сообщения
объединенного
института
ядерных
исследований
дубна

Р2-84-699

Х.М.Бештоев*

ПРИНЦИП ПАУЛИ И СКРЫТЫЕ СИММЕТРИИ

* Институт ядерных исследований АН СССР, Москва

1984

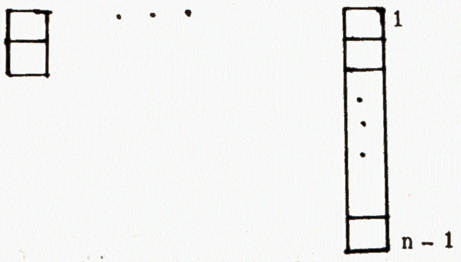
Работа посвящена изучению следствий, вытекающих из предположения о существовании групп симметрий $G_n = U_n$, SU_n, O_n, SO_n частиц с полуцелыми спинами, подчиняющихся статистике Ферми-Дирака.

Как показано в работах [1], в четырехмерном мире, описываемом группой Пуанкаре /унитарные представления/, частицы обладают спинами $S = 0, 1/2, 1, \ldots$ В рамках квантовой теории поля, какими бы внутренними симметриями ни обладали частицы, их статистика полностью определяется спинами частиц /целыми или полуцелыми/.

Предположим, что частицы, принадлежащие группе G_n, подчиняются статистике Ферми-Дирака. Группа G_n является /$n \geq 2$/ n-мерной и M-параметрической $\left(n^2, n^2 - 1, \frac{n(n-1)}{2}, \frac{n(n-1)}{2}\right)$. Для того, чтобы группа G_n реализовалась как группа точной симметрии, необходимо пространство n измерений /M параметров/.

В общем случае, чтобы реализовать $G_n \times \mathcal{P}$, необходимо пространство $n+4$ измерений /$M+10$ параметров/. /$\mathcal{P}$ - группа Пуанкаре. В [2] показано, что G_n и $\mathcal{P}$ нужно взять в виде прямого произведения G_n и $\mathcal{P}$/.

Пусть Ψ_n - функция представления группы G_n. Антисимметричные комбинации из Ψ_a, $\Psi_{[a_1 a_2]}$, ..., $\Psi_{[a_1 \ldots a_n]}$, $a_i = 1 \div n$ описываются диаграммами Юнга [3]


/1/

$\Psi_{[a_1, \ldots, a_n]} = \Psi_0$ является скаляром, не зависящим от параметров группы G_n, и антисимметризация дает

$$\Psi_{[a_k} \Psi_{[a_1, \ldots, a_n]]} \equiv 0 . \qquad /2/$$

Итак, если мы рассматриваем частицы, преобразующиеся по n-мерному представлению группы G_n и подчиняющиеся статистике Ферми-Дирака, то в одинаковых состояниях могут находиться не более n-частиц /спиновые и другие вырождения не учитываются/.

Как уже отмечалось, для реализации ненарушенной симметрии группы $G_n \times \mathcal{P}$ необходимо пространство $n + 4$ измерений. Но наш мир является четырехмерным, и поэтому для реализации группы $G_n \times \mathcal{P}$ в этом четырехмерном пространстве необходимо выполнение одного из следующих требований:

а/ группа G_n должна быть нарушена максимальным образом:

$$G_n \times \mathcal{P} \to 1_1 \times 1_2 \times \ldots \times 1_n \times \mathcal{P}, \qquad /3/$$

б/ группа G_n может реализоваться только локально и она должна быть скрытой:

$$G_n \times \mathcal{P} \to 1 \times \mathcal{P}. \qquad /4/$$

в/ Возможны также комбинации обоих этих случаев:

$$G_n \times \mathcal{P} \to 1_1 \times 1_2 \times \ldots \times 1_k \times G_{n-k} \times \mathcal{P} \to 1_1 \times \ldots \times 1_k \times 1 \times \mathcal{P} \qquad /5/$$

$$k = 1 \div n - 1 .$$

В случае б/ наблюдаемыми состояниями должны быть скаляры группы G_n. Этот вариант впервые рассмотрен в [4] для $G_n = SU_3$ /цветная группа SU_3/

$$\sum_{a_1 - a_\ell} \Psi_{a_1} \times \ldots \times \Psi_{a_\ell} \times \mathcal{P} \to 1 \times \mathcal{P}, \quad \ell = 2, 3. \qquad /6/$$

Бесцветными состояниями группы U_n, SU_n являются

$$\epsilon^{a_1 \ldots a_n} \Psi_{[a_1 \ldots a_n]}, \ \epsilon_{a_1 \ldots a_n} \Psi^{[a_1 \ldots a_n]}, \ \Psi^{a_1}_{a_1},$$

$$\Psi^{[a_1 a_2]}_{[a_1 a_2]}, \ \Psi^{[a_1 \ldots a_k]}_{[a_1 \ldots a_k]}, \quad k = 1 \div \frac{n}{2} \left(\frac{n-1}{2}\right) \qquad /7/$$

$$(G^{(1)}), \ G^{(2)}, \ldots, G^{(n)} .$$

$G^{(i)}$ - бесцветные состояния из цветных векторных полей, ассоциированные с операторами Казимира группы SU_n (U_n). Бесцветными состояниями группы $SO_n(O_n)$ являются те же состояния /7/, но при этом надо учесть связи между цветом и антицветом. Число операторов Казимира или ассоциированных с ними бесцветных состояний есть k. $G^{(2)}, \ldots, G^{(k+1)}$, где $k = \frac{n}{2}$ для четных и $k = \left(\frac{n-1}{2}\right)$ для нечетных n.

Итак, возможными вариантами реализации группы G_n в четырехмерном пространстве являются: а/ полностью нарушенная симметрия группы G_n, б/ ненарушенная симметрия группы G_n. Тогда эта группа должна стать скрытой, и в свободном состоянии смогут находиться только скалярные конструкции G_n. Возможны также промежуточные варианты /в/.

Теперь проверим, выполняются ли условия б/ в конкретных реализациях G_n, а именно в янг-миллсовских теориях. В стандартном подходе [5], когда включается М калибровочных векторных полей, не вводится явная зависимость от М параметров, характеризующих группу G_n. М векторных полей явно зависят только от пространственных координат.

При калибровочно-инвариантных преобразованиях

$$A^{\alpha'}_\mu(x) \to A^\alpha_\mu(x) + \partial_\mu \beta^\alpha(x) - t^{\alpha\gamma\delta} A^\gamma_\mu(x) \cdot \beta^\delta(x)$$

$$\alpha, \gamma, \delta = 1 \div M$$

появляются М произвольных функций $\beta^\mu(x)$, которые позволяют накладывать М условий на теорию.

Чтобы избавиться от пространственных проекций, произведем суммирование:

$$A^\alpha(x) = \sum_{\mu=1}^{4} A^\alpha_\mu(x), \quad \Psi_a(x) = \sum_{i=1}^{4} \Psi^i_a(x),$$

$$\bar{\Psi}^a(x) = \sum_{i=1}^{n} \bar{\Psi}^a_i(x), \quad \alpha = 1 \div M, \quad a = 1 \div n. \qquad /8/$$

Будем предполагать, что $A^\alpha(x)$, $\Psi_a(x)$, $\bar{\Psi}^a(x)$ являются явными функциями М параметров группы G_n. Рассмотрим произвольную функцию $F^k(\Psi_a, \bar{\Psi}^a, A^\alpha)$, являющуюся неприводимым представлением G_n и зависящую от М параметров группы G_n:

$$F^k(\Psi_a, \bar{\Psi}^a, A^\alpha) = \int F^k(\Psi_a(x), \bar{\Psi}^a(x), A^\alpha(x))\, d^4x, \quad k = 1 \div \ell . \qquad /9/$$

Вместо использования условий, накладываемых на $A^\alpha_\mu(x)$, теперь будем производить интегрирование по инвариантному объему группы G_n /число условий и число параметров интегрирования совпадают/:

$$F^k = \int F^k(\Psi_a, \bar{\Psi}^a, A^\alpha)\, dg(G_n) \equiv \int 1 \cdot F^k(\Psi_a, \bar{\Psi}^a, A^\alpha)\, dg(G_n). \qquad /10/$$

Выражение /10/ отличается от нуля только в том случае, когда $F^k(\Psi_a, \bar{\Psi}^a, A^\alpha)$ есть представление группы G_n с размерностью единица.

Таким образом, использование в явном виде М условий, накладываемых на функции представления группы G_n, приводит к тому, что получающиеся конструкции должны быть скалярами группы G_n.

В заключение автор выражает глубокую благодарность П.Н.Боголюбову, В.А.Матвееву, А.Н.Сисакяну, А.Н.Тавхелидзе за интерес к работе и полезные обсуждения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Wigner E.P. Ann. of Math., 1939, 40, No 1; Bargman V., Wigner E.P. Proc. Sci USA, 1948, 34, p. 211. Широков Ю.М.ЖЭТФ, 1957, 33, с. 861, 1196.
2. O'Raifeartaigh L. Phys.Rev., 1965, 139, p. B1052.
3. Joung A. Proc.Lond.Math.Soc., 1900, 33, p. 97; 1902, 34, p. 361.
4. Боголюбов Н.Н., Струминский Б.В., Тавхелидзе А.Н. ОИЯИ, Р2-141, Дубна, 1965; Gell-Mann. Elementary Part.Phys. Vien-Springer-Verlag, 1972, p. 733.
5. Yang C.N., Mills R.L. Phys.Rev., 1954, 96, p. 191; Славнов А.А., Фаддеев Л.Д. Введение в квантовую теорию калибровочных полей. "Наука", М., 1978; Коноплева Н.П., Попов В.Н. Калибровочные поля. Атомиздат. М., 1980.

Рукопись поступила в издательский отдел
16 ноября 1984 года.

Бештоев Х.М. Р2-84-699

Принцип Паули и скрытые симметрии

Работа посвящена изучению следствий предположения о наличии группы симметрий $G_n = U_n$, SU_n, O_n, SO_n $(n \geq 2)$ у частиц с полуцелыми спинами, подчиняющихся статистике Ферми-Дирака. Возможными вариантами реализации групп G_n в четырехмерном пространстве являются: а/ полностью нарушенная симметрия группы G_n, б/ ненарушенная симметрия группы G_n. Тогда эта группа должна стать скрытой, и в свободном состоянии смогут находиться только скалярные конструкции G_n.

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики ОИЯИ.

Сообщение Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1984

Перевод О.С.Виноградовой

Beshtoev Kh.M. P2-84-699

The Pauli Principle and Hidden Symmetries

The consequencies of possible existence of $G_n = U_n$, SU_n, O_n, SO_n $(n \geq 2)$ symmetry groups for particles with semi-integer spins, that obey the Fermi-Dirac statistics are considered. Possible realizations of this group G_n in the four-dimensional space are the following; a) completely broken symmetry of G_n group b) the unbroken symmetry of G_n group. Then this group should be hidden, and in a free state there can exist only scalar constructions of G_n.

The investigation has been performed at the Laboratory of Theoretical Physics, JINR.

Communication of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1984