объединенный
институт
ядерных
исследований
дубна

Р2-84-672

А.П.Исаев

ГИБРИДНАЯ МОДЕЛЬ КИРАЛЬНОГО ПОЛЯ И РЕЛЯТИВИСТСКОЙ СТРУНЫ

Направлено в журнал "Physics Letters B"

1984

1. В последнее время достигнут некоторый прогресс в квантовании модели главного кирального поля в двумерном пространстве-времени [1,2], для которой квантовый метод обратной задачи не мог быть применен впрямую из-за неультралокальности L-оператора, входящего во вспомогательную спектральную задачу [3]. С другой стороны, известен чрезвычайно важный, с точки зрения изучения фундаментальных физических процессов, пример интегрируемой, но также неультралокальной, теории - теории релятивистской струны [4]. Хотелось бы поэтому успешные методы упомянутых выше работ [1,2] применить для случая релятивистской струны. Для этого, однако, необходимо вскрыть связь между теорией главного кирального поля и теорией релятивистской струны хотя бы на классическом уровне. Решению этой задачи и посвящена настоящая статья. Вкратце ее основное содержание заключается в следующем. Формулируется некоторая новая геометрическая модель главного кирального поля, обладающая большей симметрией, чем обычная модель. При пристальном рассмотрении выясняется /см. п.2/, что динамика поля в новой модели есть просто "обрезанный" /наложением связей на гамильтоновы переменные/ вариант динамики в обычной модели главного кирального поля. С другой стороны, находим /см. п.3/, что релятивистская струна описывается новой моделью в некотором частном случае.

Таким образом /отвлекаясь от вопросов, связанных с учетом конформных аномалий [5,6] /, создается впечатление, что квантовая теория релятивистской струны должна "вкладываться" в квантовую теорию главного кирального поля.

2. Рассмотрим динамику двумерной системы, состояние которой задается матричным полем $U(\xi_1,\xi_2)$. Пусть $U(\xi_1,\xi_2)=\exp(x^a(\xi_1,\xi_2)T^a)$ является элементом некоторой матричной группы G. Здесь T^a - генераторы группы G $[T^a,T^b]=t^{abc}T^c$, $Tr(T^aT^b)=-\delta^{ab}$/t^{abc} - структурные константы, антисимметричные по всем 3 индексам/, $x^a(\xi_1,\xi_2)$ - параметры этой группы. Динамические уравнения на поле $U(\xi_1,\xi_2)$ вытекают из принципа минимальности действия

$$S=\frac{1}{2\gamma^2}\int_{\partial V} d^2\xi\sqrt{-\det\|g_{\alpha\beta}\|}+\frac{N}{24\pi}\int_V d^3\xi\,\epsilon^{\alpha\beta\gamma}Tr(U^{-1}\partial_\alpha UU^{-1}\partial_\beta UU^{-1}\partial_\gamma U), \qquad /1/$$

где метрика $g_{\alpha\beta}=Tr(\partial_\alpha U^{-1}\partial_\beta U)=-Tr(U^{-1}\partial_\alpha UU^{-1}\partial_\beta U)$,

$\bar{g}=\det\|g_{\alpha\beta}\|=\frac{1}{2}\epsilon^{\alpha\alpha'}\epsilon^{\beta\beta'}g_{\alpha\beta}g_{\alpha'\beta'}$, $(\epsilon^{12}=-\epsilon^{21}=1,\ \epsilon^{11}=\epsilon^{22}=0)$.

γ^2 и N /в квантовом случае N - целое число [7] / являются параметрами теории. Знак минус под корнем в действии /1/ показывает, что метрика $g_{\alpha\beta}$ соответствует псевдоевклидовой метрике. Варьируя действие /1/ по полю $U(\xi_1,\xi_2)$, получим следующее уравнение движения:

$$-\frac{1}{2\gamma^2}\partial_\alpha(g^{\alpha\beta}\sqrt{-\bar{g}}\,U^{-1}\partial_\beta U)-\frac{N}{8\pi}\epsilon^{\alpha\beta}\partial_\alpha(U^{-1}\partial_\beta U)=0, \qquad /2/$$

где $g^{\alpha\beta}=\frac{1}{(-\bar{g})}\epsilon^{\alpha\alpha'}\epsilon^{\beta\beta'}g_{\alpha'\beta'}$. Прежде чем перейти к рассмотрению гамильтоновой формулировки теории /1/ и обсуждению представления Лакса для матричного уравнения /2/ отметим симметрии, оставляющие действие S неизменным. Действие /1/ инвариантно относительно преобразований перепараметризации многообразия V и его границы ∂V:

$$U(\xi_1,\xi_2,\xi_3)\to U(f_1(\vec{\xi}),f_2(\vec{\xi}),f_3(\vec{\xi})) \qquad /3/$$

/f_1, f_2, f_3 - произвольные несингулярные функции/, а также относительно глобальных преобразований

$$U\to A_L U A_R^{-1},\quad (A_L, A_R\in G), \qquad /4/$$

образующих группу $G_L \otimes G_R$. Симметрия /3/ показывает, что система /1/ представляет собой пример вырожденной гамильтоновой системы, следовательно, на гамильтоновы переменные /которые мы будем вводить ниже/ необходимо наложить связи.

Перейдем теперь к гамильтоновой формулировке теории /1/, для этого рассмотрим некоторую вспомогательную систему, динамика которой описывается действием

$$S=\frac{1}{2\gamma^2}\int_{\partial V} d^2\xi\sqrt{-\bar{g}}+\frac{N}{24\pi}\int_{\partial V} d^2\xi\,\epsilon^{\alpha\beta}Tr(\tilde{A}(U)U^{-1}\partial_\alpha UU^{-1}\partial_\beta U)=\int_{\partial V} d^2\xi\,\mathcal{L}. \qquad /5/$$

Здесь $\tilde{A}(U)$ - "внешнее поле". Действие /5/ переходит в действие /1/, если потребовать выполнения равенства

$$\partial_\alpha\tilde{A}(U)_{ab}=\frac{\partial\tilde{A}_{ab}}{\partial U_{cd}}\partial_\alpha U_{cd}=U^{-1}_{ac}\partial_\alpha U_{cd} \qquad /6/$$

или

$$\frac{\partial\tilde{A}_{ab}}{\partial U_{cd}}=\delta_{db}U^{-1}_{ac} \qquad /7/$$

/a, b, c, d – матричные индексы поля U/. Мы не будем касаться здесь вопроса о существовании решения $\tilde{A}(U)$ уравнений /6/ и /7/. Для нас достаточно будет рассматривать $\tilde{A}$ как некий формальный символ, который поможет нам ввести симплектическую структуру в фазовом пространстве системы /1/. Рассмотрим гамильтонову формулировку системы, описываемой действием /5/. Отождествим переменную ξ_1 с временной переменной, тогда канонический импульс в рассматриваемом случае будет иметь вид

$$\tilde{p} = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \partial_1 U} = \frac{1}{2\gamma^2}\,\frac{-g_{12}U^{-1}\partial_2 UU^{-1} + g_{22}U^{-1}\partial_1 UU^{-1}}{\sqrt{-\tilde{g}}} + \qquad /8/$$

$$+ \frac{A}{24\pi}(U^{-1}\partial_2 U\tilde{A}U^{-1} - \tilde{A}U^{-1}\partial_2 UU^{-1}).$$

Введем теперь новую переменную p, не зависящую от "внешнего поля" $\tilde{A}$:

$$p = \tilde{p}U - \frac{N}{24\pi}[U^{-1}\partial_2 U, \tilde{A}] = \frac{1}{2\gamma^2}\,\frac{-g_{12}U^{-1}\partial_2 U + g_{22}U^{-1}\partial_1 U}{\sqrt{-\tilde{g}}}. \qquad /9/$$

Удобно также ввести переменные

$$a = p + \frac{1}{2\gamma^2}U^{-1}\partial_2 U = a^a(\xi_1,\xi_2)T^a,\quad b = p - \frac{1}{2\gamma^2}U^{-1}\partial_2 U = b^a(\xi_1,\xi_2)T^a. \qquad /10/$$

Легко проверить, учитывая определение /9/, что выполняются соотношения

$$\mathrm{Tr}(a^2) = \mathrm{Tr}(b^2) = 0. \qquad /11/$$

Эти соотношения являются связями на канонические переменные и следуют из инвариантности действия вспомогательной системы относительно локальных преобразований типа /3/.

Введем в фазовом пространстве нашей вспомогательной системы симплектическую структуру согласно канонической скобке Пуассона. /На промежуточном этапе мы считаем, что все функции $U_{ab}(\xi_1,\xi_2)$ являются независимыми. В окончательных формулах будет осуществлена редукция к заданной группе Ли G/.

$$\{U_{ab}(\xi_1\ \xi_2), \tilde{p}_{cd}(\xi_1,\xi_2')\} = \delta(\xi_2 - \xi_2')\delta_{ad}\delta_{cb} \qquad /12/$$

/в дальнейшем мы не будем, там, где это не приведет к недоразумениям, выписывать в формулах временную переменную ξ_1/. "Внешнее поле" $\tilde{A}$ является функцией от поля U и поэтому скобки Пуассона $\{\tilde{A}, \otimes U\} = 0$, $\{\tilde{A}_{ab}, \tilde{p}_{cd}\} = \dfrac{\partial \tilde{A}_{ab}}{\partial U_{dc}}$ легко вычисляются.

Перейдем теперь к рассмотрению нашей основной системы, описываемой действием /1/. Все формулы, получающиеся в гамильтоновом подходе для вспомогательной системы с действием /5/, автоматически переносятся на случай системы с действием /1/, если согласно /6/ и /7/ подставить везде вместо $\dfrac{\partial \tilde{A}_{ab}}{\partial U_{dc}}$ величину $U^{-1}_{ad}\delta_{cb}$.

Так, для скобок Пуассона переменных /9/ и /10/ получаем следующие выражения ($U \in G$):

$$\{p(\xi_2) \overset{\otimes}{,} p(\xi_2')\} = \delta(\xi_2 - \xi_2')[T^a \otimes T^a,\ (p - \frac{N}{8\pi}U^{-1}\partial_2 U)\otimes 1], \qquad /13а/$$

$$\{a(\xi_2) \overset{\otimes}{,} a(\xi_2')\} = \delta(\xi_2 - \xi_2')[T^a \otimes T^a,\ ((\frac{3}{2} - \frac{N\gamma^2}{8\pi})a + (-\frac{1}{2} + \frac{N\gamma^2}{8\pi})b)\otimes 1] - \qquad /13б/$$

$$- \frac{1}{\gamma^2}T^a \otimes T^a\,\delta'(\xi_2 - \xi_2'),$$

$$\{b(\xi_2) \overset{\otimes}{,} b(\xi_2')\} = \delta(\xi_2 - \xi_2')[T^a \otimes T^a,\ ((-\frac{1}{2} - \frac{N\gamma^2}{8\pi})a + (\frac{3}{2} + \frac{N\gamma^2}{8\pi})b)\otimes 1] + \qquad /13в/$$

$$+ \frac{1}{\gamma^2}T^a \otimes T^a\,\delta'(\xi_2 - \xi_2'),$$

$$\{a(\xi_2) \overset{\otimes}{,} b(\xi_2')\} = \delta(\xi_2 - \xi_2')[T^a \otimes T^a,\ (\frac{1}{2} - \frac{N\gamma^2}{8\pi})a \otimes 1 + (\frac{1}{2} + \frac{N\gamma^2}{8\pi})b \otimes 1], \qquad /13г/$$

алгебра /13б-г/ абсолютно совпадает с соответствующей алгеброй, возникающей в модели главного кирального поля, в действие которой введено слагаемое Весса-Зумино [1,7].

Скобки Пуассона связей /11/ между собой и с переменными $a(\xi)$ и $b(\xi)$ также легко вычисляются:

$$\{\frac{1}{4}\mathrm{Tr}\,a^2(\xi),\ \frac{1}{4}\mathrm{Tr}\,b^2(\xi')\} = 0, \qquad /13д/$$

$$\{\frac{1}{4}\mathrm{Tr}\,a^2(\xi),\ \frac{1}{4}\mathrm{Tr}\,a^2(\xi')\} = \frac{1}{2\gamma^2}\delta'(\xi - \xi')\frac{1}{4}\mathrm{Tr}(a(\xi)a(\xi')), \qquad /13е/$$

$$\{\frac{1}{4}\mathrm{Tr}\,b^2(\xi),\ \frac{1}{4}\mathrm{Tr}\,b^2(\xi')\} = -\frac{1}{2\gamma^2}\delta'(\xi - \xi')\frac{1}{4}\mathrm{Tr}(b(\xi)b(\xi')), \qquad /13ж/$$

$$\{a(\xi), \frac{1}{4}\mathrm{Tr}\,a^2(\xi')\} = \frac{1}{2\gamma^2}\delta'(\xi - \xi')a(\xi') + (\frac{1}{2} - \frac{N\gamma^2}{8\pi})\delta(\xi - \xi')[a(\xi), b(\xi)]\frac{1}{2}, \qquad /13з/$$

$$\{b(\xi),\frac{1}{4}\mathrm{Tr}\,b^2(\xi')\} = -\frac{1}{2\gamma^2}\delta'(\xi-\xi')\,b(\xi') - \left(\frac{1}{2}+\frac{\gamma^2 N}{8\pi}\right)\delta(\xi-\xi')[a(\xi),b(\xi)]\frac{1}{2}, \qquad /13и/$$

$$\{a(\xi),\frac{1}{4}\mathrm{Tr}\,b^2(\xi')\} = \left(\frac{1}{2}-\frac{\gamma^2 N}{8\pi}\right)\delta(\xi-\xi')[a(\xi),b(\xi)]\frac{1}{2}, \qquad /13к/$$

$$\{b(\xi),\frac{1}{4}\mathrm{Tr}\,a^2(\xi')\} = \left(-\frac{1}{2}-\frac{\gamma^2 N}{8\pi}\right)\delta(\xi-\xi')[a(\xi),b(\xi)]\frac{1}{2}. \qquad /13л/$$

Уравнения движения /2/, /9/ в терминах гамильтоновых переменных a и b имеют вид

$$\frac{\partial}{\partial\xi_1}a = \frac{1}{2\gamma^2}\frac{\partial}{\partial\xi_2}(fa) + \left(\frac{1}{2}-\frac{\gamma^2 N}{8\pi}\right)\frac{(f-g)}{2}[a,b], \qquad /14а/$$

$$\frac{\partial}{\partial\xi_1}b = \frac{1}{2\gamma^2}\frac{\partial}{\partial\xi_2}(gb) - \left(\frac{1}{2}+\frac{\gamma^2 N}{8\pi}\right)\frac{(f-g)}{2}[a,b] \qquad /14б/$$

и могут быть получены стандартным образом, отправляясь от гамильтониана

$$\mathcal{H}(\xi_1) = \int d\xi_2\left(\frac{1}{4}f(\xi_1,\xi_2)\,\mathrm{Tr}\,a^2(\xi_1,\xi_2) - \frac{1}{4}g(\xi_1,\xi_2)\,\mathrm{Tr}\,b^2(\xi_1,\xi_2)\right). \qquad /15/$$

Функции f и g в формулах /14/, /15/ являются множителями Лагранжа, причем уравнения /14/ получаются из уравнений /2/, /9/, если положить

$$\frac{1}{2\gamma^2}f = \frac{\sqrt{-g}+g_{12}}{g_{22}}, \quad \frac{1}{2\gamma^2}g = \frac{g_{12}-\sqrt{-g}}{g_{22}},$$

Отметим, что случай $\frac{1}{2\gamma^2}f=1$, $\frac{1}{2\gamma^2}g=-1$ /когда уравнения /14/ полностью совпадают с уравнениями, возникающими в модели главного кирального поля [1]/ соответствует выбору калибровки

$$g_{12}=0, \quad g_{11}+g_{12}=0. \qquad /16/$$

Система уравнений /14/ может быть представлена в лаксовом виде

$$[L,M] = \left[\frac{\partial}{\partial\xi_2}-\left(\frac{a}{\mu_1}+\frac{b}{\mu_2}\right), \frac{\partial}{\partial\xi_1}-\left(\frac{fa}{\mu_1}+\frac{gb}{\mu_2}\right)\frac{1}{2\gamma^2}\right]=0, \qquad /17/$$

если на спектральные параметры μ_1 и μ_2 наложить условие

$$\mu_2\left(1-\frac{N\gamma^2}{4\pi}\right)-\mu_1\left(1+\frac{N\gamma^2}{4\pi}\right) = \frac{2}{\gamma^2}. \qquad /18/$$

Отметим, что вся зависимость от выбора калибровки /выбор функций f и g / содержится только в M-операторе. Таким образом, законы сохранения, построенные на основе L-оператора, будут калибровочно-инвариантными. Рассмотрим теперь вспомогательную спектральную задачу

$$L(\xi_2)\psi(\xi_2,\mu_1) = \left[\frac{d}{d\xi_2}-\left(\frac{a}{\mu_1}+\frac{b}{\mu_2}\right)\right]\psi(\xi_2,\mu_1)=0. \qquad /19/$$

Мы, для определенности, ограничимся случаем периодических граничных условий $a(\xi_2)=a(\xi_2+2\pi)$, $b(\xi_2)=b(\xi_2+2\pi)$. Для решений $\psi(\xi_2,\mu_1)$ уравнения /19/ можно построить матрицу монодромии $T_{\xi_2}^{\xi_2+2\pi}(\mu_1)$ такую, что

$$T_{\xi_2}^{\xi_2+2\pi}(\mu_1)\psi(\xi_2,\mu_1) = \psi(\xi_2+2\pi,\mu_1),$$

$$\frac{\partial}{\partial\xi_2}T_{\xi_2}^{\xi_2+2\pi}(\mu_1) = \left[\frac{a(\xi_2)}{\mu_1}+\frac{b(\xi_2)}{\mu_2}, T_{\xi_2}^{\xi_2+2\pi}(\mu_1)\right],$$

при этом в силу соотношения /17/ величина $T(\mu_1)=\mathrm{Tr}(T_{\xi_2}^{\xi_2+2\pi}(\mu_1))$ сохраняется во времени, то есть

$$\frac{\partial}{\partial\xi_1}T(\mu_1) = \{T(\mu_1),\mathrm{Tr}\,a^2(\xi_2)\} = \{T(\mu_1),\mathrm{Tr}\,b^2(\xi_2)\}=0. \qquad /20/$$

Кроме того, интегралы движения, получающиеся из $T(\mu_1)$ разложением в ряд Лорана около полюса $\mu_1=0$ /или $\mu_2=0$/, образуют системы инволютивных интегралов движения, так как справедливо соотношение

$$\{T(\mu_1),T(\lambda_1)\}=0 \quad \forall\mu_1,\lambda_1. \qquad /21/$$

Последнее соотношение проверяется следующим образом. Введем вместо переменных a и b новые переменные A и B:

$$A = \left(1+\frac{N\gamma^2}{4\pi}\right)a+\left(1-\frac{N\gamma^2}{4\pi}\right)b, \quad B = \left(1-\frac{N\gamma^2}{4\pi}\right)a+\left(1+\frac{N\gamma^2}{4\pi}\right)b. \qquad /22/$$

Эти переменные образуют алгебру Каца-Муди:

$$\{A(\xi_2) \overset{\otimes}{,} A(\xi_2')\} = 2\delta(\xi_2-\xi_2')[T^a \otimes T^a, A(\xi_2)\otimes 1] - \frac{N}{\pi}\delta'(\xi_2-\xi_2')T^a\otimes T^a,$$

$$\{A(\xi_2) \overset{\otimes}{,} B(\xi_2')\} = 2\delta(\xi_2-\xi_2')[T^a\otimes T^a, B(\xi_2)\otimes 1], \qquad /23/$$

$$\{B(\xi_2) \overset{\otimes}{,} B(\xi_2')\} = 2\delta(\xi_2-\xi_2')[T^a\otimes T^a, -A\otimes 1 + 2B\otimes 1] + \frac{N}{\pi}\delta'(\xi_2-\xi_2')T^a\otimes T^a.$$

Оператор L из спектральной задачи /19/ в терминах переменных A и B будет иметь вид

$$L(\xi_2) = \frac{\partial}{\partial \xi_2} - (f_1(\mu_1)A(\xi_2) + f_2(\mu_1)B(\xi_2)), \qquad /24/$$

где

$$f_1(\mu) = \frac{\frac{2}{\gamma^2}(1+\kappa) + 4\mu\kappa}{4\mu\kappa(-\frac{2}{\gamma^2} + \mu(1+\kappa))}, \quad f_2(\mu) = \frac{-\frac{2}{\gamma^2}(1-\kappa)}{4\mu\kappa(-\frac{2}{\gamma^2} + \mu(1+\kappa))}, \quad \kappa = \frac{N\gamma^2}{4\pi}. \qquad /25/$$

Пользуясь техникой вычисления скобок Пуассона элементов матрицы монодромии в неультралокальном случае[8] и учитывая граничные члены, мы получим, что равенство /21/ будет справедливым, если будет выполнено условие на функции $f_1(\mu)$ и $f_2(\mu)$ следующего вида

$$\frac{(f_1(\mu)f_1(\lambda) - f_2(\mu)f_2(\lambda))(2 + \frac{N}{2\pi}(f_1(\mu) + f_1(\lambda)))}{f_1(\lambda) - f_1(\mu)} =$$

$$= \frac{[2(f_2(\mu)f_2(\lambda) + f_2(\mu)f_1(\lambda) + 2f_2(\mu)f_2(\lambda)) + \frac{N}{2\pi}(f_1(\mu)f_1(\lambda) - f_2(\mu)f_2(\lambda))(f_2(\mu) + f_2(\lambda))]}{f_2(\lambda) - f_2(\mu)}. \qquad /26/$$

Соотношение /26/ действительно справедливо, в чем легко убедиться, если заметить равенства /см. определение /25/ функций f_1 и f_2 / $\frac{f_1(\mu)}{f_2(\mu)} - \frac{f_1(\lambda)}{f_2(\lambda)} = \frac{4\kappa(\mu-\lambda)}{(-\frac{2}{\gamma^2})(1-\kappa)}$, $f_1(\lambda) - f_1(\mu) = (1+\kappa)(\mu-\lambda) \times$ $\times (f_1(\mu)f_1(\lambda) - f_2(\mu)f_2(\lambda))$.

Итак, мы показали, что для рассматриваемой теории /1/ в гамильтоновом формализме удается построить вспомогательную спектральную задачу /19/, абсолютно совпадающую со вспомогательной спектральной задачей, возникающей в теории главного кирального поля /1/ / в действии имеется дополнительное слагаемое Весса-Зумино/, и соответственно получить производящий функционал для

двух бесконечных серий инволютных законов сохранения. Отметим существенное отличие рассматриваемой теории от теории главного кирального поля. Это отличие связано с существованием в нашем случае дополнительных соотношений /11/, которые являются связями на канонические переменные.

3. Продемонстрируем теперь связь рассматриваемой модели с теорией d-мерной релятивистской струны. Пусть в качестве группы G выбрана абелева группа следующего вида: $G \equiv D \otimes \underbrace{U(1)\otimes\ldots\otimes U(1)}_{d-1}$ /D-группа дилатаций/, то есть любой элемент $U \in G$ можно представить в виде

$$U = \exp x_0(\xi_1,\xi_2)\cdot \exp ix_1(\xi_1,\xi_2)\cdot \exp ix_2(\xi_1,\xi_2)\cdot\ldots\cdot \exp ix_{d-1}(\xi_1,\xi_2). \qquad /27/$$

Функции $x_0,\ldots,x_{d-1}$ задают вектор в d-мерном псевдоевклидовом пространстве, которое мы будем отождествлять с пространством-временем. В этом случае легко проверить, что

$$g_{\alpha\beta}(\xi_1,\xi_2) = \partial_\alpha x_\mu(\xi_1,\xi_2)\partial_\beta x^\mu(\xi_1,\xi_2), \qquad /28/$$

где $x_\mu x^\mu = -x_0^2 + x_i^2$, а весс-зуминовское слагаемое в формуле /1/ тождественно равно нулю. Таким образом, для действия /1/ мы получаем выражение, совпадающее с действием струны Намбу-Гото:

$$S = \frac{1}{2\gamma^2}\int d^2\xi\,\sqrt{-\det\|g_{\alpha\beta}\|}\,. \qquad /29/$$

Здесь метрика $g_{\alpha\beta}$ определяется по формуле /28/. Все формулы, полученные в п.2 настоящей работы, переносятся на случай струны подстановкой в них определения /27/. При этом, однако, спектральная задача /19/ становится тривиальной, а $T(\mu)$ вырождается. Поэтому мы остановимся на другом способе перенесения результатов предыдущего пункта на случай динамики релятивистской струны. Этот способ заключается в следующем. Заметим, что если в некоторой интегрируемой системе имеется малый параметр m, то система, получающаяся из первоначальной в нулевом порядке по m, будет также интегрируемой. Чтобы использовать это замечание в нашем случае, введем в теорию малый параметр m следующим образом /для простоты будем рассматривать случай струны в d-мерном евклидовом пространстве-времени/:

$$U \to \exp(mx^a(\xi_1,\xi_2)T^a), \quad \gamma^2 \to \gamma^2 m^2, \quad N \to N/m^3. \qquad /30/$$

Число генераторов T^a должно равняться d. Подставляя переопределенные величины /30/ в действие /1/ и удерживая нулевой порядок по m, получим систему, динамические уравнения для которой можно представить в виде /17/. Действие для этой системы имеет вид

$$S = \int d^2\xi \left(\frac{1}{2\gamma^2} \sqrt{\det \| g_{\alpha\beta} \|} + \frac{N}{24\pi} t^{abc} \epsilon^{\alpha\beta} x^a \partial_\alpha x^b \partial_\beta x^c \right), \qquad /31/$$

$$g_{\alpha\beta} = \partial_\alpha x_\mu \partial_\beta x_\mu .$$

Это хорошо известная модель релятивистской струны, распространяющейся во внешнем поле [9] $F^{bc} = x^a t^{abc}$. Отметим, что в случае модели /31/ отсутствуют квазиклассические соображения, на основании которых мы должны были бы считать N целым числом.

В заключение скажем несколько слов о квантовании модели, описываемой действием /1/. Как уже указывалось, появились работы [1,2], в которых излагаются проекты построения квантовой теории главного кирального поля. Так как динамика поля рассматриваемой здесь модели отличается от динамики главного кирального поля лишь наличием связей /11/, то возникает возможность использовать построения вышеуказанных работ и в нашем случае. Особенно это касается работы [1], так как рассматриваемый в ней подход с самого начала предполагает перейти в пространстве состояний над псевдовакуумом к базису, который диагонализует операторы $Tr(a^2)$ и $Tr(b^2)$. В настоящий момент упомянутая здесь возможность основательно проверяется.

В заключение мне хотелось бы поблагодарить А.А.Владимирова, С.Г.Горишнего, А.Б.Замолодчикова и В.Г.Кадышевского за проявленный интерес и полезные обсуждения, которые велись на различных этапах данной работы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Фаддеев Л.Д., Решетихин Н.Ю. Труды VII международного совещания по проблемам квантовой теории поля. ОИЯИ, Д2-84-366, Дубна, 1984, с. 37-55.
2. Polyakov A.M., Wiegman P.B. Phys.Lett., 1983, 131B, p. 121.
3. Фаддеев Л.Д. Труды V международного совещания по нелокальным теориям поля. Алушта, 1979. ОИЯИ, Р2-12462, Дубна, 1979, с. 249-299.
4. Pohlmeyer K. Phys.Lett., 1982, 119B, p. 100; Исаев А.П. ТМФ, 1983, 54, №2, с. 209-218.
5. Polyakov A.M. Phys.Lett., 1981, 103B, No 3, p. 207-210.
6. Исаев А.П. ИФВЭ 82-193, Серпухов, 1982.
7. Witten E. Commun.Math.Phys., 1984, 92, p. 455-472.
8. Кулиш П.П., Цыпляев С.А. Записки научн.семин. ЛОМИ, 1982, т. 120, с. 122.
9. Lund F., Regge T. Phys.Rev., 1976, D14, p. 1524; Кулиш П.П. ТМФ, 1977, 33, №2, с. 272-275.

Рукопись поступила в издательский отдел
12 октября 1984 года.

Исаев А.П. Р2-84-672

Гибридная модель кирального поля и релятивистской струны

Рассматривается двумерная теория, сочетающая в себе черты двух моделей - модели главного кирального поля, в действие которой добавлено слагаемое Весса-Зумино, и модели релятивистской струны. Для рассматриваемой теории в гамильтоновом подходе построена вспомогательная спектральная задача и получен производящий функционал для бесконечного числа инволютивных законов сохранения.

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики ОИЯИ.

Препринт Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1984

Перевод Г.Г.Сандуковской