

СООБЩЕНИЯ
ОБЪЕДИНЕННОГО
ИНСТИТУТА
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ
ДУБНА

P2-84-683

С.И.Златев, В.А.Матвеев, Г.А.Чечелашвили*

ИССЛЕДОВАНИЕ
ИНФРАКРАСНЫХ ОСОБЕННОСТЕЙ
В ПОПРАВКАХ К МАССЕ СОЛИТОНА

* МИАН ГССР, Тбилиси

1984

ВВЕДЕНИЕ

Задача о квантовании солитонных классических решений нелинейных полевых уравнений широко обсуждалась в литературе. Неинвариантность солитонного решения относительно полной группы симметрии полевых уравнений приводит к тому, что в спектре элементарных возбуждений поля около такого решения присутствуют возбуждения с нулевой энергией - так называемые нулевые моды. Это обстоятельство затрудняет непосредственное применение теории возмущений, поэтому большое число подходов к квантованию солитонов /см., например, ^{/1/} и цитированную там литературу, а также ^{/2, 3/} / основано на методе коллективных координат, впервые введенных Боголюбовым и Тябликовым при формулировке квантовой теории поляронов ^{/4/} и получивших дальнейшее развитие в работах по теории сильной связи в квантовой теории поля ^{/5/}. В подходах ^{/6-10/} не опирающихся на метод коллективных координат, особенностью теории возмущений является существование инфракрасных расходимостей в отдельных диаграммах ^{/11/}. Такая особенность сама по себе не является существенным недостатком, если, например, расходимости сокращаются в подходящим образом подобранных комбинациях диаграмм /скажем, в членах разложения по константе связи/. Заметим, что в теории возмущений, построенной на основе метода коллективных координат, также могут существовать специфические /ультрафиолетовые/ расходимости, но они сокращаются, например, в выражении для двухпетлевой поправки к массе солитона ^{/12/}.

В настоящей работе на примере простейшей модели, для которой уравнение движения обладает частицеподобными классическими решениями, рассмотрена проблема инфракрасных расходимостей в рамках одного из подходов ^{/8/}. Показано, что в выражении для третьей /"трехпетлевой"/ поправки к массе солитона эти расходимости полностью сокращаются.

1. ТЕОРИЯ ВОЗМУЩЕНИЙ

Рассмотрим модель самодействующего скалярного поля в двумерном пространстве-времени с таким функционалом действия

$$S = \int dt \int dx \left[\frac{1}{2} \left(\frac{\partial \phi}{\partial t} \right)^2 - \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right)^2 - \frac{1}{g^2} V(g\phi) \right], \quad /1/$$



что уравнение движения

$$\square \phi + \frac{1}{g} V'(g\phi) = 0 \quad /2/$$

обладает семейством частицеподобных классических решений

$$\phi_{cl}(t, x; a, \beta) = \frac{1}{g} \Phi((x-a) \operatorname{ch} \beta - t \operatorname{sh} \beta), \quad /3/$$

где a - координата солитона при $t = 0$; β - быстрота солитона /скорость $v = \operatorname{th} \beta$. Будем предполагать также, что ϕ_{cl} достаточно быстро стремится к своим асимптотическим значениям

$$\phi_{cl}(t, x; a, \beta) \rightarrow \Phi^{\pm}, \quad x \rightarrow \pm \infty, \quad /4/$$

так что классическая масса солитона

$$M_0 = \frac{1}{g^2} \int dx [\Phi'(x)] \quad /5/$$

конечна.

Полная масса солитона может быть, в принципе, найдена по формуле /8/

$$M = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{-iT} \ln \frac{\int D\phi \exp\{iS[\phi]\}}{\int D\phi \exp\{iS[\phi]\}} \quad /6/$$

1-солитон
вакуум

Функциональное интегрирование ведется по полям, определенным при $t \in [-T/2, T/2]$ и удовлетворяющим периодическим граничным условиям по времени

$$\phi(-\frac{T}{2}, x) = \phi(\frac{T}{2}, x). \quad /7/$$

Функциональный интеграл в знаменателе /6/, понимаемый в смысле теории возмущений, приводит к обычному ряду вакуумных диаграмм. Трудности связаны с разложением в ряд теории возмущений интеграла по односолитонным полям

$$A_1(T) = \int_{1\text{-солитон}} D\phi \exp\{iS[\phi]\}. \quad /8/$$

Вследствие условия /7/ единственными экстремалами действия, принадлежащими пространству интегрирования в /8/, являются статические решения $\phi_{cl}(t, x; a, 0)$. Сдвиг переменной интегрирования в /8/ на любое выделенное статическое односолитонное решение не позволяет свести /8/ к гауссовым функциональным интегралам, поскольку, как хорошо известно, оператор

$$H = \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \frac{\partial^2}{\partial x^2} + V''(\Phi(x-a))$$

обладает нулевым собственным значением. Соответствующая собственная функция пропорциональна Φ' . Подстановка единицы /13/, например, /8/

$$1 = \int_{-\infty}^{\infty} db \delta(\frac{g}{N^2 T} \int dt \int dx \Phi'(x-a-b) \phi(t, x)) | \frac{g}{N^2 T} \int dt \int dx \Phi''(x-a-b) \phi(t, x) | \quad /9/$$

/здесь и далее интегрирование по времени ведется от $-T/2$ до $T/2$, и мы не будем обозначать пределы интегрирования по времени/ позволяет выделить бесконечный объем группы пространственных трансляций и решает проблему, связанную с нулевым собственным значением оператора H . После подстановки /9/ в /8/ и сдвига

$$\phi(t, x) = \frac{1}{g} \Phi(x-a-b) + \eta(t, x-b)$$

имеем /8/

$$A_1(T) = \exp\{iS[\phi_{cl}]\} \int db \int D\eta \exp(-\frac{i}{2} \int \eta H \eta) \delta(\frac{g}{N^2 T} \int dt dx \psi \eta) \cdot W(T),$$

где

$$W(T) = \exp(-\frac{i}{2} \int \frac{\delta}{\delta \eta} G \frac{\delta}{\delta \eta}) \exp\{-\frac{i}{g^2} \Gamma[g\eta]\} \int_{\eta=0} (1 + \frac{g}{NT} \int dt dx \psi' \eta) \quad /10/$$

Здесь

$$\psi(x) = \frac{1}{N} \frac{\partial}{\partial a} \Phi(x-a) = -\frac{1}{N} \Phi'(x-a), \quad \Gamma[\xi] = \sum_{n=3}^{\infty} \frac{1}{n!} \int dt \int dx V_n(x) \xi^n(t, x), \quad /11/$$

$$V_n(x) = \frac{d^n}{d\phi^n} V(\phi) |_{\phi=\Phi(x-a)}, \quad n = 2, 3, \dots,$$

а функция $G_{\perp}(t, x, t', x'; T)$ удовлетворяет уравнению

$$HG(t, x, t', x'; T) = \delta(t-t') \delta(x-x') - \frac{1}{T} \psi(x) \psi(x') \quad /12/$$

и условиям

$$G(t+T, x, t', x'; T) = G(t, x, t'+T, x'; T) = G(t, x, t', x'; T), \quad /13/$$

$$\int dt' \int dx' G_{\perp}(t, x, t', x'; T) \psi(x') = 0. \quad /14/$$

Как было показано /7, 14, 15/, при замене

$$G_{\perp} \rightarrow G = G_{\perp} + a \psi(x) \psi(x') \quad /15/$$

члены, зависящие от α , сокращаются в каждом порядке разложения W по степеням g .

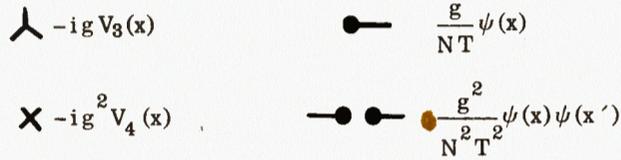
Выписывая члены разложения W , удобно пользоваться диаграммной техникой, сопоставив линии функции $-iG$ и введя вершины в соответствии с видом выражения /10/. Записав якобиан

$$J[\eta] = 1 + \frac{g}{NT} \int dt \int dx \psi' \eta$$

в виде экспоненты /8/

$$J[\eta] = \exp \left[\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n} \left(\frac{g}{NT} \int dt \int dx \psi' \eta \right)^n \right],$$

получим следующий набор вершин



При таком выборе элементов диаграммной техники ряд теории возмущений для величины $\ln W$ состоит из всех связанных диаграмм ряда для W . Очевидно, члены разложения $\ln W$ по степеням g также не зависят от значения параметра α .

2. ИНФРАКРАСНЫЕ РАСХОДИМОСТИ

Выделение группового объема позволяет построить диаграммную технику, все элементы которой хорошо определены /8/. Однако наличие нулевой моды ψ является причиной особого асимптотического поведения некоторых связанных диаграмм при $T \rightarrow \infty$. Может показаться, что нулевая мода не должна играть существенной роли в рассматриваемой схеме теории возмущений, благодаря δ -функции в правой части /9/. Подчеркнем, что ψ является собственной функцией с нулевым собственным значением не только для H , но также и для оператора /8/ $\hat{h} = (\partial^2 / \partial x^2) + V_2(x)$. Так как $H = (\partial^2 / \partial t^2) + \hat{h}$, то спектр оператора H содержит подмножество точек $-\nu_n^2(T)$, $n = +1, +2, \dots$, где $\nu_n = 2\pi n / T$. В соответствии с /12/-/15/ $G = G_0 + G_c$, где /8,15/

$$G_0 = [F(t - t', T) - \frac{T}{12} + \alpha] \psi(x) \psi(x'), \quad /16/$$

$$F(t - t', T) = -\frac{1}{T} \sum_{n \neq 0} \frac{e^{i\nu_n(t-t')}}{\nu_n^2} - \frac{1}{2} = \frac{1}{2} |t - t'| - \frac{1}{2T} (t - t')^2, \quad /17/$$

а G_c - вклад остального спектра оператора H . Несколько детализуем диаграммную технику, сопоставив функции $(-iG_c)$ непрерывную линию, а функции $(-iG_0)$ - штриховую. Нетрудно убедиться, что многие диаграммы в разложении $\ln W$, содержащие штриховые линии, растут при $T \rightarrow \infty$ не линейно, а как T^ℓ , $\ell > 1$. Так, например, диаграмма



пропорциональна T^6 независимо от значения параметра α . Эта диаграмма дает расходящийся вклад в массу солитона. Такая особенность обусловлена тем, что, хотя оператор H обратим на подпространстве, ортогональном к ψ , каждая из точек ν_n^2 при $T \rightarrow \infty$ стремится к нулю. Так как упомянутая выше расходимость связана с характером спектра оператора H в окрестности нуля /точнее, с тем, что спектр H содержит точки, достаточно быстро стремящиеся к нулю при $T \rightarrow \infty$ /, то ее естественно отнести к типу инфракрасных.

Остальной спектр оператора \hat{h} /кроме нулевого собственного значения/ не может породить стремящиеся к нулю при $T \rightarrow \infty$ точки в спектре оператора H . Поэтому мы рассмотрим простейший случай, когда остальной спектр \hat{h} непрерывен и занимает интервал $[m^2, \infty]$, а потенциал $V_2(x)$ является безотражательным. Собственные функции χ_k непрерывного спектра удовлетворяют уравнению

$$\hat{h} \chi_k = \omega^2(k) \chi_k, \quad \omega(k) = (m^2 + k^2)^{1/2}, \quad -\infty < k < \infty$$

и асимптотическому условию

$$\chi_k(x) \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{ikx}, \quad x \rightarrow -\infty.$$

Подчеркнем, что мы не рассматриваем здесь проблему объемных расходимостей, связанных с бесконечностью пространственного объема системы и трансляционной инвариантностью действия S . Последовательное рассмотрение этого вопроса требует введения вспомогательной объемной регуляризации /12/. Однако среди диаграмм порядка g^4 в разложении $\ln W$ отсутствуют такие, в которых одновременно встречались бы и инфракрасные расходимости и расходимости, связанные с бесконечностью пространственного объема системы. Поэтому, рассматривая диаграммы порядка g^4 с инфракрасными расходимостями, мы будем работать с оператором \hat{h} на всей оси. Приведем выражение /8,15/ для вклада непрерывного спектра \hat{h} в пропагатор G :

$$G_c(t, x, t', x'; T) = \int dk R(t - t', \omega(k), T) \chi_k(x) \chi_k^*(x'),$$

где

$$R(t, \omega, T) = -\frac{1}{T} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{e^{i\nu_n t}}{\nu_n^2 - \omega^2} = \frac{1}{2\omega} \cdot \frac{\cos \omega \left(\frac{T}{2} - |t| \right)}{\sin \omega \frac{T}{2}}.$$

В дальнейшем мы будем предполагать, что $\omega(k)$ имеет малую отрицательную мнимую часть $\omega(k) = (m^2 + k^2)^{1/2} - i\epsilon$, и систематически будем пренебрегать экспоненциально малыми членами /содержащими множитель $e^{-i\omega T}$ / при $T \rightarrow \infty$.

3. ДИАГРАММЫ ПОРЯДКА g^4

Число таких диаграмм в разложении $\ln W$ довольно велико. Однако лишь небольшая их часть имеет аномальную асимптотику при $T \rightarrow \infty$. Действительно, так как спектр оператора \hat{h} за исключением нулевого собственного значения подобен обычному спектру одночастичных возбуждений /около "вакуумной" конфигурации поля/, то все диаграммы в разложении $\ln W$, не содержащие штриховых линий, - величины типа $O(T)$ при $T \rightarrow \infty$. Положим в /16/ $a = T/12$. Многие диаграммы, содержащие штриховые линии, оказываются равными нулю, так как $F(0, T) = 0$ или вследствие тождеств^{6,16/}

$$\int dx \psi \psi' = 0, \quad /18/$$

$$\int dx V_3 \psi^3 = \frac{1}{N} \frac{\partial}{\partial a} \int dx \psi \hat{h} \psi = 0, \quad /19/$$

$$\int dx V_3 \psi \chi_k \chi_k^* = \frac{1}{N} \frac{\partial}{\partial a} \int dx \chi_k^* \hat{h} \chi_k = 0. \quad /20/$$

При анализе остальных диаграмм оказываются полезными некоторые соотношения для функций R и F . Так, с точностью до экспоненциально малых членов,

$$F(t, T)R(t, \omega, T) = \left(\hat{C} - \frac{2}{T} \hat{C}^2 \right) R(t, \omega, T), \quad /21/$$

где $\hat{C} = \frac{i}{2} \omega^{-1} \frac{\partial}{\partial \omega} \omega = \frac{i}{2} \left(\frac{\partial}{\partial \omega} + \frac{1}{\omega} \right)$.

С помощью соотношения /21/ легко убедиться, что, например, диаграмма



растет линейно при $T \rightarrow \infty$. Функции R и F , очевидно, удовлетворяют уравнениям

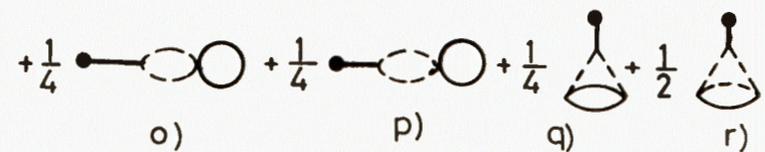
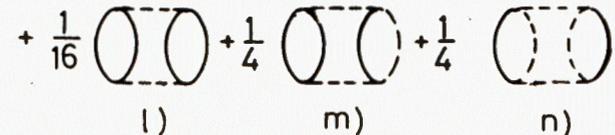
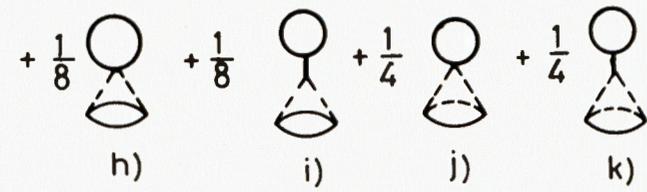
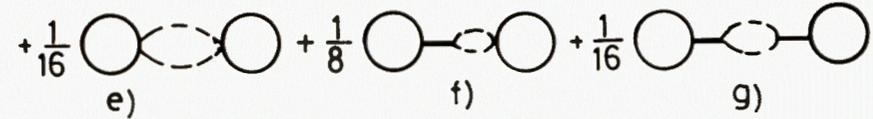
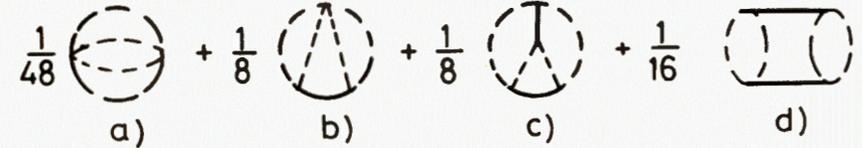
$$R = \frac{1}{\omega^2} \left[\delta(t) - \frac{d^2}{dt^2} R \right], \quad /22/$$

$$\frac{d^2}{dt^2} F = \delta(t) - \frac{1}{T}. \quad /23/$$

Применение равенства /22/ и, после интегрирования по частям /внеинтегральные члены сокращаются вследствие периодичности по времени/, равенства /23/ позволяет установить, что, например, диаграмма



также является величиной типа $O(T)$. Оказывается, что только 18 диаграмм порядка g^4 растут быстрее, чем T при $T \rightarrow \infty$. Приводим эти диаграммы с соответствующими коэффициентами:



Отметим, что диаграммы (а) – (н) совпадают с диаграммами /11/ порядка g^4 , обладающими инфракрасными расходимостями в несколько отличающемся подходе /6/.

Вклад диаграмм (а) – (г) с точностью до величин типа $O(1)$ при $T \rightarrow \infty$ может быть представлен в виде полинома по T $P(T) = \sum_{n=1}^p c_n T^n$.

Покажем, что все коэффициенты этого полинома, кроме c_1 , равны нулю. Последовательно применяя соотношение /22/, интегрирование по частям и равенство /23/, находим, что вклад диаграмм (а) – (д) равен

$$\begin{aligned} & - \frac{1}{48} [\int dt_1 dt_2 F^4(t_1 - t_2, T)] [\int dx V_4 \psi^4 - 3 \int \frac{dk}{\omega^2(k)} | \int dx V_3 \psi^2 \chi_k |^2]^2 + \\ & + \frac{1}{8} \int \frac{dk}{\omega^2(k)} | \int dx V_3 \psi^2 \chi_k |^2 \int dt_1 dt_2 dt_3 F^2(t_1 - t_2, T) F^2(t_2 - t_3, T) \frac{\partial^2}{\partial t_1^2} \times \\ & \times R(t_1 - t_3, \omega(k), T) \times [\int dx V_4 \psi^4 - 3 \int \frac{dk}{\omega^2(k)} | \int dx V_3 \psi^2 \chi_k |^2] - \\ & - \frac{1}{4T^2} [\int dt_1 dt_2 F^2(t_1 - t_2, T)] [\int \frac{dk}{\omega^4(k)} | \int dx V_3 \psi^2 \chi_k |^2]^2 + O(T). \end{aligned} \quad /24/$$

С помощью соотношения /18/, тождеств

$$N \int dx V_3 \psi^2 \chi_k - \omega^2(k) \int dx \psi' \chi_k = \frac{\partial}{\partial a} \int dx \psi \hat{h} \chi_k = 0, \quad /25/$$

$$N \int dx V_4 \psi^4 - 3 \int dx V_3 \psi^2 \psi' = \frac{1}{N} \frac{\partial^2}{\partial a^2} \int dx \psi \hat{h} \psi = 0 \quad /26/$$

и соотношения полноты

$$\int dk \chi_k(x) \chi_k^*(x') + \psi(x) \psi(x') = \delta(x - x') \quad /27/$$

легко показать, что первые два члена в /24/ равны нулю, диаграммы (а) – (д) дают вклад только в коэффициенты c_1 , c_2 и их вклад в c_2 равен

$$c_2^{(a-d)} = - \frac{1}{480N^4} [\int dx (\psi')^2]^2. \quad /28/$$

Диаграммы (е) – (г) дают вклад только в c_4 :

$$c_4^{(e-g)} = \frac{1}{7680} \left[\int \frac{dk}{\omega(k)} \left(\int dx V_4 \psi^2 \chi_k \chi_k^* - \frac{1}{N} \int dx V_3 \psi' \chi_k \chi_k^* \right) \right]^2. \quad /29/$$

Асимптотические разложения диаграмм (h, i, l, m, q) нетрудно получить, используя соотношение

$$R(t, \omega_1, T) R(t, \omega_2, T) \approx A(\omega_1, \omega_2, T) R(t, \omega_1 + \omega_2, T), \quad /30/$$

где

$$A(\omega_1, \omega_2, T) = \frac{\omega_1 + \omega_2}{4\omega_1 \omega_2} \cdot \frac{\sin(\omega_1 + \omega_2) \frac{T}{2}}{\sin \frac{\omega_1 T}{2} \sin \frac{\omega_2 T}{2}} \approx \frac{i}{2} \frac{\omega_1 + \omega_2}{\omega_1 \omega_2}. \quad /31/$$

Из асимптотических разложений диаграмм (h) – (n) получаем следующие выражения для вкладов в коэффициенты c_s ($s > 1$):

$$\begin{aligned} c_4^{(h-n)} &= \frac{1}{7680} \left\{ \int \frac{dk_1 dk_2}{\omega(k_1) \omega(k_2) [\omega(k_1) + \omega(k_2)]} | \int dx V_3 \psi \chi_{k_1}^* \chi_{k_2} |^2 - \right. \\ & - 2 \int \frac{dk}{\omega(k)} | \int dx V_3 \psi^2 \chi_k |^2 \times \left\{ \int \frac{dk_1 dk_2}{\omega(k_1) \omega(k_2) [\omega(k_1) + \omega(k_2)]} | \int dx V_3 \psi \chi_{k_1}^* \chi_{k_2} |^2 - \right. \\ & \left. \left. - 2 \int \frac{dk}{\omega^3(k)} | \int dx V_3 \psi^2 \chi_k |^2 - 2 \int \frac{dk}{\omega(k)} \left(\int dx V_4 \psi^2 \chi_k \chi_k^* - \frac{1}{N} \int dx V_3 \psi' \chi_k \chi_k^* \right) \right\} \right\}, \end{aligned} \quad /32/$$

$$\begin{aligned} c_3^{(h-n)} &= \frac{i}{960N^2} \left[\int dx (\psi')^2 \right] \int \frac{dk}{\omega(k)} \left(\int dx V_4 \psi^2 \chi_k \chi_k^* - \frac{i}{N} \int dx V_3 \psi' \chi_k \chi_k^* \right) - \\ & - \int \frac{dk_1 dk_2}{\omega(k_1) \omega(k_2) [\omega(k_1) + \omega(k_2)]} | \int dx V_3 \psi \chi_{k_1}^* \chi_{k_2} |^2 + 2 \int \frac{dk}{\omega^3(k)} | \int dx V_3 \psi^2 \chi_k |^2 \}, \end{aligned} \quad /33/$$

$$\begin{aligned} c_2^{(h-n)} &= \frac{1}{384} \left\{ \int \frac{dk_1 dk_2}{\omega(k_1) \omega(k_2) [\omega(k_1) + \omega(k_2)]^3} | \int dx V_3 \psi \chi_k \chi_k^* |^2 - 6 \int \frac{dk}{\omega^5(k)} | \int dx V_3 \psi^2 \chi_k |^2 \right. \\ & \times \left\{ \int \frac{dk_1 dk_2}{\omega(k_1) \omega(k_2) [\omega(k_1) + \omega(k_2)]} | \int dx V_3 \psi \chi_{k_1}^* \chi_{k_2} |^2 - 2 \int \frac{dk}{\omega^3(k)} | \int dx V_3 \psi^2 \chi_k |^2 - \right. \\ & \left. \left. - \int \frac{dk}{\omega(k)} \left(\int dx V_4 \psi^2 \chi_k \chi_k^* - \frac{1}{N} \int dx V_3 \psi' \chi_k \chi_k^* \right) \right\} - \frac{1}{480N^4} [\int dx (\psi')^2]^2 \right\}. \end{aligned} \quad /34/$$

Применяя соотношение /25/, а также тождество

$$N \int dx V_3 \psi \chi_{k_1}^* \chi_{k_2} + [\omega^2(k_2) - \omega^2(k_1)] \int dx \chi_{k_1}^* \chi_{k_2}' = \frac{\partial}{\partial a} \int dx \chi_{k_1}^* \hat{h} \chi_{k_2} = 0, \quad /35/$$

нетрудно показать, что

$$\int \frac{dk_1 dk_2}{\omega(k_1)\omega(k_2)[\omega(k_1) + \omega(k_2)]} |\int dx V_3 \psi \chi_{k_1}^* \chi_{k_2}'|^2 - 2 \int \frac{dk}{\omega^3} |\int dx V_3 \psi^2 \chi_k|^2 -$$

$$- \int \frac{dk}{\omega} (\int dx V_4 \psi^2 \chi_k \chi_k^* - \frac{1}{N} \int dx V_3 \psi' \chi_k \chi_k^*) = - \frac{1}{N^2} \int \frac{dk}{\omega} \frac{\partial^2}{\partial a^2} \int dx \chi_k^* \hat{h} \chi_k = 0.$$

Тогда, очевидно,

$$c_4^{(\ell-n)} = 0, \quad c_3^{(h-n)} = 0, \quad c_2^{(h-n)} = - \frac{1}{480N^2} [\int dx (\psi')^2]^2. \quad /37/$$

Аналогично, после выполнения асимптотических разложений диаграмм (o-r), применяя тождества /36/, /25/, имеем

$$c_2^{(o-r)} = \frac{1}{240N^4} [\int dx (\psi')^2]^2. \quad /38/$$

$$\text{Очевидно, } c_2 = c_2^{(a-d)} + c_2^{(h-n)} + c_2^{(o-r)} = 0.$$

Сокращение инфракрасных расходимостей в сумме диаграмм (a-r) доказано.

Приведем выражение для вклада диаграмм, содержащих дополнительную вершину (g/NT)\psi', в c₁. Учитывая, что диаграммы (o, p) не дают вклада в c₁, имеем

$$c_1^{(o-r)} = c_1^{(q,r)} = \frac{1}{16N^2} [\int dx (\psi')^2] \times$$

$$\times \left\{ \int \frac{dk_1 dk_2}{\omega(k_1)\omega(k_2)[\omega(k_1) + \omega(k_2)]^3} |\int dx V_3 \psi \chi_{k_1}^* \chi_{k_2}'|^2 - 6 \int \frac{dk}{\omega^5} |\int dx V_3 \psi^2 \chi_k|^2 \right\}. \quad /39/$$

Следовательно, вклад диаграмм (q, r) в третью поправку к массе солитона, вообще говоря, не равен нулю, в отличие от случая второй поправки^{/8, 16/}, где вклад диаграммы, содержащей вершину (g/NT)\psi', несуществен.

Отметим два важных, на наш взгляд, обстоятельства. Во-первых, сокращение расходимостей описанного выше типа достигается лишь при учете всех диаграмм (a-r), включая и диаграммы, содержащие дополнительную вершину (g/NT)\psi'. Во-вторых, сокращение инфра-

красных расходимостей не сводится к сокращению вкладов нулевой моды^{/6, 14, 15/}, но является следствием тех же самых тождеств, которые приводят к сокращению вкладов нулевой моды в двухпетлевую поправку к массе солитона^{/16/}.

Авторы благодарны В.Е.Корепину и Л.Д.Фаддееву за обсуждения, стимулировавшие написание данной статьи.

ЛИТЕРАТУРА

1. Rajaraman R. Solitons and Instantons: Introduction to Solitons and Instantons in Quantum Field Theory. North Holland, Amsterdam-New York-Oxford, 1982.
2. Разумов А.В. ТМФ, 1977, 30, №1, с.18-27.
3. Свешников К.А. ТМФ, 1983, 55, №3, с.361-384.
4. Боголюбов Н.Н., Тябликов С.В. ЖЭТФ, 1949, 19, вып.3, с.256-268.
5. Солодовникова Е.П., Тавхелидзе А.Н., Хрусталева О.А. ТМФ, 1972, 10, №2, с.162-181; Разумов А.В., Хрусталева О.А. ТМФ, 1976, 29, №3, с.300-308; Kuleshov S.P., Matveev V.A., Smondyrev M.A. JINR, E2-9116, Dubna, 1975; Creutz M. Extended Objects. Preprint BNL-21923, Upton: BNL, 1976.
6. Faddeev L.D., Korepin V.E. Phys.Lett., 1976, 63B, No.4, p.435-438.
7. Creutz M. Phys.Rev., 1975, D12, No.10, p.3126-3144.
8. Jevicki A. Nucl.Phys., 1976, B117, No.2, p.365-376.
9. Faddeev L.D., Korepin V.E. Phys.Rep., 1978, 42C, No.1, p.1-87.
10. Abbott L.F. Nucl.Phys., 1978, B139, No.1/2, p.159-169.
11. Златев С.И., Матвеев В.А. ОИЯИ, P2-84-186, Дубна, 1984.
12. De Vega H.J. Nucl.Phys., 1976, B115, p.411.
13. Faddeev L.D., Popov V.N. Phys.Lett., 1967, 25B, No.1, p.29-30; 't Hooft G. Nucl.Phys., 1971, B35, No.1, p.167-188.
14. Matveev V.A. Nucl.Phys., 1977, B121, No.3, p.403-412.
15. Златев С.И., Матвеев В.А., Чечелашвили Г.А. ТМФ, 1982, 50, №3, с.323-332.
16. Златев С.И., Матвеев В.А., Чечелашвили Г.А. ОИЯИ, P2-80-505, Дубна, 1980.

Рукопись поступила в издательский отдел
22 октября 1984 года.

В Объединенном институте ядерных исследований начал выходить сборник "Краткие сообщения ОИЯИ". В нем будут помещаться статьи, содержащие оригинальные научные, научно-технические, методические и прикладные результаты, требующие срочной публикации. Будучи частью "Сообщений ОИЯИ", статьи, вошедшие в сборник, имеют, как и другие издания ОИЯИ, статус официальных публикаций.

Сборник "Краткие сообщения ОИЯИ" будет выходить регулярно.

The Joint Institute for Nuclear Research begins publishing a collection of papers entitled *JINR Rapid Communications* which is a section of the JINR Communications and is intended for the accelerated publication of important results on the following subjects:

Physics of elementary particles and atomic nuclei.
Theoretical physics.
Experimental techniques and methods.
Accelerators.
Cryogenics.
Computing mathematics and methods.
Solid state physics. Liquids.
Theory of condensed matter.
Applied researches.

Being a part of the JINR Communications, the articles of new collection like all other publications of the Joint Institute for Nuclear Research have the status of official publications.

JINR Rapid Communications will be issued regularly.



Златев С.И., Матвеев В.А., Чечелашвили Г.А. P2-84-683
Исследование инфракрасных особенностей
в поправках к массе солитона

На примере простейшей модели, для которой уравнение движения обладает частицеподобными классическими решениями, рассматривается проблема инфракрасных особенностей в рамках одного из подходов к квантованию этих решений. При помощи асимптотического разложения диаграмм по обратным степеням полного времени показано, что в выражении для третьей /трехпетлевой/ квантовой поправки к массе солитона инфракрасные расходимости полностью сокращаются. Дополнительная вершина, возникающая при выделении объема группы пространственных трансляций, оказывается существенной для сокращения расходимостей и дает вклад в поправку к массе солитона.

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики ОИЯИ.

Сообщение Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1984

Перевод О.С.Виноградовой

Zlatev S.I., Matveev V.A., Chechelashvili G.A. P2-84-683
Investigation of Infrared Singularities
in Corrections for Soliton Mass

On the base of the simplest model, for which the equation of motion possesses particle-like classical solutions, the problem of infrared singularities is discussed in the framework of one of the quantization approaches to these solutions. By means of an asymptotic expansion of the diagrams on the inverse powers of total time, the cancellation of infrared divergencies in the expression for the third (three-loop) quantum correction to the soliton mass is shown. The additional vertex, appearing in the process of extracting the space translation group volume turns out to be essential for the cancellation of divergencies and gives a contribution to the soliton mass correction.

The investigation has been performed at the Laboratory of Theoretical Physics, JINR.

Communication of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1984