



сообщения
объединенного
института
ядерных
исследований
дубна

P2-84-646

П.С.Исаев, А.А.Осипов

ПАРАМЕТРЫ НАКЛОНА $\pi\pi$ -СИСТЕМЫ

1984

В работах^{1,2/} были получены выражения для амплитуд низкоэнергетического $\pi\pi$ - и πK -рассеяния и сделаны оценки соответствующих для рассеяния a_e^I . Здесь мы используем эти амплитуды для вычисления других низкоэнергетических характеристик мезонов — параметров наклона θ_e^I . В отличие от для рассеяния, параметры наклона являются коэффициентами при следующей степени Q^2 в разложении парциальных амплитуд f_e^I :

$$f_e^I = (m_1 + m_2) Q^{2l} [a_e^I + \theta_e^I Q^2 + \dots], \quad (I)$$

где m_1 и m_2 — массы рассматриваемых мезонов; $Q^2 = \frac{1}{4}(s-s_0)(1-s_0/s)$, $S = (P_1 + P_2)^2$, $S_0 = (m_1 + m_2)^2$, $S_1 = (m_1 - m_2)^2$. В системе центра масс $Q^2 = \vec{p}^2$, где \vec{p} — импульс налетающих частиц.

Амплитуда $\pi\pi$ -рассеяния $\mathcal{A}(s, t, u)$ имеет вид

$$\mathcal{A}(s, t, u) = -\frac{m_\pi^2}{2F_\pi} + 4g^2 \left[\frac{(2m \cos \alpha)^2}{m_\pi^2(m_\pi^2 - s)} + \frac{(2m \sin \alpha)^2}{m_\pi^2(m_\pi^2 - s)} + \frac{1 - (m/4\pi F_\pi)^2}{(2\pi F_\pi)^2} \right] S + g^2 \left\{ \frac{s-u}{m_\pi^2 - t} \left(1 + \frac{t-m_\pi^2}{8\pi^2 F_\pi^2} \right)^2 + \frac{s-t}{m_\pi^2 - u} \left(1 + \frac{u-m_\pi^2}{8\pi^2 F_\pi^2} \right)^2 \right\}. \quad (2)$$

Она получена в кварковой модели сверхпроводящего типа^{3/}. Постоянный член и выражение в квадратных скобках появляются в результате учета вкладов четырехугольной кварковой диаграммы и диаграмм с промежуточными скалярными $\mathcal{E}(700)$ - и $S^*(975)$ -мезонами. Выражение в фигурных скобках является вкладом диаграмм с промежуточным $\rho(770)$ -мезоном. В рассматриваемой модели масса кварка $m = 280$ МэВ. Константа связи $g = m/F_\pi$ ($F_\pi = 93,3$ МэВ). Угол смешивания $\alpha = 17^\circ$, а $g^2/4\pi = 3$. Парциальные амплитуды f_e^I определяем по формуле

$$f_e^I = \frac{1}{32\pi} \int_{-1}^1 P_e(x) \mathcal{A}^I(x) dx, \quad (3)$$

где $P_e(x)$ — полиномы Лежандра, а $x = \cos \theta$ (θ — угол рассеяния мезонов в с.ц.м.). Амплитуды \mathcal{A}^I , отвечающие каналам с изоспином I , определяются следующими простыми соотношениями

$$\begin{aligned} \mathcal{A}^0 &= 3\mathcal{A}(s, t, u) + \mathcal{A}(t, s, u) + \mathcal{A}(u, t, s), \\ \mathcal{A}^1 &= \mathcal{A}(t, s, u) - \mathcal{A}(u, t, s), \\ \mathcal{A}^2 &= \mathcal{A}(t, s, u) + \mathcal{A}(u, t, s). \end{aligned} \quad (4)$$



В результате получаем следующие выражения для параметров наклона:

$$m_x^3 \theta_0^0 = \frac{g^2}{4\pi} \left\{ \left(\frac{m_x}{\pi F_x} \right)^2 \left[1 - \left(\frac{m}{4\pi F_x} \right)^2 \right] + 8 \left(\frac{m m_x \cos \alpha}{m_\varepsilon^2} \right)^2 \left[\frac{3}{\left(1 - \frac{4m_\rho^2}{m_\varepsilon^2} \right)^2} - 1 \right] + 8 \left(\frac{m m_x \sin \alpha}{m_{S^*}^2} \right)^2 \left[\frac{3}{\left(1 - \frac{4m_\rho^2}{m_{S^*}^2} \right)^2} - 1 \right] \right\} + \frac{3g_p^2}{4\pi} \left(\frac{m_x}{m_\rho} \right)^2 \left[\left(1 - \frac{m_\rho^2}{8\pi^2 F_x^2} \right)^2 - \frac{4m_x^2}{3m_\rho^2} \left(1 - \frac{m_\rho^4}{(8\pi^2 F_x^2)^2} \right) \right],$$

$$m_x^3 \theta_0^2 = -\frac{g^2}{2\pi} \left[\left(\frac{m_x}{2\pi F_x} \right)^2 \left(1 - \frac{m^2}{16\pi^2 F_x^2} \right) + \left(\frac{2m m_x \cos \alpha}{m_\varepsilon^2} \right)^2 + \left(\frac{2m m_x \sin \alpha}{m_{S^*}^2} \right)^2 \right] - \frac{3g_p^2}{8\pi} \left(\frac{m_x}{m_\rho} \right)^2 \left[\left(1 - \frac{m_\rho^2}{8\pi^2 F_x^2} \right)^2 - \frac{4m_x^2}{3m_\rho^2} \left(1 - \frac{m_\rho^4}{(8\pi^2 F_x^2)^2} \right) \right],$$

$$m_x^5 \theta_1^1 = -\frac{8g^2}{3\pi} \left[\left(\frac{m m_x^2 \cos \alpha}{m_\varepsilon^3} \right)^2 + \left(\frac{m m_x^2 \sin \alpha}{m_{S^*}^3} \right)^2 \right] + \frac{g_p^2}{8\pi} \left\{ \left(\frac{2m_x^2}{m_\rho^2 - 4m_x^2} \right)^2 \times \left[\left(1 - \frac{m_\rho^2 - 4m_x^2}{8\pi^2 F_x^2} \right)^2 - \frac{1}{3} \right] + \left(\frac{m_x}{\pi F_x} \right)^2 \left(\frac{m_x^2}{m_\rho^2 - 4m_x^2} - \frac{m_x^2}{8\pi^2 F_x^2} \right) + \frac{4}{3} \left(\frac{m_x}{m_\rho} \right)^4 \left(1 - \frac{4m_x^2}{m_\rho^2} \right) \right\},$$

$$m_x^7 \theta_2^0 = \frac{9g^2}{5\pi} \left[\left(\frac{4m m_x^3 \cos \alpha}{m_\varepsilon^4} \right)^2 + \left(\frac{4m m_x^3 \sin \alpha}{m_{S^*}^4} \right)^2 \right] + \frac{8g_p^2}{15\pi} \left(\frac{m_x}{m_\rho} \right)^6 \left[1 + \frac{27}{4} \left(1 + \frac{4m_x^2}{m_\rho^2} \right) \right],$$

$$m_x^7 \theta_2^2 = \frac{(12g)^2}{5\pi} \left[\left(\frac{m m_x^3 \cos \alpha}{m_\varepsilon^4} \right)^2 + \left(\frac{m m_x^3 \sin \alpha}{m_{S^*}^4} \right)^2 \right] - \frac{4g_p^2}{15\pi} \left(\frac{m_x}{m_\rho} \right)^6 \left[1 + \frac{27}{4} \left(1 + \frac{4m_x^2}{m_\rho^2} \right) \right],$$

(5)

$$m_x^9 \theta_3^1 = -\frac{32}{35\pi} \left\{ 4g^2 \left[\left(\frac{m m_x^4 \cos \alpha}{m_\varepsilon^5} \right)^2 + \left(\frac{m m_x^4 \sin \alpha}{m_{S^*}^5} \right)^2 \right] + g_p^2 \left(\frac{m_x}{m_\rho} \right)^{10} \right\}.$$

Численные оценки, сделанные по этим формулам, приведены в таблице I.

Поскольку величина массы ε (700)-мезона известна неточно, мы при расчетах используем два различных значения: $m_\varepsilon = 700$ МэВ и $m_\varepsilon = 750$ МэВ. К таким изменениям массы ε -мезона наиболее чувствителен параметр наклона θ_2^2 . Здесь, как и в случае длины рассея-

Таблица I

	$m_\varepsilon = 700$ МэВ	$m_\varepsilon = 750$ МэВ	Эксперимент ^{/4/}
$m_x a_0^0$	0,29	0,26	$0,26 \pm 0,05$
$m_x a_0^2$	-0,024	-0,024	$-0,028 \pm 0,012$
$m_x^3 \theta_0^0$	0,26	0,23	$0,25 \pm 0,03$
$m_x^3 \theta_0^2$	-0,11	-0,10	$-0,082 \pm 0,008$
$m_x^3 a_1^1$	0,039	0,037	$0,038 \pm 0,002$
$m_x^5 \theta_1^1$	$9,1 \cdot 10^{-4}$	$14,9 \cdot 10^{-4}$	
$m_x^5 a_2^0$	$6,6 \cdot 10^{-4}$	$5,5 \cdot 10^{-4}$	$(17 \pm 3) \cdot 10^{-4}$
$m_x^5 a_2^2$	$1,8 \cdot 10^{-4}$	$0,7 \cdot 10^{-4}$	$(1,3 \pm 3) \cdot 10^{-4}$
$m_x^7 \theta_2^0$	$2,5 \cdot 10^{-3}$	$2,2 \cdot 10^{-3}$	
$m_x^7 \theta_2^2$	$-2 \cdot 10^{-4}$	$-5 \cdot 10^{-4}$	
$m_x^7 a_3^1$	$0,2 \cdot 10^{-4}$	$0,2 \cdot 10^{-4}$	$(0,6 \pm 0,2) \cdot 10^{-4}$
$m_x^9 \theta_3^1$	$-0,4 \cdot 10^{-5}$	$-0,2 \cdot 10^{-5}$	

ния a_2^2 , происходит сильная компенсация вкладов скалярных мезонов, с одной стороны, и векторного ρ (770)-мезона, с другой. Для полноты в таблице I указаны и величины длины рассеяния a_ρ^I .

Теперь аналогичные расчеты сделаем для амплитуды упругого πK -рассеяния, которая была получена в работе^{/2/}. В этом случае выражения для параметров наклона громоздки, поэтому мы приведем только их численные значения.

В таблице 2 последовательно указаны вклады в низкоэнергетические параметры четырехугольных кварковых диаграмм и диаграмм типа деревьев с промежуточными скалярными ε (700); S^* (975); \bar{K} (1350)- и векторными K^* (892)- и ρ (770)-мезонами.

Можно сделать следующие выводы. Амплитуда (2) позволяет в полном согласии с имеющимися экспериментальными данными описать длину рассеяния и параметры наклона $\pi\pi$ -системы. Несколько заниженные значения низкоэнергетических параметров для d - и f -волн возрастут, если учесть вклады других мезонных пометов, например, здесь является существенным вклад тензорного f (1270)-мезона. Полученные данные для низкоэнергетических параметров πK -системы качественно

верно воспроизводят экспериментальную ситуацию. Для более точных оценок необходимо последовательно учитывать эффекты нарушения $SU(3)$ -симметрии при вычислении кварковых петлевых диаграмм.

Таблица 2

	Четырех- угольная диаграмма	Скалярные мезоны	Векторные мезоны	Сумма	Эксперимент ^{/5/}
$m_{\pi}^2 a_0^{1/2}$	-0,22	0,35	-0,02	0,11	$0,13 \pm 0,09$
$m_{\pi}^2 a_0^{3/2}$	-0,40	0,35	-0,01	-0,06	$-0,13 \pm 0,03$
$m_{\pi}^3 b_0^{1/2}$	+0,076	$3,2 \cdot 10^{-4}$	$-1,8 \cdot 10^{-3}$	0,075	
$m_{\pi}^3 b_0^{3/2}$	-0,051	$-6,0 \cdot 10^{-3}$	$-3,1 \cdot 10^{-3}$	-0,06	
$m_{\pi}^3 a_1^{1/2}$	0,009	$1,8 \cdot 10^{-3}$	$8,2 \cdot 10^{-3}$	0,019	0,018
$m_{\pi}^3 a_1^{3/2}$	-	$1,6 \cdot 10^{-3}$	$-2,5 \cdot 10^{-4}$	$1,3 \cdot 10^{-3}$	
$m_{\pi}^5 b_1^{1/2}$	-	$-3,4 \cdot 10^{-4}$	$+3,9 \cdot 10^{-3}$	$3,6 \cdot 10^{-3}$	
$m_{\pi}^5 b_1^{3/2}$	-	$-2,7 \cdot 10^{-4}$	$-2,4 \cdot 10^{-4}$	$-0,5 \cdot 10^{-3}$	
$m_{\pi}^5 a_2^{1/2}$	-	$5,4 \cdot 10^{-5}$	$1,7 \cdot 10^{-4}$	$2,2 \cdot 10^{-4}$	
$m_{\pi}^5 a_2^{3/2}$	-	$6,2 \cdot 10^{-5}$	$-1,5 \cdot 10^{-4}$	$-0,9 \cdot 10^{-4}$	
$m_{\pi}^7 b_2^{1/2}$	-	$3,0 \cdot 10^{-4}$	$5,2 \cdot 10^{-4}$	$8,2 \cdot 10^{-4}$	
$m_{\pi}^7 b_2^{3/2}$	-	$3,0 \cdot 10^{-4}$	$-2,5 \cdot 10^{-4}$	$5,0 \cdot 10^{-5}$	

Литература

1. Волков М.К., Осипов А.А. ЯФ, 1984, 39, с.694.
2. Волков М.К., Осипов А.А. ОИЯИ, P2-83-490, Дубна, 1983.
3. Волков М.К., Эберт Д. ЯФ, 1982, 36, с.1265;
Z.Phys.C., 1983, 16, p. 205.
4. Dumbrajs O. et al. Nucl.Phys., 1983, 216B, p. 277.
5. Karabarounis A., Shaw G. Journal Phys., 1980, 6G, p. 583.

Рукопись поступила в издательский отдел

21 сентября 1984 года.

Исаев П.С., Осипов А.А.

P2-84-646

Параметры наклона $\pi\pi$ -системы

В кварковой модели сверхпроводящего типа вычислены параметры наклона $\pi\pi$ -системы: $m_{\pi}^3 b_0^0 = 0,23$, $m_{\pi}^3 b_0^2 = -0,10$, $m_{\pi}^5 b_1^1 = 1,5 \cdot 10^{-3}$, $m_{\pi}^7 b_2^0 = 2,2 \cdot 10^{-3}$, $m_{\pi}^7 b_2^2 = -5 \cdot 10^{-4}$, $m_{\pi}^9 b_3^1 = -0,2 \cdot 10^{-5}$. Аналогичные расчеты сделаны для случая πK -системы. Амплитуды процессов получены в результате учета четырехугольных кварковых диаграмм и диаграмм типа деревьев с промежуточными скалярными $\epsilon/700/$, $S^*/975/$, $\tilde{K}/1350/$ и векторными $\rho/770/$, $K^*/892/$ -мезонами.

Работа выполнена в Лаборатории ядерных проблем ОИЯИ.

Сообщение Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1984

Перевод О.С.Виноградовой

Isaev P.S., Osipov A.A.

P2-84-646

Slope Parameters of $\pi\pi$ -System

The $m_{\pi}^3 b_0^0 = 0.23$, $m_{\pi}^3 b_0^2 = -0.10$, $m_{\pi}^5 b_1^1 = 1.5 \cdot 10^{-3}$, $m_{\pi}^7 b_2^0 = 2.2 \cdot 10^{-3}$, $m_{\pi}^7 b_2^2 = -5 \cdot 10^{-4}$, $m_{\pi}^9 b_3^1 = -0.2 \cdot 10^{-5}$ slope parameters of the $\pi\pi$ -system are calculated in the framework of the superconductor-type quark model. The same calculations are made for the πK -system. The amplitudes are obtained by using the box quark diagrams and tree diagrams with the intermediate scalar $\epsilon/700/$, $S^*/975/$, $\tilde{K}/1350/$ -mesons and vector $\rho/770/$, $K^*/892/$ -mesons.

The investigation has been performed at the Laboratory of Nuclear Problems, JINR.

Communication of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1984