объединенный
институт
ядерных
исследований
дубна

Р2-84-497

Е.Е.Радеску

# ДАЛЬНОДЕЙСТВУЮЩИЕ СИЛЫ В СПОНТАННО НАРУШЕННЫХ СУПЕРСИММЕТРИЯХ

Направлено на семинар "КВАРКИ-84",
Тбилиси, 15-17 мая 1984 г.

1984

1. <u>Предварительные замечания.</u> Сначала уместно сказать несколько слов об обычных электромагнитных ван-дер-ваальсовых силах/1/ и о современном способе их вычисления/2/. Электрически-нейтральные системы /как, например, незаряженные макроскопические тела, молекулы, $\pi^0$ -мезон и т.п./ даже в том случае, когда у них нет никакого собственного электрического или магнитного дипольного /и, вообще, мультипольного/ моментов, могут тем не менее взаимодействовать электромагнитным образом за счет обмена парой фотонов. Это взаимодействие идет через <u>наведенные</u> электрические или магнитные дипольные моменты и описывается на больших расстояниях /т.е. на расстояниях намного больше собственных размеров объектов/ ван-дер-ваальсовым /статическим/ потенциалом

$$V(r) = -\frac{\hbar c}{r^7}\left[\frac{23}{4\pi}(\alpha_A\alpha_B+\beta_A\beta_B) - \frac{7}{4\pi}(\alpha_A\beta_B+\beta_A\alpha_B)\right] + \mathcal{O}(r^{-9}), \qquad /1/$$

где $\alpha$, $\beta$ обозначают электрическую и магнитную поляризуемость, а индексы $A, B$ относятся к двум телам $A$ и $B$. Напомним, что $\alpha, \beta$ определяются равенствами $\vec d = \alpha\vec E$, $\vec m = \beta\vec H$, где $\vec d$ и $\vec m$ суть наведенные /электрический и магнитный/ дипольные моменты, приобретенные системой под действием внешнего поля $\vec E, \vec H$. Заметим, что: 1/ Хотя само понятие поляризуемости классическое, ван-дер-ваальсово взаимодействие является квантовым эффектом; в рамках классической электродинамики такого эффекта нет. 2/ Несмотря на то, что эти силы, как правило, очень слабые, в случае отсутствия обычных кулоновских взаимодействий они приводят к таким важным эффектам, как, например, молекулярное притяжение, ответственное, в основном, за форму макроскопических тел. 3/ Выражение потенциала /1/ - весьма общее, оно верно для любых систем, имеющих поляризуемости, и получается независимо от предположений, касающихся внутренней структуры тел, исходя, по существу, только из таких первоначальных принципов квантовой теории поля, как унитарность, причинность и сохранение электромагнитного тока.

Остановимся немного на вычислительных вопросах /далее нам понадобятся аналогичные технические приемы/ и отметим наиболее важные шаги вывода формулы /1/ /2/.

а/ Вводится статический потенциал взаимодействия между телами

$$V(r) = \frac{1}{(2\pi)^3}\,\frac{1}{4Mm}\int d\vec\kappa\, e^{i\vec\kappa\vec r}\, T_{AB\to A'B'}(s_0,\, t = -\vec\kappa\,), \qquad /2/$$

где $T_{AB\to A'B'}(s,t)$ есть инвариантная амплитуда упругого рассеяния A и B; s, t – обычные мандельштамовские переменные, m, M – массы двух тел A и B; r – относительное расстояние между ними; s полагается равным пороговому значению $s = s_0 = (M+m)^2$; для того, чтобы сохранить только интересующую нас часть потенциала, не зависящую от скорости.

б/ Используется дисперсионное соотношение по t

$$T_{AB\to A'B'}(s,t) = \frac{1}{\pi}\int_0^\infty \frac{\mathrm{Im}\,T^{(t)}_{AB\to A'B'}(s,t')dt'}{t'-t} + \text{/вклад левого разреза/}, \qquad /3/$$

чтобы выразить V(r) только через мнимую часть амплитуды в аннигиляционном канале:

$$V(r) = \frac{1}{(4\pi)^2}\,\frac{1}{Mm}\,\frac{1}{r}\int_0^\infty dt\,\mathrm{Im}\,T^{(t)}_{AB\to A'B'}(s,t)\,e^{-r\sqrt{t}}. \qquad /4/$$

Нетрудно убедиться в том, что левый разрез /начинающийся в точке $t_L = (M-m)^2 - s \neq 0$/, а также возможные вычитания в дисперсионном соотношении /3/ не будут давать вклада в дальнодействующую часть потенциала, а вид дальнодействия будет определяться только поведением $\mathrm{Im}\,T^{(t)}_{AB\to A'B'}(s_0,t)$ /на массовой поверхности/ при малых /положительных/ $t\,(t\sim 0)$. Это замечание особенно важно в том случае, когда подобные вычисления проводятся в рамках неперенормируемых теорий. Для дальнодействующих сил, возникающих в фермиевской теории слабых взаимодействий при обмене парой нейтрино-антинейтрино [3], именно таким образом удалось [4] получить однозначный ответ

$$V(r) = \frac{a}{4\pi^3}\,\hbar c\left(\frac{G_F}{\hbar c}\right)^2\frac{1}{r^5} + O(r^{-7}) \qquad /5/$$

с численным коэффициентом a, принимающим разные /но определенные и вычисляемые/ значения в зависимости от рассматриваемых частиц /в случае двух электронов a = +1/. Не надо упускать из виду, что /5/ является результатом второго порядка по константе Ферми $G_F/\hbar c$. Возвращаясь теперь к соотношению /4/, заметим, что поведение дальнодействующего типа для V(r) получается только потому, что интегрирование по t начинается с t = 0, а это, очевидно, связано с присутствием безмассовых состояний в t-канале.

в/ Следующий шаг состоит в вычислении /при помощи условия унитарности/ вклада двухфотонного состояния $\gamma,\gamma'$ в $\mathrm{Im}\,T^{(t)}_{AB\to A'B'}$:

$$\mathrm{Im}\,T^{(t)(\gamma\gamma')}_{AB\to A'B'}(s,t) \sim \Sigma \langle \bar A, A'|\,T^+|\gamma,\gamma'\rangle\langle\gamma,\gamma'|\,T\,|B,\bar B'\rangle. \qquad /8/$$



Поведение $\mathrm{Im}\,T^{(t)}_{AB\to A'B'}(s_0,t)$ при малых t получается модельно-независимым, поскольку для амплитуд $\langle\gamma,\gamma'|T|B,\bar B'\rangle$, $\langle\bar A, A'|T|\gamma,\gamma'\rangle$ /которые в отличие от $T_{AB\to A'B'}$ аналитичны по t около t = 0/ используются низкоэнергетические теоремы, справедливые в перекрестных процессах комптоновского рассеяния $\gamma A\to\gamma' A'$, $\gamma B\to\gamma' B'$. Именно на этом этапе входят в вычисления поляризуемости $\alpha_{A,B}$, $\beta_{A,B}$ двух тел A и B, определяющие для нейтральных /бесспиновых/ систем первый ненулевой член в низкоэнергетическом разложении амплитуд комптоновского рассеяния /при фиксированной передаче импульса/. Эти низкоэнергетические теоремы и дают ту физическую информацию, которая лежит в основе всего расчета. Таким образом находится поведение $\mathrm{Im}\,T^{(t)}_{AB\to A'B'}(s_0,t)\sim\rho t^2 (t\sim 0)$ с коэффициентом $\rho$, вычисляемым только в терминах поляризуемостей – и затем с помощью преобразования /4/ получается, наконец, формула /1/ для потенциала.

II. <u>Обмен парой голдстоуновских фермионов.</u> В случае спонтанного нарушения глобальной бозон-фермионной /"супер"-/ симметрии [5] генераторы $Q_\alpha$ /майорановские спинорные операторы, $\alpha = 1,2,3,4$/, удовлетворяющие известным /анти/ коммутационным соотношениям

$$\{Q_\alpha, \bar Q_\beta\} = 2\gamma^\mu_{\alpha\beta}P_\mu, \quad [Q_\alpha, P_\mu] = 0, \ldots \qquad /7/$$

/$Q = C\bar Q^T$, $\bar Q = Q^+\gamma_0$, C – матрица зарядового сопряжения/, постоянны во времени /спин-векторный ток $J^\mu_\alpha(x)$ сохраняется: $\partial_\mu J^\mu_\alpha(x) = 0$, $Q_\alpha = \int J^0_\alpha(x)\,d^3x$ /, но не аннигилируют вакуумное состояние, $Q_\alpha|0\rangle\neq 0$. Вследствие теоремы Голдстоуна в теории возникает безмассовая, спин-1/2-майорановская частица $\lambda$, дающая следующее, отличное от нуля, вакуумное среднее тензора энергии-импульса $\theta^\nu_\mu(x)$:

$$\langle 0|\theta^\nu_\mu(0)|0\rangle = \frac{1}{2}F^2 g^\nu_\mu. \qquad /8/$$

Постоянная $\sqrt{F}$ определяет масштаб нарушения суперсимметрии и вводится с помощью соотношений

$$\langle 0|J^\mu_\alpha(0)|\lambda(k)\rangle = -iF\gamma^\mu_{\alpha\beta}u_\beta(k), \quad k^2 = 0. \qquad /9/$$

Раз есть безмассовые частицы, тогда должно быть и соответствующее дальнодействие за их счет. Обмен в t-канале одной $\lambda$-частицей, так как $\lambda$ является фермионом, будет менять природу частиц в каждой из двух вершин, но обмен парой $\lambda,\lambda'$ будет давать вклад в любую упругую реакцию. Именно этим обменом, ведущим, как было показано в [6], к универсальному дальнодействию между массивными телами, мы и будем заниматься. Как и в предыдущем разделе, основная физическая информация, ведущая к интересующему нас результату заключена в низкоэнергетической теореме [7,8], определяющей пороговое поведение любой упругой реакции $\lambda A\to\lambda' A'$. Так как такая теорема нам нужна в случае общей кинематической конфигурации, мы будем ее формулировать так [6]: Для T-матричного элемента упругого рассеяния частицы $\lambda$ на любую мишень A /усредненного по спинам A/ справедливо разложение

$$<\lambda(k'), A(r')|T|\lambda(k), A(r)> = (2\pi)^4 \delta^4(k+r-k'-r')\bar{u}(k')R_\mu \gamma^\mu u(k). \qquad /10/$$

$$[-\frac{4(RK)\Phi(t)}{F^2} + \text{/высшие степени (RK)/}]; \ t \text{ - фиксированное.}$$

Мы используем обозначения и определения

$$R = \frac{1}{2}(r+r'),\ K = \frac{1}{2}(k+k'),\ t = (k-k')^2 = (r-r')^2;\ k'^2 = k^2 = 0; r^2 = r'^2 = m^2;$$

$$<A(r')\theta^\nu_\mu(0)|A(r)> = 2R_\mu R^\nu\ \Phi(t) + \ldots\ ;\quad \Phi(t=0) = 1.$$

Доказательство, осуществляемое обычными методами алгебры токов, основано, по существу, только на фундаментальном антикоммутаторе суперсимметрии, точнее, на его аналоге для плотностей: $\{Q_\alpha, \bar{J}^\nu_\beta(0)\} = 2\gamma^\mu_{\alpha\beta}\theta^\nu{}_\mu(0)$. Поэтому, соотношение /10/ носит весьма общий характер и должно выполняться в любой конкретной полевой модели со спонтанным нарушением глобальной суперсимметрии.

Теперь, чтобы найти искомое дальнодействие /за счет обмена парой $\lambda, \lambda'$/ между любыми двумя телами A и B с массами m, M, остается написать условие унитарности в t-канале, воспользоваться техникой, изложенной в разделе I, и учесть /10/ для обоих промежуточных процессов $\lambda A \to \lambda' A'$, $\lambda B \to \lambda' B'$, находя таким образом лидирующий член в разложении мнимой части $\mathrm{Im}\,T^{(t)}_{AB\to A'B'}$ около $t = 0$. Мы не будем здесь воспроизводить достаточно громоздкие вычисления /подробности см. в [6]/, а дадим только результат:

$$\mathrm{Im}\,T^{(t)(\lambda\lambda')}_{AB\to A'B'}(s_0, t) = -\frac{M^2 m^2}{15\pi F^4} t^2 + O(t^3), \qquad /11/$$

откуда, учитывая /4/ и восстанавливая множители $\hbar$ и c, имеем

$$V(r) = -\hbar c^5 Mm \frac{1}{\pi^3 F^4}\ \frac{1}{r^7} + O(r^{-9}). \qquad /12/$$

Универсальность этого дальнодействия объясняется тем, что, с одной стороны, гамильтониан связан определенным образом с генераторами суперсимметрии $(H = \frac{1}{8}\sum_\alpha Q_\alpha Q^+_\alpha + Q^+_\alpha Q_\alpha)$, а с другой – тензор энергии-импульса $\theta^\nu_\mu$, как известно, имеет универсальную связь с материей. Заметим, что результат /12/ получается не только в теориях с линейными реализациями суперсимметрии, но также и в моделях с нелинейными представлениями, когда нет нужды в суперпартнерах; достаточно присутствия поля $\lambda(x)$ Волкова-



Акулова [7] /взаимодействие поля с другими полями вытекает универсальным образом из суперинвариантности действия/. Выражение /12/ получается, как и должно быть, и прямым вычислением /во втором порядке по константе связи $F^{-2}$/ в модели Волкова-Акулова [7] для взаимодействия майорановского поля $\lambda(x)$, например, со скалярным полем $\phi(x)$ с эффективным лагранжианом

$$L(x) = \frac{1}{2}\partial_\mu\phi\ \partial^\mu\phi - \frac{F^2}{2}\det|g^\mu_\nu - \frac{i}{F^2}\bar{\lambda}\gamma^\mu\partial_\nu\lambda| + \frac{i}{F^2}\lambda\gamma^\mu\partial_\nu\lambda\cdot\partial_\mu\phi\partial^\nu\phi + \ldots, \qquad /13/$$

инвариантным при "супер"-преобразованиях

$$x'_\mu = x_\mu - (i/F^2)\bar{\lambda}(x)\gamma_\mu\xi,\ \ \lambda'(x') = \lambda(x) + \xi,\ \ \phi'(x') = \phi(x), \qquad /14/$$

где $\xi$-постоянный /антикоммутирующий/ майорановский биспинор. Никаких особых трудностей в расчете не возникает потому, что нас интересуют только мнимые части соответствующих фейнмановских диаграмм /вычисляемые, например, при помощи правил Ландау-Кутковского/.

III. Экспериментальные границы для $\sqrt{F}$. Покажем теперь, какие ограничения на параметр нарушения $\sqrt{F}$ налагает эксперимент. Используем для этого результаты работы [9], где найдены границы для дальнодействия /включая $r^{-7}$/. Из экспериментов типа Кавендиша /измеряющих гравитационные силы между телами на лабораторных расстояниях/ существует предел [9,10]

$$r\frac{d}{dr}(r^2\mathcal{F}(r))/r^2\mathcal{F}(r)|_{r=10\ \text{см}} \lesssim 10^{-2}. \qquad /15/$$

для полной силы $\mathcal{F}(r)$ /ньютоновская + отклонение/, что приводит к очень слабому ограничению $\sqrt{F} \gtrsim 10^{-6}$ ГэВ. Ничего удивительного здесь нет, потому что силы /12/ сравнимы с гравитационными при расстояниях $r_0 \approx 10^{-8}$ /F/ГэВ$^2$/$^{-2/3}$ см. Для получения более полезных сведений о $\sqrt{F}$ обратимся к радиационным переходам в экзотических атомах, когда тяжелый /вращающийся вокруг ядра/ адрон может проникать на очень малые расстояния. Для антипротона, связанного с ядром Z = 16, A = 32, в [9] показано, что экспериментальные пределы для соответствующих X-лучей [11] дают для потенциалов типа $V_7(r) = \lambda_7$ (1 Фм/r)$^7$(0,2 ГэВ) границу $\lambda_7 < 3$, что ведет к $\sqrt{F} > 0{,}2$ ГэВ. И это ограничение очень слабое, хотя лучшее, чем предыдущее. Несколько более сильные ограничения получаются из экспериментальных границ для ненаблюдаемых нейтральных продуктов /н.н.п./ в распадах элементарных частиц. Из существующих данных о процессе $\psi' \to \pi^+\pi^-\psi, \psi \to$ /н.н.п./ в [12] найдено, что $\sqrt{F} > 9$ ГэВ, но при этом использовано несколько дополнительных предположений, касающихся фотино $\tilde{\gamma}$. Из экспериментальной границы [13] $[\Gamma(K\to\pi$ + н.н.п.$)$ / $\Gamma$ (полная)$] \lesssim 3{,}8\cdot 10^{-8}$, считая, что $[\Gamma(K \to \pi\lambda\lambda)/\Gamma(K \to \pi e\nu)] \approx m_K^8/F^4$, мы получим $\sqrt{F} \gtrsim 2{,}8$ ГэВ, а если использовать те же дополнительные гипотезы о фотино, что и в [12], из $[\Gamma(K \to \pi\tilde{\gamma}\lambda)/\Gamma(K \to \pi e\nu)] \approx m_K^4 e^2/F^2 (e^2/4\pi \approx 1/137)$, следует $\sqrt{F} \gtrsim 9{,}4$ ГэВ. Информация о $\sqrt{F}$, полученная из астрофизических соображений, пока сильно зависит от используемой модели.

IV. Обмен парой легких гравитино. Рассмотрим, наконец, случай локальной реализации суперсимметрии. Когда параметры преобразований зависят от точки пространства-времени через /"супер"/ механизм Хиггса [14,15], голдстоуновские моды исчезают, а калибровочная частица /майорановское спина 3/2 гравитино/ получает массу $m_{\tilde g} = \kappa F/\sqrt{6}$ $(\kappa \equiv [8\pi G_{\text{Ньютона}}]^{1/2})$. Благодаря обрезающему фактору $\exp(-m_{\tilde g} r)$ -дальнодействие, подобное предыдущему, возникать не будет. Хотя в настоящее время предпочитают считать, что гравитино очень тяжелая частица $/m_{\tilde g} \gtrsim 10^3$ ГэВ/, никак не исключаетчя [16] другая крайняя возможность, что, наоборот, оно весьма легкое $/m_{\tilde g} \lesssim 10^{-6}$ эВ/. На самом деле из ограничений, полученных в разделе III видно, что $m_{\tilde g} \gtrsim 1{,}5\times10^{-8}$ эВ, а это значит, что обмен парой легких гравитино $/1{,}5\times10^{-8}$ эВ $\lesssim m_{\tilde g} \lesssim 10^{-6}$ эВ/ может привести к силам с макроскопическим радиусом действия порядка или меньше сантиметра. Посмотрим, что можно извлечь из вычисленного потенциала /12/ в этих обстоятельствах. Здесь оказывается весьма полезным замечание Файе [17] о том, что в пределе $\kappa \to 0$, $m_{\tilde g} \to 0$ /F фиксированно/, хотя спиральные компоненты $\pm 3/2$ гравитино исчезают, другие две компоненты со спином $\pm 1/2$ остаются и ведут себя /во внешних и во внутренних линиях фейнмановских диаграмм/ точно таким же образом, как вела себя голдстоуновская частица глобальной теории. А это означает, что, несмотря на то, что обмен парой легких гравитино - процесс четвертого порядка по $\kappa$, соответствующий потенциал исчезать в пределе все-таки не будет. По существу, это происходит за счет компенсаций типа $(\kappa/m_{\tilde g})^4 = (\sqrt{6}/F)^4 \neq 0)$. Следовательно, на расстояниях, намного меньших $m_{\tilde g}^{-1}$, по-видимому, тоже будут действовать те же самые универсальные силы /12/. Для более строгих утверждений нужны, конечно, прямые вычисления в супергравитации.

В заключение автор выражает благодарность организаторам семинара "Кварки-84" за гостеприимство, оказанное ему в Тбилиси.

ЛИТЕРАТУРА


1. London F. Z.Phys., 1930, 63, p. 245; Casimir H.B.G., Polder D. Phys.Rev., 1948, 73, p. 360.
2. Feinberg G., Sucher J. Phys.Rev., 1970, A2, p. 2395.
3. Tamm I. Nature , 1934, 133, p. 981; Iwanenko D. (ibid). Bethe H., Bacher R.A. Rev.Mod.Phys., 1936, 8, p. 201. Iwanenko D., Sokolov A. Z.Phys., 1936, 102, p. 119.
4. Feinberg G., Sucher J. Phys.Rev., 1968, 166, p. 1638.





5. Ogievetsky V.I., Mezincescu L. Usp. Fiz.Nauk, 1975, 117, p. 637; Sov.Phys.Usp., 1976, 18, p. 960; Abdus Salam, Strathdee J. Fortschr. Phys., 1978, 26, p. 57.
6. Radescu E.E. Phys.Rev., 1983, D27, p. 1409.
7. Volkov D.V., Akulov A.P. Pis'ma Zh. Eksp.Teor.Fiz., 1972, 16, p. 621; JETP Lett., 1972, 16, p. 438; Teor.Mat.Fiz., 1974, 18, p. 39.
8. Pagels H., Primack J.R. Phys.Rev.Lett., 1982, 48, p. 223.
9. Feinberg G., Sucher J. Phys.Rev., 1979, D20, p. 1717.
10. Long D.R. Phys.Rev., 1974, D9, p. 850; Nature 1976, 260, p. 417.
11. Bamberger A. et al. Phys.Lett., 1970, 33B, p. 233.
12. Fayet P. CERN Report No TH3311/E.P., 82/63, 1982.
13. Asano Y. et al. Phys.Lett., 1981, 107B, p. 159.
14. Volkov D.V., Soroka A.V. Pis'ma Zh. Eksp.Teor.Fiz., 1973, 18, p. 529; JETP Lett., 1973, 18, p. 312.
15. Deser S., Zumino B. Phys.Rev.Lett., 1977, 38, p.1433.
16. Fayet P. Preprint LPTENS, 1983, 83/19.
17. Fayet P. Phys.Lett., 1977, 70B, p. 461; 1979, 84B, p. 421.


Рукопись поступила в издательский отдел
11 июля 1984 года.

В Объединенном институте ядерных исследований начал выходить сборник *"Краткие сообщения ОИЯИ"*. В нем будут помещаться статьи, содержащие оригинальные научные, научно-технические, методические и прикладные результаты, требующие срочной публикации. Будучи частью "Сообщений ОИЯИ", статьи, вошедшие в сборник, имеют /в отличие от препринтов/ статус официальных публикаций ОИЯИ.

Сборник "Краткие сообщения ОИЯИ" будет выходить регулярно.

The Joint Institute for Nuclear Research begins publishing a collection of papers entitled *JINR Rapid Communications* which is a section of the JINR Communications and is intended for the accelerated publication of important results on the following subjects:

Physics of elementary particles and atomic nuclei.
Theoretical physics.
Experimental techniques and methods.
Accelerators.
Cryogenics.
Computing mathematics and methods.
Solid state physics. Liquids.
Theory of condenced matter.
Applied researches.

Being a part of the JINR Communications, the articles of this new collection, in contrast to the JINR Preprints, have the status of official publications of the JINR.

*JINR Rapid Communications* will be issued regularly.

Радеску Е.Е.
Р2-84-497

Дальнодействующие силы в спонтанно нарушенных суперсимметриях

В рамках спонтанно нарушенной глобальной суперсимметрии обсуждается обмен парой голдстоуновских фермионов между массивными телами. Ван-дер-ваальсов потенциал возникающего универсального дальнодействия использован для нахождения из экспериментов разных типов ряда ограничений на параметр нарушения. Для случая локальной реализации суперсимметрии кратко рассматривается вопрос об обмене парой весьма легких гравитино.

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики ОИЯИ.

Препринт Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1984

Перевод автора

Radescu E.E.
P2-84-497

Long-Range Forces in Spontaneously Broken Supersymmetries

In the framework of spontaneously broken global supersymmetry, the Goldstone fermion pair exchange is analyzed. The van der Waals-type potential of the appearing long-range universal interaction is used to put constraints from various sorts of experiments on the breaking parameter. In the case of local supersymmetry the question of (very light) gravitino pair exchange is briefly discussed.

The investigation has been performed at the Laboratory of Theoretical Physics, JINR.

Preprint of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1984