat{\Phi}^+(x,x^5)}{\partial x^N}\right]; \tag{2.73}$$
$$L, N = 1,2,3,4,5.$$

Требуя затем инвариантность теории относительно локальных абелевых преобразований

$$\begin{aligned} \hat{\Phi}(x,x^5) &\to S(x,x^5)\,\hat{\Phi}(x,x^5), \\ \hat{\Phi}^+(x,x^5) &\to S^+(x,x^5)\,\hat{\Phi}^+(x,x^5), \end{aligned} \tag{2.74}$$

мы должны будем ввести ковариантные производные, отвечающие <u>всем</u> <u>пяти</u> <u>координатам</u>,

$$D_L = \frac{\partial}{\partial x^L} + ie\,\hat{B}_L(x,x^5) \tag{2.75}$$

(e – электрический заряд)

и приписать калибровочному 5-векторному полю $\hat{B}_L(x,x^5)$ соответствующие трансформационные свойства относительно преобразований (2.74):

$$\hat{B}_L(x,x^5) \to \hat{B}_L(x,x^5) - \frac{1}{ie}\frac{\partial S(x,x^5)}{\partial x^L} S^{-1}(x,x^5) \tag{2.76}$$

(e – электрический заряд).

Величину $\hat{B}_L(x,x^5) = (\hat{B}_1(x,x^5), \hat{B}_2(x,x^5), \hat{B}_3(x,x^5), \hat{B}_4(x,x^5), \hat{B}_5(x,x^5))$ естественно называть далее расширенным <u>электромагнитным</u> <u>5-потенциалом</u>. Ясно, что новое евклидово действие $S^{(em)}_{(E)}$ для свободного электромагнитного поля мы обязаны уметь записывать в виде

$$S^{(em)}_{(E)} = \int \delta(x_5) d^5x\, L_{(em)}\left[\hat{B}_L(x,x^5), \frac{\partial \hat{B}_N(x,x^5)}{\partial x^K}\right], \tag{2.77}$$
$$L, K, N = 1,2,3,4,5$$

причем этот интеграл должен оставаться инвариантным при калибровочных преобразованиях (2.76).

И, наконец, последний этап – построение полного калибровочно-инвариантного действия, описывающего поля материи и электромагнитное поле как единую систему:

$$\begin{aligned} S^{(tot)}_{(E)} &= S^{(em)}_{(E)} + \int \delta(x_5) d^5x\, L\left[\hat{\Phi}(x,x^5), D_L\hat{\Phi}(x,x^5); \hat{\Phi}^+(x,x^5), (D_N\hat{\Phi}(x,x^5))^+\right] = \\ &= \int \delta(x_5)\, d^5x\, \hat{L}^{(tot)}_{(E)}(x,x^5), \end{aligned} \tag{2.78}$$

где D_L есть пятимерная ковариантная производная (2.75).

Из (2.78) следует, что электромагнитное взаимодействие у нас первоначально формируется в 5-мерном конфигурационном пространстве, причем в локальном и минимальном виде. Затем с помощью функции $\delta(x_5)$ эта картина проецируется на гиперплоскость $x_5 = 0$, т.е. на евклидово 4-мерное x -пространство.

В итоге $S^{(tot)}_{(E)}$ выглядит как локальный функционал от начальных данных Коши для рассматриваемых полей (ср. (2.45), (2.48) и (2.60)):

$$S^{(tot)}_{(E)} = S^{(tot)}_{(E)}\left[\Phi(x,0), \frac{i}{M}\frac{\partial \Phi(x,0)}{\partial x^5}; \Phi^{+}(x,0), \frac{i}{M}\frac{\partial \Phi^{+}(x,0)}{\partial x^5}; B_L(x,0), i\frac{\partial B_L(x,0)}{M\partial x^5}\right]. \quad (2.79)$$

Разумеется, применяя соотношение типа (2.46), в действие (2.79) можно ввести в качестве функциональных аргументов поля $\Phi(x,x^5)$, $\Phi^{+}(x,x^5)$ и $B_L(x,x^5)$, удовлетворяющие уравнению (2.44). После такой подстановки, однако, взаимодействие в (2.79) будет описываться малопривлекательным нелокальным выражением.

§ 3

Будем считать, что заряженные материальные частицы, о которых шла речь в конце предыдущего параграфа, описываются полем Дирака. Наша задача - построить интеграл евклидова действия (2.73) для этого поля.

Обычное уравнение Дирака

$$(\not{p} - m)\psi(p) = 0 \quad , \not{p} \equiv p_\mu \gamma^\mu \quad (3.1)$$

получается, как известно, при факторизации уравнения Клейна-Гордона (2.4):

$$(m^2 - p^2)\psi(p) = (m + \not{p})\underbrace{(m - \not{p})\psi(p) = 0}.$$

Применим этот дираковский прием в нашем случае, когда спинорное поле задано на гиперсфере (2.8)

$$\psi(p,p_5) = \begin{pmatrix} \psi(p,|p_5|) \\ \psi(p,-|p_5|) \end{pmatrix} \equiv \begin{pmatrix} \psi_1(p) \\ \psi_2(p) \end{pmatrix}, \quad (3.2)$$

$$|p_5| = \sqrt{M^2 - p^2}$$

а роль нового уравнения Клейна-Гордона выполняет (2.13). Легко убедиться, что

$$2M(p_5 - M\cos\mu)\psi(p,p_5) =$$

$$= \left[2M\sin\tfrac{\mu}{2} + \not{p} + \gamma^5(p_5 - M)\right]\left[2M\sin\tfrac{\mu}{2} - \not{p} - \gamma^5(p_5 - M)\right]\psi(p,p_5) = 0, \quad (3.3)$$

где[ж/]

$$\gamma_5 = \gamma^5 = \begin{pmatrix} 0 & E \\ E & 0 \end{pmatrix}.$$

Следовательно, можно положить (ср./20/)

$$\left[\not{p} + \gamma^5(p_5 - M) - 2M\sin\tfrac{\mu}{2}\right]\psi(p,p_5) = 0 \quad (3.4)$$

и принять (3.4) в качестве нового уравнения для свободного дираковского поля в нашем подходе. Очевидно, оно удовлетворяет тому же критерию "микроскопичности", что и новое уравнение Клейна-Гордона (2.13) (см. соответствующее обсуждение в § 2).

Резюмируем некоторые свойства уравнения (3.4) и его решений:

1. Уравнение (3.3), а следовательно, и (2.12), являются следствием (3.4).

2. Поскольку $\det\left|\not{p} - \gamma^5(|p_5| + M) - 2M\sin\tfrac{\mu}{2}\right| \neq 0$ в области $p^2 \leq M^2$, то

$$\psi_2(p) = 0 \quad (3.5)$$

(ср. (2.16)).

3. Решение $\psi_1(p)$ представимо в виде

$$\psi_1(p) = const\,\delta(2M(|p_5| - M\cos\mu))\tilde{\psi}_1(p) = const.\cos\mu\,\delta(m^2 - p^2)\tilde{\psi}_1(p),$$

ж/ Появление матрицы γ^5 в разложении (3.3) - вещь совершенно неизбежная и ведущая к важным физическим следствиям. Заметим, что знак γ^5 в (3.3) может быть изменен на противоположный (более подробно об этом см./17/).

где $\tilde{\varphi}_1(p)$ – спинорная волновая функция, удовлетворяющая уравнению

$$\left[\not{p} - M\gamma^5(1-\cos\mu) - 2M\sin\tfrac{\mu}{2}\right]\tilde{\varphi}_1(p)=0\,. \tag{3.6}$$

В пределе $M\to\infty$ уравнение (3.6) совпадает с (3.I). Легко видеть, что (3.6) можно записать и так:

$$\overset{\circ}{S}(\mu)(\not{p}-m)\left[S(\mu)\tilde{\varphi}_1(p)\right]=0\,, \tag{3.7}$$

где

$$\overset{\circ}{S}(\mu)=S^{-1}(-\mu)=\frac{\cos\frac{\mu}{4}+\gamma^5\sin\frac{\mu}{4}}{\sqrt{\cos\frac{\mu}{2}}}\,. \tag{3.8}$$

Таким образом, волновая функция $S(\mu)\tilde{\varphi}_1(p)$ удовлетворяет стандартному уравнению Дирака (3.I) и при конечном M. Следовательно, мы вправе сделать вывод, что на массовой поверхности решения уравнений (3.I) и (3.4) полностью эквивалентны друг другу (ср. со скалярным случаем, рассмотренным в § 2).

Прежде чем двигаться дальше, обратим внимание на один важный момент, не имеющий аналога в обычной теории. Оказывается, факторизация (3.3) нового уравнения Клейна–Гордона не является единственно возможной. Помимо нее, существует другой, совершенно независимый способ разложения оператора $2M(p_5 - M\cos\mu)$ на матричные множители, и, следовательно, можно развить еще одну теорию спинорного поля. Действительно, нетрудно проверить, что

$$2M(p_5 - M\cos\mu)\psi(p,p_5)=$$

$$=\left[\not{p}-\gamma^5(p_5+M)+2M\cos\tfrac{\mu}{2}\right]\left[\not{p}-\gamma^5(p_5+M)-2M\cos\tfrac{\mu}{2}\right]\psi(p,p_5)=0. \tag{3.9}$$

Положим поэтому

$$\left[\not{p}-\gamma^5(p_5+M)-2M\cos\tfrac{\mu}{2}\right]\psi_{exotic}(p,p_5)=0, \tag{3.10}$$

где из самого обозначения ясно, что мы назвали новое поле экзотическим, отличая его тем самым от обычного поля, описываемого уравнением (3.4).

Анализируя (3.I0) и его решения, можно прийти к следующим выводам:
I. Уравнения (3.9) и (2.I2) выполняются в силу (3.I0).
2. При $p_5=-|p_5|$

$$\psi_{exotic}(p,-|p_5|)\equiv\psi^{(2)}_{exotic}(p)=0. \tag{3.II}$$

3. При $p_5=|p_5|$ имеем

$$\psi_{exotic}(p,|p_5|)\equiv\psi^{(1)}_{exotic}(p)=const\cdot\cos\mu\,\delta(p^2-m^2)\,\tilde{\varphi}^{(1)}_{exotic}(p),$$

причем

$$\left[\not{p}-M\gamma^5(1+\cos\mu)-2M\cos\tfrac{\mu}{2}\right]\tilde{\varphi}^{(1)}_{exotic}(p)=0. \tag{3.I2}$$

В пределе $M\to\infty$ находим отсюда

$$M(\gamma^5+1)\tilde{\varphi}^{(1)}_{exotic}(p)=0\,, \tag{3.I3}$$

что не имеет ничего общего с уравнением Дирака (3.I)!

4. При $m\neq 0$ уравнение (3.I2) преобразуется к виду

$$S_{exotic}(\mu)(\not{p}-m)\left[S_{exotic}(\mu)\tilde{\varphi}^{(1)}_{exotic}(p)\right]=0\,, \tag{3.I4}$$

где

$$S_{exotic}(\mu)=\frac{\cos\frac{\pi-\mu}{4}+\gamma^5\sin\frac{\pi-\mu}{4}}{\sqrt{\sin\frac{\mu}{2}}}\,. \tag{3.I5}$$

Таким образом, волновая функция $S^{(\mu)}_{exotic}\tilde{\varphi}^{(1)}_{exotic}(p)$ удовлетворяет стандартному уравнению (3.I) и описывает свободную дираковскую частицу со спином I/2 и массой m, лежащей в интервале $0<m\leq M$. Следовательно, на массовой поверхности $p^2=m^2$ при $m\neq 0$ все три уравнения Дирака, (3.I), (3.4) и (3.I0), физически эквивалентны[*].

---

[*] Различия в физических свойствах обычных и экзотических частиц будут вскрыты при рассмотрении взаимодействующих полей.

4. Матрица (3.I5) сингулярна в точке $\mu = 0$, и поэтому формула (3.I4) в данном случае не существует. Из (3.I2), полагая $\mu = 0$, находим:

$$[\gamma - 2M(\gamma^5 + 1)]\, \tilde{\psi}^{(1)}_{exotic}(p) = 0 \quad ; \; p^2 = 0 . \qquad (3.I6)$$

Поскольку волновой оператор в (3.I6) явно зависит от фундаментальной массы M, то это означает, что экзотические дираковские частицы нулевой массы - какие-то существенно новые объекты.

Дальнейшее рассмотрение обычного и экзотического дираковских полей будет проводиться совместно, но без дублирования сходных соотношений.

Прежде всего, заметим, что весь аппарат, развитый нами в скалярном варианте (§ 2), переносится в спинорную теорию без каких-либо принципиальных изменений. В частности, если к спинорным полям $\psi(p, p_5)$ и $\psi_{exotic}(p, p_5)$, удовлетворяющим уравнениям движения (3.4) и (3.I0), применить пятимерное преобразование Фурье (2.2I), то в результате мы придем к локальному 5-мерному формализму в конфигурационном пространстве.

Например, для обычного поля $\psi(x, x^5)$ получается следующая система дифференциальных уравнений (ср. (2.32)):

$$\left(i\gamma + i\gamma^5 \frac{\partial}{\partial x^5} - M\gamma^5 - 2M \sin\tfrac{\mu}{2} \right) \psi(x, x^5) = 0, \qquad (3.I7)$$

$$\left(\frac{1}{M} \frac{\partial}{\partial x^5} \gamma - \frac{\gamma^5 \Box}{M} - M\gamma^5 + i\gamma^5 \frac{\partial}{\partial x^5} + 2i \sin\tfrac{\mu}{2} \frac{\partial}{\partial x^5} \right) \psi(x, x^5) = 0. \qquad (3.I8)$$

После несложных преобразований эта система сводится к следующим простым соотношениям (ср. (2.33)-(2.34)):

$$\psi(x, x^5) = e^{-i M \cos\mu \, x^5} \psi(x, 0), \qquad (3.I9а)$$

$$(i\gamma - m) \left[S(\mu) \psi(x, 0) \right] = 0 , \qquad (3.I9б)$$

где матрица $S(\mu)$ определена в (3.8).

Займемся теперь евклидовой формулировкой данной теории. Прежде всего определим "евклидовы γ -матрицы", полагая

$$\{\gamma_m, \gamma_n\} = -2\delta_{mn} \; ; m,n = 1,2,3,4. \qquad (3.20)$$

$$\gamma^m = -\gamma_m = \gamma_m^+ = \gamma_5 \gamma_m \gamma_5 \quad , \; \gamma_5 = \gamma^5 = \begin{pmatrix} 0 & E \\ E & 0 \end{pmatrix} .$$

Далее заметим (ср. (3.3) и (3.9)), что

$$2M(p_5 - M\cos\mu) = \left[2M \sin\tfrac{\mu}{2} - p_n\gamma_n + (p_5 - M)\gamma^5 \right] \cdot \left[2M \sin\tfrac{\mu}{2} + p_n\gamma_n - (p_5 - M)\gamma^5 \right] , \qquad (3.2Iа)$$

$$2M(p_5 - M\cos\mu) = \left[-p_n\gamma_n - (p_5 + M)\gamma^5 + 2M \cos\tfrac{\mu}{2} \right] \cdot \left[-p_n\gamma_n - (p_5 + M)\gamma^5 - 2M \cos\tfrac{\mu}{2} \right] , \qquad (3.2Iб)$$

где $(p_1, p_2, p_3, p_4, p_5) = p_L$ есть 5-импульс, нормированный условием (2.39).

Сравнивая эти соотношения с (3.3) и (3.9), мы вправе выбрать выражения

$$p_n\gamma_n - (p_5 - M)\gamma^5 + 2M \sin\tfrac{\mu}{2} \equiv K(p) \qquad (3.22)$$

$$-p_n\gamma_n - (p_5 + M)\gamma^5 - 2M \cos\tfrac{\mu}{2} \equiv K_{exotic}(p) \qquad (3.23)$$

в качестве евклидовых операторов Дирака для обычного и экзотического полей, соответственно.

Для построения евклидовых интегралов действия $S^{(0)}_{(E)}$ и $S^{(0)}_{(E)exotic}$ воспользуемся алгоритмом (2.69). Определяя сопряженные спиноры как $\overline{\psi} = \psi^+ \gamma^5$ и принимая во внимание (3.22)-(3.23), будем иметь:

$$S^{(0)}_{(E)} = 4\pi M \int \varepsilon(p_5)\, \delta(p_L p^L - M^2)\, d^5p\, \overline{\psi}(p, p_5) \left[p_n\gamma_n - (p_5 - M)\gamma^5 + 2M \sin\tfrac{\mu}{2} \right] \psi(p, p_5) \qquad (3.24)$$

$$S^{(0)}_{(E)exotic} = 4\pi M \int \varepsilon(p_5)\, \delta(p_L p^L - M^2)\, d^5p\, \overline{\psi}_{exotic}(p, p_5) \left[-p_n\gamma_n - (p_5 + M)\gamma^5 - 2M \cos\tfrac{\mu}{2} \right] \psi_{exotic}(p, p_5) \qquad (3.25)$$

Теперь введем в рассмотрение поля $\psi(x,x^5)$, $\bar{\psi}(x,x^5)$, $\psi_{exotic}(x,x^5)$ и $\bar{\psi}_{exotic}(x,x^5)$, опираясь на 5-разложения Фурье типа (2.42). Все эти величины удовлетворяют дифференциальному уравнению (2.44). Легко убедиться далее, что в пятимерном конфигурационном представлении действие (3.24) принимает вид (ср. (2.50))

$$
\begin{aligned}
S^{(0)}_{(E)} &= \int L^{(0)}_{(E)}(x,x^5)\,d^4x = \\
&= \frac{1}{2}\int d^4x \Big\{ \bar{\psi}(x,x^5)\Big[-i\gamma_n \frac{\partial}{\partial x_n} + M\gamma^5 + 2M\sin\frac{\mu}{2}\Big]\frac{i}{M}\,\frac{\partial\psi(x,x^5)}{\partial x^5} + \\
&+ \overline{\Big(\frac{i}{M}\,\frac{\partial\psi(x,x^5)}{\partial x^5}\Big)}\Big(-i\gamma_n\frac{\partial}{\partial x_n} + M\gamma^5 + 2M\sin\frac{\mu}{2}\Big)\psi(x,x^5) - \\
&- M\bar{\psi}(x,x^5)\gamma^5\psi(x,x^5) - \frac{1}{M}\,\frac{\partial\bar{\psi}(x,x^5)}{\partial x_n}\gamma^5\,\frac{\partial\psi(x,x^5)}{\partial x_n} - \\
&- \frac{1}{M}\overline{\Big(i\,\frac{\partial\psi(x,x^5)}{\partial x^5}\Big)}\gamma^5\Big(i\,\frac{\partial\psi(x,x^5)}{\partial x^5}\Big)\Big\},
\end{aligned}
\qquad (3.26)
$$

причем в силу (2.44)

$$
\frac{\partial S^{(0)}_{(E)}}{\partial x^5} = 0 . \qquad (3.27)
$$

Переход в (3.26) к расширенным полям $\hat{\psi}(x,x^5)$ и $\hat{\bar{\psi}}(x,x^5)$ осуществляется по той же схеме, что и в скалярном случае. Мы просто избавляемся от наложенных на $\psi(x,x^5)$ и $\bar{\psi}(x,x^5)$ "связей" (2.44), решая эти уравнения при следующих начальных данных (ср. (2.45) и (2.48)):

$$
\begin{cases}
\psi(x,0) = \hat{\psi}(x,0) \equiv \psi(x) = \dfrac{M}{(2\pi)^{3/2}}\displaystyle\int e^{ip_nx_n}\Big[\frac{\psi_1(p)+\psi_2(p)}{|p_5|}\Big]d^4p \\
i\dfrac{\partial\psi(x,0)}{M\partial x^5} = i\dfrac{\partial\hat{\psi}(x,0)}{M\partial x^5} \equiv \chi(x) = \dfrac{1}{(2\pi)^{3/2}}\displaystyle\int e^{ip_nx_n}\big[\psi_1(p)-\psi_2(p)\big]d^4p
\end{cases}
\qquad (3.28)
$$

$$
\begin{cases}
\bar{\psi}(x,0) = \hat{\bar{\psi}}(x,0) \equiv \bar{\psi}(x) = \dfrac{M}{(2\pi)^{3/2}}\displaystyle\int e^{-ip_nx_n}\Big[\frac{\bar{\psi}_1(p)+\bar{\psi}_2(p)}{|p_5|}\Big]d^4p \\
i\dfrac{\partial\bar{\psi}(x,0)}{M\partial x^5} = i\dfrac{\partial\hat{\bar{\psi}}(x,0)}{M\partial x^5} \equiv \bar{\chi}(x) = \dfrac{1}{(2\pi)^{3/2}}\displaystyle\int e^{-ip_nx_n}\big[\bar{\psi}_1(p)-\bar{\psi}_2(p)\big]d^4p
\end{cases}
\qquad (3.29)
$$

В результате для действия (3.26) получается искомое выражение (ср. (2.73)):

$$
\begin{aligned}
S^{(0)}_{(E)} &= \int \delta(x_5)\,d^5x\,\hat{L}^{(0)}_{(E)}(x,x^5) = \\
&= \frac{1}{2}\int \delta(x_5)\,d^5x \Big\{ \hat{\bar{\psi}}(x,x_5)\Big[-i\gamma_n\frac{\partial}{\partial x_n} + M\gamma^5 + 2M\sin\frac{\mu}{2}\Big]\frac{i}{M}\,\frac{\partial\hat{\psi}(x,x^5)}{\partial x^5} + \\
&+ \overline{\Big(\frac{i}{M}\,\frac{\partial\hat{\psi}(x,x^5)}{\partial x^5}\Big)}\Big(-i\gamma_n\frac{\partial}{\partial x_n} + M\gamma^5 + 2M\sin\frac{\mu}{2}\Big)\hat{\psi}(x,x^5) - \\
&- M\hat{\bar{\psi}}(x,x^5)\gamma^5\hat{\psi}(x,x^5) - \frac{1}{M}\,\frac{\partial\hat{\bar{\psi}}(x,x^5)}{\partial x_n}\gamma^5\,\frac{\partial\hat{\psi}(x,x^5)}{\partial x_n} - \\
&- \frac{1}{M}\overline{\Big(i\,\frac{\partial\hat{\psi}(x,x^5)}{\partial x^5}\Big)}\gamma^5\Big(i\,\frac{\partial\hat{\psi}(x,x^5)}{\partial x^5}\Big)\Big\}.
\end{aligned}
\qquad (3.30)
$$

Подобным образом записывается, конечно, и $S^{(0)}_{(E)exotic}$.

Аналогом (2.5Ia), очевидно, является следующее представление $S^{(0)}_{(E)}$:

$$
\begin{aligned}
S^{(0)}_{(E)} &= \int L^{(0)}_{(E)}(x,0)\,d^4x = \frac{1}{2}\int d^4x\Big[\bar{\psi}(x)\Big(-i\gamma_n\frac{\partial}{\partial x_n} + M\gamma^5 + 2M\sin\frac{\mu}{2}\Big)\chi(x) + \\
&+ \bar{\chi}(x)\Big(-i\gamma_n\frac{\partial}{\partial x_n} + M\gamma^5 + 2M\sin\frac{\mu}{2}\Big)\psi(x) - \\
&- M\bar{\psi}(x)\gamma^5\psi(x) - \frac{1}{M}\,\frac{\partial\bar{\psi}(x)}{\partial x_n}\gamma^5\frac{\partial\psi(x)}{\partial x_n} - M\bar{\chi}(x)\gamma^5\chi(x)\Big].
\end{aligned}
\qquad (3.3I)
$$

Лагранжиан $L^{(0)}_{(E)}(x,0)$ содержит "нетрадиционные" для теории свободного спинорного поля члены, например, $\frac{1}{M}\frac{\partial\bar{\psi}(x)}{\partial x_n}\gamma^5\frac{\partial\psi(x)}{\partial x_n}$, и вообще мало похож на стандартное выражение $\bar{\psi}(x)(-i\frac{\partial}{\partial x_n}\gamma^n + m)\psi(x)$. Это непосредственно связано с наличием в нашем аппарате вспомогательных полей $\chi(x)$ и $\bar{\chi}(x)$ (соответственно, $\psi_2(p)$ и $\bar{\psi}_2(p)$). Как мы знаем, эти переменные обеспечивают более детальное описание данной полевой системы, согласованное с принципом Маркова (I.3). Можно сказать, что интегрирование по ним превращает теорию из "микроскопической" в "эффективную".

Если, отправляясь от (3.3I), определить эффективное свободное действие $S^{(0)}_{eff}[\bar{\psi},\psi]$ (ср. (2.63))[x]

---

[x] Подразумевается, что интегрирование в (3.32) производится по бесконечной грассмановой алгебре.

$$e^{-S_{eff}^{(0)}[\bar\Psi,\Psi]} = const \int e^{-S_{(E)}^{(0)}} d[\bar\chi(x)]\, d[\chi(x)], \qquad (3.32)$$

то нетрудно убедиться, что

$$S_{eff}^{(0)}[\bar\Psi,\Psi] = \int d^4x\, \bar\Psi(x)\Big[-i\gamma_n \frac{\partial}{\partial x_n} + (1-\cos\mu) M\gamma^5 + 2M \sin\frac{\mu}{2}\Big]\Psi(x) =$$

$$= \int \big(\overline{S(\mu)\Psi(x)}\big)\Big(-i\gamma_n\frac{\partial}{\partial x_n} + m\Big)\big(S(\mu)\Psi(x)\big)\, d^4x, \qquad (3.33)$$

где $S(\mu) = \dfrac{\cos\frac{\mu}{4} + \gamma^5 \sin\frac{\mu}{4}}{\sqrt{\cos\frac{\mu}{2}}}$.

Таким образом, мы пришли к стандартной теории свободного евклидова спинорного поля $S(\mu)\Psi(x)$ [*].

В соответствии со стратегической линией, намеченной в конце §2, первичное электромагнитное взаимодействие в нашем подходе должно вводиться с помощью минимальной подстановки (2.75) в интеграле действия (3.30), т.е. на микроскопическом уровне.

§ 4

Напомним (см. § 2), что теперь нашей задачей является построение калибровочно-инвариантного евклидова действия для свободного электромагнитного поля в форме интеграла (2.77).

По традиции начнем со свободных уравнений Максвелла в стандартной КТП

$$-p^2 A_\mu(p) + p_\mu\,(p\cdot A(p)) = 0 \qquad (4.1)$$

и попытаемся перенести их на новую геометрическую арену – поверхность (2.8). Вначале, в точной аналогии с (2.12), получаем:

$$(p_5+M)\Big[(p_5-M)A_\mu(p,p_5) + \frac{p_\mu\,(p\cdot A(p,p_5))}{p_5+M}\Big] = 0 \qquad (4.2)$$

[*] Поучительно сопоставить это наблюдение с результатами, полученными при изучении уравнения (3.4) (см. пункт 3), а также с (3.19б)

где, как обычно,

$$A_\mu(p,p_5) = \begin{pmatrix} A_\mu(p,|p_5|) \\ A_\mu(p,-|p_5|) \end{pmatrix} \equiv \begin{pmatrix} A_\mu^{(1)}(p) \\ A_\mu^{(2)}(p) \end{pmatrix}, \quad |p_5| = \sqrt{M^2-p^2}, \qquad (4.3)$$

причем из-за нейтральности электромагнитного поля

$$A_\mu^{+}(p,p_5) = A_\mu(-p,p_5) \qquad (4.4)$$

(ср. (2.18)).

Далее кажется естественным постулировать новое уравнение движения для поля $A_\mu(p,p_5)$ в виде (ср. (2.13)):

$$2M(p_5-M)A_\mu(p,p_5) + \frac{2M p_\mu\,(p\cdot A(p,p_5))}{p_5+M} = 0. \qquad (4.5)$$

Однако, отправляясь от (4.4), невозможно развить формулировку электромагнитной теории в конфигурационном представлении в духе тех локальных 5-мерных схем, которые естественным образом строились на базе нового уравнения Клейна-Гордона (2.13) и новых уравнений Дирака (3.4) и (3.10). Все дело в том, что (4.5) содержит фактор $\frac{1}{p_5+M}$, от которого никак не удается избавиться, переходя по формулам (2.26)-(2.27) к полевым переменным $A_\mu(p,x^5)$ и $\frac{1}{M}\frac{\partial A_\mu(p,x^5)}{\partial x^5}$. Единственный выход из этого затруднения – ввести новое вспомогательное поле

$$A_5(p,p_5) \equiv \frac{p\cdot A(p,p_5)}{p_5+M} = -A_5^{+}(-p,p_5). \qquad (4.6)$$

Тогда вместо (4.4) мы будем иметь следующую систему уравнений:

$$\begin{cases} 2M(p_5-M)A_\mu(p,p_5) + 2M p_\mu A_5(p,p_5) = 0, \\ p\cdot A(p,p_5) - (p_5+M)A_5(p,p_5) = 0. \end{cases} \qquad (4.7)$$

Ее мы и будем рассматривать как искомое обобщение системы уравнений Максвелла (4.1) [*]. Таким образом, на сцене появился электромагнитный 5-потенциал

$$A_L(p,p_5) = (A_\mu(p,p_5)\ ,\ A_5(p,p_5)). \qquad (4.8)$$

Из самого нашего построения очевидно, что 4-потенциал $A_\mu(p,p_5)$ по-прежнему удовлетворяет классическим максвелловским уравнениям (4.I).

Для поперечного поля $A_\mu^\perp(p,p_5) = A_\mu(p,p_5) - \frac{p_\mu(pA)}{p^2}$ из (4.7) находим новое уравнение Даламбера (ср. (2.I3)) при $\mu = 0$):

$$2M(p_5 - M)A_\mu^\perp(p,p_5) = 0. \qquad (4.9)$$

Отсюда следует, что

$$A_\mu^\perp(p, -|p_5|) = A_\mu^{(2)\perp}(p) = 0 \qquad (4.I0)$$

(ср. (2.I6), (3.5) и (3.I1)). Таким образом, на массовой поверхности $p^2 = 0$ обе системы уравнений,(4.I) и (4.7), описывают одно и то же свободное поперечное электромагнитное поле. Степени свободы $p \cdot A(p,p_5)$ и $A_5(p,p_5)$ являются чисто калибровочными. Из (4.7) следует, что они подчиняются системе уравнений

$$\begin{aligned} &(p_5 - M)(pA) + p^2 A_5 = 0, \\ &(pA) - (p_5 + M)A_5 = 0. \end{aligned} \qquad (4.I1)$$

Она имеет нетривиальное решение, поскольку, в силу (2.8),

$$\det \begin{vmatrix} p_5 - M & \frac{p^2}{M} \\ M & -(p_5 + M) \end{vmatrix} = M^2 - p^2 - p_5^2 = 0.$$

В частности, при $p = |p_5| > 0$,

$$A_5(p, |p_5|) \equiv A_5^{(1)}(p) = \frac{pA^{(1)}(p)}{|p_5| + M}, \qquad (4.I2)$$

т.е. компонента $A_5^{(1)}(p)$ представляет собой вспомогательное штюкельбергово поле /21/.

Нетрудно видеть, что система (4.7) остается инвариантной при следующей замене 5-потенциала:

$$\begin{aligned} &A_\mu(p,p_5) \to A_\mu(p,p_5) + i\, p_\mu \lambda(p,p_5), \\ &A_5(p,p_5) \to A_5(p,p_5) - i(p_5 - M)\lambda(p,p_5), \end{aligned} \qquad (4.I3)$$

где $\lambda(p,p_5) = \lambda^+(-p,p_5)$ – произвольная функция, заданная на гиперсфере (2.8).

Подвергая далее величины $A_L(p,p_5)$ $(L = 0,1,2,3,5)$ и $\lambda(p,p_5)$ 5-мерным преобразованиям Фурье (2.2I), можно удостовериться в том, что (4.I1) превращается в систему дифференциальных уравнений в духе (2.32) и (3.I7)-(3.I8) для поля $A_L(x,x^5)$, а (4.I3) – в локальное по всем пяти координатам калибровочное преобразование всех компонент $A_L(x,x^5)$. Мы, однако, не будем на этом останавливаться, а сразу перейдем к адекватной евклидовой формулировке данной теории.

Электромагнитный 5-потенциал в евклидовом формализме имеет следующие составляющие

$$\begin{aligned} A_L(p,p_5) &= (A_1(p,p_5), A_2(p,p_5), A_3(p,p_5), A_4(p,p_5), A_5(p,p_5)) = \\ &= (A_n^+(-p,p_5), -A_5^+(-p,p_5)), \end{aligned} \qquad (4.I4)$$

где, как обычно, компоненты 5-импульса связаны уравнением (2.39).

Если принять во внимание (4.7) и (2.5Iв), то евклидово действие $S_{(E)}^{(em)}$ для свободного электромагнитного поля должно записываться в виде:

$$S_{(E)}^{(em)} = 2\pi M \int \varepsilon(p_5)\, \delta(p_L p^L - M^2)\, d^5p\, 2M(p_5 - M\cos\mu) \left| A_n(p,p_5) - \frac{p_n A_5(p,p_5)}{p_5 - M} \right|^2. \qquad (4.I5)$$

Будем считать далее, что величины $A_L(x,x_5)$ задаются 5-интегралами Фурье (2.42) и, соответственно, имеют место обратные преобразования (2.43) к компонентам $A_L^{(1,2)}(p)$, определенным формулами типа (2.40). Из (4.I4) следует, что

$$\begin{aligned} A_n^+(x,x^5) &= A_n(x,-x^5), \\ A_5^+(x,x^5) &= -A_5(x,-x^5). \end{aligned} \qquad (4.I6)$$

Введем в рассмотрение 5-тензор

$$F_{KL}(x,x^5) = \frac{\partial(e^{iMx^5}A_K(x,x^5))}{\partial x^L} - \frac{\partial(e^{iMx^5}A_L(x,x^5))}{\partial x^K}, \quad (4.17)$$

$$K,L = 1,2,3,4,5.$$

Отсюда и из (4.16) вытекает*/:

$$F_{kl}(x,x^5) = F^{kl}(x,x^5) = F^{+}_{kl}(x,-x^5) = e^{iMx_5}\left(\frac{\partial A_l(x,x^5)}{\partial x_k} - \frac{\partial A_k(x,x^5)}{\partial x_l}\right),$$

$$k,l = 1,2,3,4. \quad (4.18)$$

$$F_{5l}(x,x^5) = -F^{5l}(x,x^5) = -\left(F_{5l}(x,-x^5)\right)^{+} = \quad (4.19)$$

$$= -ie^{iMx_5}\left[MA_l(x,x_5) - i\frac{\partial A_l(x,x^5)}{\partial x^5} - i\frac{\partial A_5(x,x^5)}{\partial x_l}\right].$$

Прямое вычисление показывает, что в 5-мерном конфигурационном представлении действие (4.15) принимает вид:

$$S^{(em)}_{(E)} = \int d^4x\, L^{(em)}_{(E)}(x,x^5) =$$

$$= \int d^4x \left[\frac{1}{4}F_{KL}(x,x^5)F^{KL}(x,-x^5) + \frac{1}{2}\left|\frac{\partial(e^{iMx^5}A_L(x,x^5))}{\partial x_L} - 2iMe^{iMx^5}A_5(x,x^5)\right|^2\right]. \quad (4.20)$$

Как и прежде, мы имеем здесь дело с интегралом движения уравнения $\left(\frac{\partial^2}{\partial x_5^2} - \frac{\partial^2}{\partial x_n^2} + M^2\right)A_L(x,x^5) = 0$, т.е.

$$\frac{\partial S^{(em)}_{(E)}}{\partial x^5} = 0.$$

После перехода в (4.20) к расширенным операторам $\hat{A}_L(x,x^5)$ (см. (2.49)) получаем:

$$\hat{S}^{(em)}_{(E)} = \int \delta(x_5)\, d^4x\, \hat{L}^{(em)}_{(E)}(x,x^5) =$$

*/ Необходимо помнить, что $x^L = (x^1,x^2,x^3,x^4,x^5) = (-x_1,-x_2,-x_3,-x_4,x_5) = g^{LN}x_N$ (см. (2.39) и далее).

$$= \int \delta(x_5)\, d^5x \left[\frac{1}{4}\hat{F}_{KL}(x,x^5)\hat{F}^{KL}(x,-x^5) + \frac{1}{2}\left|\frac{\partial(e^{iMx^5}\hat{A}_L(x,x^5))}{\partial x_L} - 2iMe^{iMx^5}\hat{A}_5(x,x^5)\right|^2\right] \quad (4.21)$$

Если положить

$$\hat{B}_L(x,x^5) \equiv e^{iMx^5}\hat{A}_L(x,x^5), \quad (4.22)$$

то нетрудно убедиться, что функционал (4.21) остается инвариантным при следующем калибровочном преобразовании расширенного 5-потенциала $\hat{B}_L(x,x^5)$:

$$\hat{B}_L(x,x^5) \to \hat{B}_L(x,x^5) - \frac{\partial}{\partial x^L}\left(e^{iMx^5}\lambda(x,x^5)\right), \quad (4.23)$$

где функция $\lambda(x,x^5)$ подчиняется условиям

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x_5^2} - \frac{\partial^2}{\partial x_n^2} + M^2\right)\lambda(x,x^5) = 0 \quad (4.24а)$$

$$\lambda^{+}(x,x^5) = \lambda(x,-x^5). \quad (4.24б)$$

Условие (4.24б) есть простое следствие (4.16), а ограничение (4.24а) непосредственно связано со структурой второго "неинвариантного" слагаемого в пятимерной лагранжевой плотности $\hat{L}^{(em)}_{(E)}(x,x^5)$ из (4.21). Таким образом, калибровочная симметрия действия (4.21) имеет облик нарушенной локальной калибровочной симметрии в пяти измерениях, причем характер этого нарушения описывается уравнением (4.24а). Поскольку решение (4.24а) всегда можно представить в виде интеграла (2.42)

$$\lambda(x,x^5) = \frac{2M}{(2\pi)^{3/2}}\int e^{-ip_Lx^L}\delta(p_Lp^L - M^2)\lambda(p,p_5)\,d^5p, \quad (4.25)$$

то класс допустимых калибровочных λ-функций в импульсном представлении определяется функционалом (ср. (2.20))

$$\delta(p_5^2 - p_n^2 - M^2)\lambda(p,p_5). \quad (4.26)$$

Это эквивалентно, как мы знаем, двухкомпонентной структуре функций $\lambda(p,p_5)$:

$$\lambda(p,p_5) = \begin{pmatrix} \lambda(p,|p_5|) \\ \lambda(p,-|p_5|) \end{pmatrix} \equiv \begin{pmatrix} \lambda_1(p) \\ \lambda_2(p) \end{pmatrix}. \tag{4.27}$$

Таким образом, новая группа калибровочных преобразований (4.23) как бы "вдвое шире" стандартной калибровочной группы, что находится в полном соответствии с появлением в нашем описании электромагнитного поля дополнительных компонент $A_L^{(2)}(p)$.

Ясно, что независимые вещественные функции

$$\lambda(x,0) = \lambda^{+}(x,0) = \frac{M}{(2\pi)^{3/2}} \int e^{ip_n x_n} d^4p \, \frac{\lambda_1(p)+\lambda_2(p)}{|p_5|}$$
$$i\frac{\partial\lambda(x,0)}{M\partial x^5} = \left(i\frac{\partial\lambda(x,0)}{M\partial x^5}\right)^{+} = \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} \int e^{ip_n x_n} d^4p \left[\lambda_1(p)-\lambda_2(p)\right] \tag{4.28}$$

играют роль начальных данных Коши для уравнения (4.24a).

Сопоставляя функционалы (2.77) и (4.21), с учетом (4.22) и (4.23)-(4.24), мы вправе заключить, что поставленная нами задача решена. Калибровочно-инвариантное описание свободного электромагнитного поля в терминах расширенного 5-потенциала $\hat{B}_L(x,x^5)$ оказалось в данном подходе столь же естественным, как и аналогичный формализм в теории скалярного и спинорного полей.

Сравнивая (2.76) и (4.23)-(4.24), находим, что

$$S(x,x^5) = e^{ie\lambda(x,x^5)e^{iMx^5}} = \left[S^{+}(x,-x^5)\right]^{-1} \tag{4.29}$$

(e – электрический заряд),

где $\lambda(x,x^5)$ удовлетворяет (4.24a)-(4.24б).

Следовательно, расширенные спинорные поля $\hat{\Psi}(x,x^5)$ и $\hat{\bar{\Psi}}(x,x^5)$ при калибровочных преобразованиях (4.22) 5-потенциала $\hat{B}_L(x,x^5)$ трансформируются по закону (ср. (2.74))

$$\hat{\Psi}(x,x^5) \to e^{ie\lambda(x,x^5)e^{iMx^5}} \hat{\Psi}(x,x^5)$$
$$\hat{\bar{\Psi}}(x,x^5) \to e^{-ie\lambda(x,-x^5)e^{-iMx^5}} \hat{\bar{\Psi}}(x,x^5). \tag{4.30}$$

Соответственно, ковариантная производная (2.75) имеет вид:

$$D_L = \frac{\partial}{\partial x^L} + ie\,\hat{B}_L(x,x^5) = \frac{\partial}{\partial x^L} + ie\,e^{iMx_5}\hat{A}_L(x,x^5). \tag{4.31}$$

В терминах (4.31) расширенный 5-тензор (4.17) записывается как коммутатор

$$[D_K, D_L] = -ie\,\hat{F}_{KL}(x,x^5), \qquad K,L = 1,2,3,4,5. \tag{4.32}$$

Наконец, приведем явный вид калибровочных преобразований на гиперплоскости $x_5 = 0$, которым подвергаются начальные данные наших полей:

$$\begin{pmatrix} \psi(x) \\ \chi(x) \end{pmatrix} \to e^{ie\lambda(x,0)} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{e}{M}\frac{\partial\lambda(x,0)}{\partial x^5} - ie\lambda(x,0) & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \psi(x) \\ \chi(x) \end{pmatrix} \tag{4.33}$$

$$\begin{cases} A_n(x) \to A_n(x) + \dfrac{\partial\lambda(x,0)}{\partial x_n} \\[2ex] i\dfrac{\partial A_n(x,0)}{M\partial x^5} \to i\dfrac{\partial A_n(x,0)}{M\partial x^5} + \dfrac{\partial}{\partial x^n}\left(\dfrac{i}{M}\dfrac{\partial\lambda(x,0)}{\partial x^5}\right) \end{cases} \tag{4.34}$$

$$\begin{cases} iA_5(x,0) \to iA_5(x,0) + M\lambda(x,0) - i\dfrac{\partial\lambda(x,0)}{\partial x^5} \\[2ex] \dfrac{\partial A_5(x,0)}{\partial x^5} \to \dfrac{\partial A_5(x,0)}{\partial x^5} - iM\dfrac{\partial\lambda(x,0)}{\partial x^5} + M^2\lambda(x,0) - \Box_E\lambda(x,0). \end{cases} \tag{4.35}$$

Мы учли здесь соотношения (2.72), (3.28), (4.28) и ввели обозначение

$$A_n(x,0) = A_n^{+}(x,0) \equiv A_n(x). \tag{4.36}$$

Согласно (2.78), для получения полного евклидова действия новой КЭД, описывающей взаимодействие электромагнитного поля и "обычного" дираковского поля, необходимо сложить интегралы (4.21) и (3.30), предварительно заменив в последнем компоненты 5-градиента $\frac{\partial}{\partial x^L}$ на ковариантные производные (4.31). Поскольку в исходной лагранжевой плотности (3.30) имеется слагаемое

$$\hat{\bar{\Psi}}(x,x^5)\left(-i\gamma_n\frac{\partial}{\partial x^n}\right)\frac{i}{M}\frac{\partial\hat{\Psi}(x,x^5)}{\partial x^5}, \qquad (5.1)$$

то, учитывая некоммутативность ковариантных производных D_n и D_5, нужно вначале симметризовать (5.1) по $\frac{\partial}{\partial x^n}$ и $\frac{\partial}{\partial x^5}$. В силу (4.32) это приведет к появлению взаимодействия вида

$$\sim\frac{ie}{M}\int\delta(x_5)\,d^5x\,\hat{\bar{\Psi}}(x,x^5)\gamma_n\hat{F}_{5n}(x,x^5)\hat{\Psi}(x,x^5). \qquad (5.2)$$

Мы не будем выписывать довольно громоздкое выражение для полной пятимерной лагранжевой плотности $\hat{L}^{(tot)}_{(E)}(x,x^5)$. Важно знать, что оно существует и имеет вполне конкретный вид. После построения $L^{(tot)}_{(E)}(x,x^5)$ роль локальной пятимерной формулировки можно считать законченной. Практически работать приходится с действием вида (2.79), зависящим, и при том <u>локально</u>, от начальных данных всех участвующих полей[*].

Очевидно, что в нашем случае этот функционал (2.79) остается инвариантным относительно совместных локальных калибровочных преобразований (4.33)-(4.35), параметризуемых двумя вещественными функциями $\lambda(x,o)$ и $\frac{i}{M}\frac{\partial\lambda(x,o)}{\partial x^5}$.

Выбирая калибровку

$$A_5(x,o)=0, \qquad (5.3)$$

мы сужаем новую группу калибровочных преобразований до стандартной калибровочной группы.

---

[*] В p-представлении, в силу разложений типа (2.47), мы вправе рассматривать это действие как функционал от полевых переменных $\Psi(p,p_5)$, $\bar{\Psi}(p,p_5)$ и $A_L(p,p_5)$, заданных на гиперсфере (2.35). Следовательно, нами построена КЭД, основанная на "импульсном пространстве постоянной кривизны" (ср. с рассуждениями на стр.21, относящимися к скалярной теории).

Беря за образец формулу (2.61), легко построить в указанной калибровке производящий Z-функционал для корреляционных функций евклидовых полей[*] $\Psi(x)$, $\bar{\Psi}(x)$, $\chi(x)$, $\bar{\chi}(x)$, $A_n(x)$, $iF_{5n}(x,o)$, $\frac{\partial A_5(x,o)}{M\partial x^5}$, развить соответствующую диаграммную технику и т.д.

Поскольку $S^{(tot)}_{(E)}$ зависит от вспомогательных полей $\bar{\chi}$, χ, iF_{5n} и $\frac{\partial A_5}{M\partial x^5}$ квадратично, то нетрудно вычислить полное <u>эффективное</u> действие новой КЭД для данного случая, т.е. когда дираковское поле является "обычным":

$$e^{-S_{eff}[\bar{\Psi},\Psi,A]}=\int e^{-S^{(tot)}_{(E)}}\,d[\bar{\chi}(x)]\,d[\chi(x)]\,d[iF_{5n}(x,o)]\,d\left[\frac{\partial A_5(x,o)}{M\partial x^5}\right] \qquad (5.4)$$

(ср. (2.63) и (3.32); для простоты здесь принята калибровка (5.3)).

Как видно из (3.33), вклад свободного дираковского поля в $S_{eff}[\bar{\Psi},\Psi,A]$ будет иметь стандартный вид, если поля $\Psi(x)$ и $\bar{\Psi}(x)$ подвергнуть преобразованию

$$\begin{aligned}\Psi(x)&\to S^{-1}(\mu)\,\Psi(x),\\ \bar{\Psi}(x)&\to \bar{S}^{-1}(\mu)\,\Psi(x),\end{aligned} \qquad (5.5)$$

где

$$S^{-1}(\mu)=S(-\mu)=\frac{\cos\mu/4-\gamma^5\sin\mu/4}{\sqrt{\cos\mu/4}}$$

(см. (3.8)). Учитывая данное обстоятельство, получаем следующее окончательное выражение для $S_{eff}[\bar{\Psi},\Psi,A]$ в "обычном" случае:

$$S_{eff}[\bar{\Psi},\Psi,A]=\int L_{eff}(x)\,d^4x,$$

$$\begin{aligned}L_{eff}(x)=\;&\bar{\Psi}(x)\left(-i\frac{\partial}{\partial x_n}\gamma_n-eA_n(x)\gamma_n+m\right)\Psi(x)+\frac{1}{4}F^2_{mn}(x)+\\ &+\frac{e\sin\mu/2}{4M\cos\mu/2}\bar{\Psi}(x)\sigma_{nm}\Psi(x)F_{nm}(x)-\frac{e}{4M\cos\frac{\mu}{2}}\bar{\Psi}(x)\gamma^5\sigma_{nm}\Psi(x)F_{nm}(x)-\\ &-\frac{e^2}{32M^2}\left(\bar{\Psi}(x)\gamma_n\Psi(x)\right)^2,\end{aligned} \qquad (5.6)$$

---

[*] Вместо $\frac{i}{M}\frac{\partial A_n(x,o)}{\partial x^5}$ удобно использовать калибровочно-инвариантную вещественную переменную $iF_{5n}(x,o)$.

где $\quad \sigma_{mn} = \frac{i}{2}[\gamma_m, \gamma_n] \quad , \; m = M\sin\mu.$

Легко видеть, что в пределе $M \to \infty$ все <u>неминимальные</u> взаимодействия в (5.6) исчезают, и это выражение совпадает со стандартным лагранжианом евклидовой КЭД.

Если бы мы развивали новую КЭД для "экзотического" дираковского поля, которому в свободном случае отвечает евклидово действие (3.25), то те же рассуждения, которые в "обычном" варианте теории привели нас в итоге к эффективному лагранжиану (5.6), в "экзотическом" варианте дали бы следующий результат:

$$S^{exotic}_{eff}[\bar\Psi_{exotic}, \Psi_{exotic}, A] = \int L^{exotic}_{eff}(x)\, d^4x,$$

$$L^{exotic}_{eff}(x) = \bar\Psi_{exot}(x)\Big(-i\frac{\partial}{\partial x_n}\gamma_n - eA_n(x)\gamma_n + m\Big)\Psi_{exot}(x) + \frac{1}{4}F^2_{mn}(x) +$$

$$+ \frac{e\cos\mu/2}{4M\sin\mu/2}\bar\Psi_{exot}(x)\sigma_{nm}\Psi_{exot}(x)F_{nm}(x) - \frac{e}{4M\sin\mu/2}\bar\Psi_{exot}(x)\gamma^5\sigma_{nm}\Psi_{exot}(x)F_{nm}(x) - \frac{e^2}{32M^2}\big(\bar\Psi_{exot}(x)\gamma_n\Psi_{exot}(x)\big)^2. \tag{5.7}$$

При совместном рассмотрении электромагнитных взаимодействий "обычного" и "экзотического" полей с массами $m_1 = M\sin\mu_1$ и $m_2 = M\sin\mu_2$ соответственно, суммарный эффективный лагранжиан, кроме слагаемых вида (5.7) и (5.8), включал бы еще дополнительный член

$$\frac{e^2}{16M^2}\big(\bar\Psi(x)\gamma_n\Psi(x)\big)\big(\bar\Psi_{exotic}(x)\gamma_n\Psi_{exotic}(x)\big). \tag{5.8}$$

Обратим теперь внимание на то обстоятельство, что тригонометрические функции $\sin\mu/2$ и $\cos\mu/2$ входят в (5.7) совсем не так, как в (5.6)*/. Это связано с тем, что матрицы $S(\mu)$ и $S_{exotic}(\mu)$, определенные в (3.8) и (3.15), по-разному зависят от μ. В итоге при $M \to \infty$ неминимальные тензорные члены взаимодействия в (5.7) вовсе не исчезают, а дают <u>конечный</u> вклад:

$$\lim_{M\to\infty} L^{exot}_{eff}(x) = \bar\Psi_{exot}(x)\Big(-i\frac{\partial}{\partial x_n}\gamma_n - eA_n(x)\gamma_n + m\Big)\Psi_{exot} + \frac{1}{4}F^2_{mn}(x) + \frac{e}{2m}\bar\Psi_{exot}(x)(1-\gamma^5)\sigma_{mn}\Psi_{exot}(x)F_{mn}(x). \tag{5.9}$$

---

*/ Если учесть, что $m = 2M\sin\mu/2\cos\mu/2$, то (5.7) можно получить из (5.6), меняя местами $\sin\mu/2$ и $\cos\mu/2$.

К каким физическим выводам можно прийти, анализируя полученные результаты?

I. В новой КЭД, развитой на основе принципа Маркова (I.3), заряженные фермионы проявляют необычные свойства:

I) Эти частицы могут взаимодействовать "электромагнитным образом" даже в отсутствие электромагнитного поля $(A_n(x)=0)$.

Соответствующие новые взаимодействия являются 4-фермионными и имеют константы связи $\sim \frac{e^2}{M^2}$ (см. (5.6)-(5.8)). Они ведут свое происхождение от первичного юкавского взаимодействия (5.2), входящего в полное "микроскопические" действие $S^{(tot)}_{(E)}$. Таким образом, калибровочно-инвариантное вспомогательное поле $iF_{5n}(x,o)$ выступает в роли промежуточного векторного бозона. Поскольку в свободном электромагнитном действии (4.2I) отсутствует кинетический член, отвечающий этому полю, то после интегрирования по $iF_{5n}(x,o)$ в (5.4) возникает <u>локальный</u> 4-фермионный член в эффективном действии. Согласно (4.19), в калибровке $A_5(x,o)$ имеем:

$$iF_{5n}(x,o) = \Big[M A_n(x) - i\frac{\partial A_n(x,o)}{\partial x^5}\Big]. \tag{5.10}$$

Следовательно, в отсутствие 4-потенциала $A_n(x)$ роль переносчика электромагнитного взаимодействия продолжает выполнять вспомогательное поле $i\frac{\partial A_n(x,o)}{\partial x^5}$.

2) <u>Рассматриваемые</u> частицы обладают врожденными <u>аномальными дипольными моментами</u> - магнитным и электрическим (MDM и EDM). Используя стандартные обозначения для MDM- и EDM-взаимодействий*/

$$L_{MDM} = \frac{k_m e}{4m}\bar\Psi(x)\sigma_{nm}\Psi(x)F_{nm}(x), \tag{5.11}$$

$$L_{EDM} = \frac{|k_e| e}{4m}\bar\Psi(x)\gamma^5\sigma_{nm}\Psi(x)F_{nm}(x), \tag{5.12}$$

находим из (5.6) и (5.7) следующие значения для параметров k_m и $|k_e|$:

а) обычные поля:

$$k_m = 2\sin^2\mu/2 \quad , \quad |k_e| = 2\sin\mu/2 \tag{5.13}$$

---

*/ В (5.12) мы пишем $|k_e|$, т.к. матрица γ^5 у нас определена с точностью до знака (см. примечание на отр. 27).

В пределе $M \to \infty$, очевидно,

$$k_m \simeq \frac{m^2}{2M^2}, \quad |k_e| \simeq \frac{m}{M}. \qquad (5.14)$$

Сравнивая величину k_m с результатами так называемых $(g-2)$-экспериментов, можно найти нижнюю границу для фундаментальной массы M:

$$M \gtrsim 10^3 \text{ гэв}. \qquad (5.15)$$

Из результатов опытов по поиску дипольного момента нейтрона получается значительно более жесткое ограничение[22]

$$M \gtrsim 10^{10} \text{ гэв}. \qquad (5.16)$$

Взаимодействие (5.12), ответственное за EDM, является P - и CP-нечетным. Таким образом, в рамках новой КЭД возникает чисто электромагнитный механизм нарушения CP -инвариантности[*];

б) экзотические поля:

$$K_m^{exotic} = 2\cos^2\frac{\mu}{2}, \quad |k_e^{exotic}| = 2\cos\frac{\mu}{2} \qquad (5.17)$$

В пределе $M \to \infty$, в полном соответствии с (5.9),

$$k_m^{exotic} = 2, \quad |k_e^{exotic}| = 2. \qquad (5.18)$$

Это означает, что врожденные аномальные MDM и EDM у экзотических дираковских частиц массы m даже при условии

$$m \ll M \qquad (5.19)$$

являются буквально гигантскими. По этому признаку их и надо искать (например, в экспериментах на коллайдере LEP).

В связи с выражением (5.9) для полного лагранжиана, адекватно

---

[*] Заметим, что появление матрицы γ^5 в лагранжиане взаимодействия (5.12) в конечном счете связано с тем обстоятельством, что эта матрица фигурирует в новом свободном уравнении Дирака (3.4).

описывающего "экзотическую" КЭД при "низких"[*] энергиях $E \ll M$, мы хотели бы заметить следующее. Если физические предсказания, которые можно извлечь из (5.9), подтвердятся, то это будет решающим аргументом в пользу всего нашего подхода, основанного на марковской концепции предельной массы, хотя энергиям существующих, строящихся и даже планируемых ускорителей еще очень далеко до M. Подобным образом, если бы в прошлом веке, т.е. в доквантовую и дорелятивистскую эру, было обнаружено существование позитрона (разумеется, нерелятивистского), то это, тем не менее, было бы доказательством квантовой и релятивистской природы материи. Ведь, как мы знаем сейчас, постичь, что такое позитрон, можно только в рамках релятивистской квантовой теории.

II. Фундаментальная масса M играет в развитой теории двоякую роль. С одной стороны, в соответствии с условием (1.3), M действительно есть максимально допустимое значение для массы m элементарной частицы. С другой стороны, от M зависят интенсивности новых неминимальных взаимодействий, причем константы связи 4-фермионных взаимодействий определяются величиной $\sim \frac{e^2}{M^2}$, а MDM- и EDM-взаимодействий, соответственно, $\sim \frac{e}{M}$.

Поскольку мы имеем дело с квантовой теорией поля, то лагранжианы (5.6) и (5.7) со всеми входящими в них параметрами нужно воспринимать как "затравочные". Радиационные поправки[**] вносят в это первоначальное описание существенные изменения. В частности, все константы связи становятся функциями инвариантных переданных импульсов, превращаясь в так называемые "бегущие константы".

Этой участи не могут избежать и константы связей наших неминимальных взаимодействий. Другими словами, в контексте КТП параметр M с необходимостью становится "бегущей фундаментальной массой".

В каком диапазоне изменяется эта функция? Может быть, при гигантских передаваемых импульсах наступит режим, когда $M \simeq m_{Planck}$ и, таким образом, реализуется оригинальное ограничение Маркова (1.2)? В этом случае величина $\frac{e}{M}$ будет выражаться через электрический заряд e и гравитационную постоянную Ньютона G, так что (5.8), (5.11) и (5.12) примут вид :

---

[*] Поскольку фундаментальная масса M должна быть достаточно велика (см., например, (5.16), (1.5) и, наконец, (1.2)), то диапазоны "малых" масс (5.19) и "низких" энергий $E \ll M$ могут быть очень широкими.

[**] Неважно, что в данном случае из-за неперенормируемости теории мы их пока не можем сосчитать.

$$
\begin{aligned}
&\sim e\sqrt{G}\,(\bar\Psi(x)\,\sigma_{nm}\,\Psi(x))F_{nm}(x)\\
&\sim e\sqrt{G}\,(\bar\Psi(x)\gamma^5\sigma_{nm}\,\Psi(x))F_{nm}(x)\\
&\sim e^2G\,(\bar\Psi(x)\gamma_n\Psi(x))^2\\
&\sim e^2G\,(\bar\Psi_{exotic}(x)\gamma_n\Psi_{exotic}(x))^2 \quad \text{и т.п.}
\end{aligned}
\tag{5.20}
$$

Таким образом, возникнет весьма своеобразный гибрид электромагнетизма и гравитации. Подлинный смысл взаимодействий (5.20), как, впрочем, и условия Маркова (I.2), может быть понят лишь в рамках КТП, включающей квантовую гравитацию. Есть основания полагать, что марковский принцип существования предельной массы при построении такой всеобъемлющей теории будет столь же конструктивным, как и при построении КТП без гравитации, которое обсуждалось в этом сообщении.

§ 6

В заключение хотелось бы подчеркнуть следующее:

I. Последовательное применение концепции Маркова о существовании конечного верхнего предела M для значений масс элементарных частиц приводит к новой версии локальной квантовой теории поля. Ключевая роль здесь принадлежит новым "микроскопическим" уравнениям движения для основных физических полей. Параметр M не только есть предельно допустимая масса частицы (масса "максимона"), но она выступает также и как независимый универсальный масштаб в области больших энергий и импульсов. Развитая схема предсказывает ряд новых свойств и взаимодействий у элементарных частиц и ориентирована на то, чтобы служить адекватной теоретической основой для физики сверхвысоких энергий.

При рассмотрении спинорных полей обнаруживается существование фермионов двух разных типов — "обычных" и "экзотических".

Для спинорного "максимона" это различие несущественно (см. (5.6)-(5.7) при $\mu = \frac{\pi}{2}$).

2. Нами используется евклидова формулировка новой КТП, поскольку она оказывается более простой и естественной. Аналитическое продолжение евклидовых функций Грина в релятивистскую область здесь не вызывает затруднений ввиду локальности теории.

3. Мы игнорируем проблему ультрафиолетовых расходимостей и проблему перенормируемости, которые, конечно, существуют в построенной КТП, т.к. рассчитываем, что они либо снимутся вовсе, либо потеряют свою остроту в суперсимметричных вариантах данной теории.

Я приношу искреннюю благодарность своим коллегам А.Д.Донкову, Р.М.Ибадову, М.Д.Матееву, М.В.Чижову за плодотворное стимулирующее сотрудничество. Считаю своим приятным долгом поблагодарить Н.Н.Боголюбова, Б. де Витта, А.А.Логунова и М.А.Маркова за интерес к работе и конструктивные дискуссии.

ЛИТЕРАТУРА

1. Markov M.A. Supplement of the Progress of Theoretical Physics, Commemoration Issye for 30th Anniversary of Meson Theory by Dr. H.Yukawa, 1965, p. 85;
Марков М.А. ЖЭТФ, 1966, т. 51, с. 878.
2. Markov M.A. Preprint INR P-0208, 1981.
3. Markov M.A. Preprint INR, P-0207, 1981; P-0286, 1983;
Markov M.A. Mukhanov V.F. Preprint INR, P-0331, 1984.
4. Kadyshevsky V.G. Nuclear Physics, 1978, B141, p. 477;
Kadyshevsky V.G. In: Proceedings of International Integrative Conference on Group Theory and Math.Physics, Austin, Texas (1978);
Kadyshevsky V.G. FERMILAB-Pub 78/70-THY, Sept. 1978.
Кадышевский В.Г. ЭЧАЯ, II, вып. I, с. 5 (1980).
5. Kadyshevsky V.G., Mateev M.D. Phys.Lett., 1981, 106B, p. 139.
6. Кадышевский В.Г., Матеев М.Д. ОИЯИ, Р2-83-844, Дубна, 1983;
Nuovo Cimento (in press).
7. Донков А.Д., Ибадов Р.М., Кадышевский В.Г., Матеев М.Д., Чижов М.В. ОИЯИ, Р2-84-109, Р2-84-265, Дубна, 1984.
Nuovo Cimento (in press). Труды УП Международного совещания по проблемам квантовой теории поля. Алушта, 1984 стр.172-190 Д2-84-366.
8. Newton T.D., Wigner E.P. Rev.Mod.Phys., 1949, 21, p. 400.
(русский перевод см. в книге: Е.Вигнер "Этюды о симметрии", "Мир", М., 1971, с. 277.
9. Марков М.А. Гипероны и К-мезоны, ГИФМЛ, М., 1958.
10. Киржниц Д.А. УФН, 90. 129 (1966).
11. Блохинцев Д.И. Пространство и время в микромире. М., "Наука", 1970.
12. Тамм И.Е. Собрание научных трудов. М., "Наука", 1975; т.П.
13. Ефимов Г.В. Нелокальные взаимодействия квантованных полей. "Наука", М., 1977.
14. Grisaru M.T., Siegel N. Nucl.Phys., 1982, B201, p. 292;
Mandelstam S. Nucl.Phys., 1983, B123, p. 149;
Howe P.S., Stelle K.S., West P.C. Phys.Lett., 1983, B124, p. 55;
Howe P.S., Stelle K.S. Townsend P.K. Preprint Imperial College ICTP /82-83/20, 1983.

15. Гольфанд Ю.А. ЖЭТФ, 37, 504 (1959); 43, 256 (1962); 44, 1248 (1963).
16. Кадышевский В.Г. ЖЭТФ, 41, 1885 (1961); ДАН СССР, 147, 588, 1336 (1962).
17. Кадышевский В.Г. В кн.: "Проблемы теоретической физики", посвященной памяти акад. И.Е.Тамма, Москва,"Наука",1972.
18. Donkov A.D., Kadyshevsky V.G., Mateev M.D., Mir-Kasimov R.M. Bulgar. Journ. of Physics, 1, 58, 150, 233 (1974); 2, 3 (1975).
19. Фрадкин Е.С. В кн.: "Проблемы теоретической физики", посвященной памяти акад. И.Е.Тамма, Москва,"Наука", 1972.
20. Волобуев И.П., Кадышевский В.Г., Матеев М.Д., Мир-Касимов Р.М. ТМФ, 1979, т. 40, с. 363.
21. Stückelberg E.G.G. Helv.Phys.Acta, 1938, 11, p. 225.
22. Lobashev V.M., Serebrov A.P. Journal de Physique, 45, p. C3-11, 1984.

Рукопись поступила в издательский отдел
26 ноября 1984 года.

Вниманию организаций и лиц, заинтересованных в получении публикаций Объединенного института ядерных исследований

Принимается подписка на препринты и сообщения Объединенного института ядерных исследований.

Установлена следующая стоимость подписки на 12 месяцев на издания ОИЯИ, включая пересылку, по отдельным тематическим категориям:

ИНДЕКС	ТЕМАТИКА	Цена подписки на год
1.	Экспериментальная физика высоких энергий	10 р. 80 коп.
2.	Теоретическая физика высоких энергий	17 р. 80 коп.
3.	Экспериментальная нейтронная физика	4 р. 80 коп.
4.	Теоретическая физика низких энергий	8 р. 80 коп.
5.	Математика	4 р. 80 коп.
6.	Ядерная спектроскопия и радиохимия	4 р. 80 коп.
7.	Физика тяжелых ионов	2 р. 85 коп.
8.	Криогеника	3 р. 85 коп.
9.	Ускорители	7 р. 80 коп.
10.	Автоматизация обработки экспериментальных данных	7 р. 80 коп.
11.	Вычислительная математика и техника	6 р. 80 коп.
12.	Химия	1 р. 70 коп.
13.	Техника физического эксперимента	8 р. 80 коп.
14.	Исследования твердых тел и жидкостей ядерными методами	1 р. 70 коп.
15.	Экспериментальная физика ядерных реакций при низких энергиях	1 р. 50 коп.
16.	Дозиметрия и физика защиты	1 р. 90 коп.
17.	Теория конденсированного состояния	6 р. 80 коп.
18.	Использование результатов и методов фундаментальных физических исследований в смежных областях науки и техники	2 р. 35 коп.
19.	Биофизика	1 р. 20 коп.

Подписка может быть оформлена с любого месяца текущего года.

По всем вопросам оформления подписки следует обращаться в издательский отдел ОИЯИ по адресу: 101000 Москва, Главпочтамт, п/я 79.

В Объединенном институте ядерных исследований начал выходить сборник *"Краткие сообщения ОИЯИ"*. В нем будут помещаться статьи, содержащие оригинальные научные, научно-технические, методические и прикладные результаты, требующие срочной публикации. Будучи частью "Сообщений ОИЯИ", статьи, вошедшие в сборник, имеют, как и другие издания ОИЯИ, статус официальных публикаций.

Сборник "Краткие сообщения ОИЯИ" будет выходить регулярно.

The Joint Institute for Nuclear Research begins publishing a collection of papers entitled *JINR Rapid Communications* which is a section of the JINR Communications and is intended for the accelerated publication of important results on the following subjects:

Physics of elementary particles and atomic nuclei.
Theoretical physics.
Experimental techniques and methods.
Accelerators.
Cryogenics.
Computing mathematics and methods.
Solid state physics. Liquids.
Theory of condenced matter.
Applied researches.

Being a part of the JINR Communications, the articles of new collection like all other publications of the Joint Institute for Nuclear Research have the status of official publications.

JINR Rapid Communications will be issued regularly.