

СООБЩЕНИЯ
ОБЪЕДИНЕННОГО
ИНСТИТУТА
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ
ДУБНА

С324.4Г

P2-84-458

В.Бужек¹, Р.М.Ибадов²

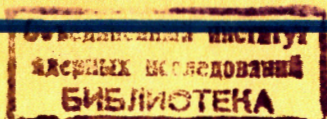
4458/84

О СТОХАСТИЧЕСКОМ КВАНТОВАНИИ
АБЕЛЕВЫХ ПОЛЕЙ

¹ Московский государственный университет
им. М.В.Ломоносова.

² Самаркандский государственный университет
им. А.Навои.

1984



В работах Паризи и Ву /1/ (см. также /2/ и обзор /3/) обсуждается метод стохастического квантования (МСК) евклидовых полей. Этот метод связан с увеличением числа измерений исходного евклидова пространства \mathbb{R}^D , т.е.

$$x \rightarrow x, t \quad (x \in E^D); \quad \varphi(x) \rightarrow \varphi(x, t).$$

Наряду с заменой $\varphi(x) \rightarrow \varphi(x, t)$ постулируется стохастическое дифференциальное уравнение (уравнение Ланжевена), которое описывает эволюцию поля $\varphi(x, t)$ в фиктивном времени t . Это уравнение для поля с действием $S[\varphi] = S_0[\varphi] + S_I[\varphi]$ можно записать в виде

$$\frac{\partial \varphi(x, t)}{\partial t} = - \frac{\delta S[\varphi]}{\delta \varphi(x, t)} + \gamma(x, t). \quad (I)$$

Случайную величину $\gamma(x, t)$, имеющую гауссово распределение $P[\gamma] = \exp[-\int d^D x dt \gamma^2(x, t)]$, называют "белым шумом" БШ .

Метод стохастического квантования основан на том, что корреляционные функции, построенные из решений $\varphi_\gamma(x, t)$ уравнения (I), обладают при $t \rightarrow \infty$ пределом, равным функциям Швингера стандартной евклидовой теории поля с действием S_0 ,

$$\begin{aligned} \lim_{t \rightarrow \infty} \langle \varphi_\gamma(x_1, t) \dots \varphi_\gamma(x_n, t) \rangle_\gamma &= \langle \varphi(x_1) \dots \varphi(x_n) \rangle_0 \equiv \\ &\equiv N^{-1} \int \prod_x d\varphi e^{-S[\varphi]} \varphi(x_1) \dots \varphi(x_n). \end{aligned}$$

*) Дополнительное измерение t принято называть фиктивным временем.

**) Усреднение произвольного функционала $F[\gamma]$ по γ определяется обычным образом: $\langle F[\gamma] \rangle_\gamma = \int \prod_{x,t} d\gamma P[\gamma] F[\gamma]$.

Метод квантования, предложенный Паризи и Ву ^{/1/}, связан с определенными техническими трудностями при вычислении корреляционных функций ^{*}). Поэтому в ^{/4/} был предложен модифицированный вариант стохастического квантования, свободный от упомянутых трудностей при вычислении по теории возмущений.

Новое в подходе ^{/4/} заключается в том, что эволюция поля $\varphi(x, t)$ с действием $S = S_0 + S_I$ в фиктивном времени t описывается уравнением

$$\frac{\partial \varphi(x, t)}{\partial t} = - \frac{\delta S_0[\varphi]}{\delta \varphi(x, t)} + \zeta(x, t), \quad (2)$$

в правой части которого стоит вариационная производная лишь от свободного действия $S_0[\varphi]$. При этом распределение $P[\zeta]$ случайной величины ζ выбирается так, чтобы для корреляционных функций $\langle \varphi_{\zeta}(x_1, t) \dots \varphi_{\zeta}(x_n, t) \rangle_{\zeta}$, построенных из решений этого уравнения, выполнялось равенство

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \langle \varphi_{\zeta}(x_1, t) \dots \varphi_{\zeta}(x_n, t) \rangle_{\zeta} = \langle \varphi(x_1) \dots \varphi(x_n) \rangle_0.$$

Таким образом, в новом подходе "шум" ответственен не только за квантование классической системы, но и за реализацию взаимодействия в ней.

В ^{/4/} было подробно рассмотрено квантование скалярных полей. Настоящая работа посвящена изучению стохастического квантования абелевых калибровочных полей. Для простоты рассмотрим скалярную безмассовую электродинамику с действием:

$$S = \int d^D x \left\{ (\partial_{\mu} \varphi)^{\dagger} (\partial_{\mu} \varphi) + \frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} \right\}, \quad (3)$$

^{*}) Во-первых, число диаграмм, отвечающих некоторой корреляционной функции и подлежащих вычислению по теории возмущений, существенно больше числа стандартных фейнмановских диаграмм для соответствующей функции Швингера. Во-вторых, в стохастических диаграммах необходимо провести сложные интегрирования по фиктивным временам.

где, как обычно,

$$D_{\mu} = \partial_{\mu} - ie A_{\mu}, \quad F_{\mu\nu} = \partial_{\mu} A_{\nu} - \partial_{\nu} A_{\mu}.$$

Решения уравнений (2) для полей $\varphi(x, t)$ и $A_{\mu}(x, t)$ можно записать так ^{**)}:

$$\varphi(k, t) = \int_0^t ds G(k, t-s) \zeta(k, s); \quad \varphi(x, t) = \frac{1}{(2\pi)^{D/2}} \int d^D k e^{ikx} \varphi(k, t),$$

$$A_{\mu}(k, t) = \int_0^t ds G_{\mu\nu}(k, t-s) \zeta_{\nu}(k, s); \quad A_{\mu}(x, t) = \frac{1}{(2\pi)^{D/2}} \int d^D k e^{ikx} A_{\mu}(k, t).$$

Функции $G(k, t-s)$ и $G_{\mu\nu}(k, t-s)$ имеют вид

$$G(k, t-s) = \exp\{-k^2(t-s)\},$$

$$G_{\mu\nu}(k, t-s) = \left(\delta_{\mu\nu} - \frac{k_{\mu} k_{\nu}}{k^2} \right) \exp\{-k^2(t-s)\} + \frac{k_{\mu} k_{\nu}}{k^2}.$$

Рассмотрим далее производящий функционал $Z[\bar{J}, \lambda, \lambda^{\dagger}]$ для стохастических диаграмм ^{/5/}. Он получается из выражения

$$Z[\bar{J}, \lambda, \lambda^{\dagger}] = \int D A_{\mu} D \varphi D \varphi^{\dagger} D \zeta D \zeta^{\dagger} P[\bar{J}, \zeta, \zeta^{\dagger}] \times$$

$$\delta(A_{\mu} - A_{\mu}^{\zeta}) \delta(\varphi - \varphi_{\zeta}) \delta(\varphi^{\dagger} - \varphi_{\zeta}^{\dagger}) \times$$

$$\exp\left\{ \int d^D k ds (\bar{J}_{\mu} A_{\mu} + \lambda^{\dagger} \varphi + \lambda \varphi^{\dagger}) \right\}. \quad (4)$$

^{**)} Предполагается, что начальные условия имеют вид

$$A_{\mu}(x, t) \Big|_{t=0} = 0; \quad \varphi(x, t) \Big|_{t=0} = 0.$$

Роль начальных условий рассматривается ниже.

Функционал $P[\mathcal{F}_M, \mathcal{F}, \mathcal{F}^+]$ описывает распределение "шумов" $\mathcal{F}_M, \mathcal{F}, \mathcal{F}^+$ и в рассматриваемом случае имеет вид

$$P[\mathcal{F}_M, \mathcal{F}, \mathcal{F}^+] = \exp \left\{ -\frac{1}{4} \int d^D k dS \mathcal{F}_M(k, S) \mathcal{F}_M(-k, S) - \frac{1}{2} \int d^D k dS \mathcal{F}^+(k, S) \mathcal{F}(k, S) - \int d^D k d t \mathcal{L}_I(\varphi_{\mathcal{F}}, \varphi_{\mathcal{F}}^+, \mathcal{A}_M^{\mathcal{F}}) \delta(t - \tau) \right\},$$

где

$$\mathcal{L}_I(\varphi_{\mathcal{F}}, \varphi_{\mathcal{F}}^+, \mathcal{A}_M^{\mathcal{F}}) = -\frac{e}{(2\pi)^{D/2}} \int d^D k_1 d^D k_2 d^D q \times$$

$$\varphi_{\mathcal{F}}^+(k_1) \varphi_{\mathcal{F}}(k_2) \mathcal{A}_M^{\mathcal{F}}(q) (k_1 + k_2)_\mu \delta(k_1 - k_2 - q) + \frac{e^2}{(2\pi)^D} \int d^D k_1 d^D k_2 d^D q_1 d^D q_2 \delta(k_1 - k_2 - q_1 - q_2) \times \varphi_{\mathcal{F}}^+(k_1) \varphi_{\mathcal{F}}(k_2) \mathcal{A}_M^{\mathcal{F}}(q_1) \mathcal{A}_M^{\mathcal{F}}(q_2).$$

Здесь τ - некоторое фиксированное значение фиктивного времени t . После интегрирования в (4) получаем для $Z[\mathcal{J}, \lambda, \lambda^+]$ выражение

$$Z[\mathcal{J}, \lambda, \lambda^+] = \exp \left\{ \frac{e}{(2\pi)^{D/2}} \int d^D k_1 d^D k_2 d^D q \times \frac{\delta}{\delta \lambda(k_1, \tau)} \frac{\delta}{\delta \lambda(k_2, \tau)} \frac{\delta}{\delta \mathcal{J}_M(q, \tau)} (k_1 + k_2)_\mu - \frac{e^2}{(2\pi)^D} \int d^D q_1 d^D q_2 d^D k_1 d^D k_2 \times \delta(k_1 - k_2 - q_1 - q_2) \frac{\delta}{\delta \lambda^+(k_1, \tau)} \frac{\delta}{\delta \mathcal{J}_M(q_1, \tau)} \frac{\delta}{\delta \mathcal{J}_M(q_2, \tau)} \frac{\delta}{\delta \lambda(k_2, \tau)} \right\} \times \exp \left\{ \frac{1}{2} \int d^D k dS d t \mathcal{J}_M(k, S) D_{M\nu}(k, S, t) \mathcal{J}_\nu(-k, t) + \right.$$

$$\left. + \int d^D k dS d t \lambda^+(k, S) D(k, S, t) \lambda(k, t) \right\}, \quad (5)$$

где

$$D_{M\nu}(k, S, t) = \left(\sigma_{M\nu} - \frac{k_\mu k_\nu}{k^2} \right) \frac{1}{k^2} \left\{ \exp[-k^2|t-S|] - \exp[-k^2|t+S|] \right\} + 2 \min\{t, S\} \frac{k_\mu k_\nu}{k^2}$$

$$D(k, S, t) = \frac{1}{k^2} \left\{ \exp[-k^2|t-S|] - \exp[-k^2|t+S|] \right\}.$$

Вычислим теперь с помощью производящего функционала (5) корреляционную функцию $\langle \varphi_{\mathcal{F}}(k_1, \tau) \varphi_{\mathcal{F}}^+(k_2, \tau) \rangle_{\mathcal{F}}$. В нулевом приближении по теории возмущений она имеет вид

$$\langle \varphi_{\mathcal{F}}(k_1, \tau) \varphi_{\mathcal{F}}^+(k_2, \tau) \rangle_{\mathcal{F}}^{(0)} = D(k_1, \tau, \tau) \delta(k_1 - k_2) \equiv \equiv D(k_1, \tau) \delta(k_1 - k_2). \quad (6)$$

Функцию $D(k, \tau)$ будем называть стохастическим пропагатором поля φ . При $\tau \rightarrow \infty$ $D(k, \tau)$ равна функции Швингера данного евклидового поля.

Аналогично, корреляционную функцию $\langle \mathcal{A}_M^{\mathcal{F}}(p_1, \tau) \mathcal{A}_M^{\mathcal{F}}(p_2, \tau) \rangle_{\mathcal{F}}$ можно выразить через стохастический пропагатор $D_{M\nu}(p, \tau)$, который имеет вид

$$D_{M\nu}(p, \tau) = \left(\sigma_{M\nu} - \frac{k_\mu k_\nu}{k^2} \right) \frac{1}{k^2} \left[1 - e^{-2\tau k^2} \right] + 2\tau \frac{k_\mu k_\nu}{k^2}.$$

Из найденного выражения следует, что стохастический пропагатор $D_{M\nu}(k, \tau)$ представляет собой сумму фейнмановского пропагатора в калибровке Ландау и расходящейся при $\tau \rightarrow \infty$ части.

Непосредственным вычислением можно убедиться в том, что часть $D_{M\nu}$, расходящейся при $\tau \rightarrow \infty$, порождается продольной частью поля $\mathcal{A}_M(k, t)$. Действительно, запишем уравнение

Ланжевана для свободного поля отдельно для поперечной и продольной компонент :

$$\frac{\partial \mathcal{A}_M^{trans.}(k,t)}{\partial t} = -\kappa^2 \mathcal{A}_M^{trans.} + \zeta_M^{trans.} \quad (7a)$$

$$\frac{\partial \mathcal{A}_M^{long.}(k,t)}{\partial t} = \zeta_M^{long.} \quad (7b)$$

где, как обычно, $\mathcal{A}_M^{trans.}(k,t) = (\delta_{\mu\nu} - \kappa_\mu \kappa_\nu / \kappa^2) A_\nu(k,t)$, $\mathcal{A}_M^{long.}(k,t) = \kappa_\mu \kappa_\nu / \kappa^2 \cdot A_\nu(k,t)$. $\zeta_M^{trans.}$ и $\zeta_M^{long.}$ являются поперечной и продольной частью "шума", соответственно, и имеют гауссово распределение (поскольку рассматривается свободное поле).

Легко убедиться, что

$$\langle \mathcal{A}_M(P_1, T) \mathcal{A}_M(-P_2, T) \rangle^{(0)} = \left[\langle \mathcal{A}_M^{trans.}(P_1, T) \mathcal{A}_M^{trans.}(-P_2, T) \rangle + \langle \mathcal{A}_M^{long.}(P_1, T) \mathcal{A}_M^{long.}(-P_2, T) \rangle \right],$$

где

$$\langle \mathcal{A}_M^{long.}(P_1, T) \mathcal{A}_M^{long.}(-P_2, T) \rangle = \delta(P_1 - P_2) 2\pi \kappa_\mu \kappa_\nu / \kappa^2,$$

что и требовалось доказать.

Вычислим далее вклад в корреляционные функции

$\langle \varphi^+(P_1, T) \varphi(P_2, T) \rangle$ во втором порядке по теории возмущений.

Он имеет вид ^{*}

$$\langle \varphi^+(P_1, T) \varphi(P_2, T) \rangle^{(2)} = \frac{e^2}{(2\pi)^D} \delta(P_1 - P_2) D(P_1, T) D(P_2, T) \times \quad (8)$$

$$\int d^D k \left[(\kappa + P_1)_\mu D_{\mu\nu}(\kappa - P_1, T) (\kappa + P_1)_\nu D(\kappa, T) - D_{\mu\mu}(\kappa, T) \right].$$

* На примере вклада в корреляционную функцию $\langle \varphi \varphi \rangle$ во втором порядке по теории возмущений можно убедиться, что предложенный нами способ стохастического квантования существенно проще метода Паризи и Ву. По Паризи и Ву для вычисления аналогичного вклада необходимо вычислить 7 диаграмм (вместо наших 2), в вершинах которых нужно произвести интегрирование по фиктивным временам.

После несложных преобразований из (8) при $T \rightarrow \infty$ получаем

$$\lim_{T \rightarrow \infty} \langle \varphi^+(P_1, T) \varphi(P_2, T) \rangle^{(2)} = \frac{e^2}{(2\pi)^D} \delta(P_1 - P_2) D(P_1, T) D(P_2, T) \times \quad (9)$$

$$\left\{ \int d^D k \left[\left(\frac{(\kappa + P_1)^2 - (\kappa - P_1)^2}{(\kappa - P_1)^2} \right) \frac{1}{\kappa^2 (\kappa - P_1)^2} - \frac{3}{\kappa^2} \right] + \right.$$

$$\left. + 2\pi \int d^D k \left[\frac{(\kappa^2 - P_1^2)^2}{(\kappa - P_1)^2 \kappa^2} - 1 \right] \right\}.$$

Часть выражения в правой части (9), не зависящая от T , представляет собой известное выражение в калибровке Ландау, т.е. вклад поперечной компоненты поля $\mathcal{A}_M^{trans.}(k,t)$. Продольная часть поля \mathcal{A}_M ответственна за возникновение расходящейся при $T \rightarrow \infty$ части. Другими словами можно сказать, что член $\sim T$ эквивалентен изменению равновесного пропагатора $\langle \varphi^+ \varphi \rangle$ при добавлении к равновесному пропагатору $\langle \mathcal{A}_M^{trans.} \mathcal{A}_M^{trans.} \rangle$ калибровочного члена

$$T \kappa_\mu \kappa_\nu / \kappa^2 = \langle \mathcal{A}_M^{long.} \mathcal{A}_M^{long.} \rangle.$$

Рассмотрим далее корреляционные функции для калибровочно-инвариантных объектов. В частности, в нулевом приближении величина

$\langle F_{\mu\alpha}(k, T) F_{\alpha\beta}(-k, T) \rangle$ имеет вид

$$\lim_{T \rightarrow \infty} \langle F_{\mu\alpha}(k, T) F_{\alpha\beta}(-k, T) \rangle^{(0)} = \frac{\kappa_\mu \kappa_\alpha \delta_{\mu\beta} - \kappa_\nu \kappa_\beta \delta_{\mu\nu} - \kappa_\mu \kappa_\beta \delta_{\alpha\nu} - \kappa_\nu \kappa_\alpha \delta_{\mu\beta}}{\kappa^2}.$$

Это означает, что при $T \rightarrow \infty$ калибровочно-инвариантный объект $\langle F_{\mu\alpha} F_{\alpha\beta} \rangle$ достигает стационарного предела. Непосредственным вычислением можно убедиться, что учет радиационных поправок не нарушает основного свойства калибровочно-инвариантных величин.

Действительно, в этом легко убедиться, вычислив первую радиационную поправку для корреляционной функции $\langle F_{\mu\alpha}(k, T) F_{\alpha\beta}(-k, T) \rangle$:

$$\langle F_{\mu\alpha}(k, T) F_{\alpha\beta}(-k, T) \rangle^{(2)} = \kappa_\mu \kappa_\alpha \langle \mathcal{A}_\nu(k, T) \mathcal{A}_\beta(-k, T) \rangle^{(2)} + \quad (10)$$

$$+ \kappa_\nu \kappa_\beta \langle \mathcal{A}_\mu(k, T) \mathcal{A}_\alpha(-k, T) \rangle^{(2)} - \kappa_\mu \kappa_\beta \langle \mathcal{A}_\nu(k, T) \mathcal{A}_\alpha(-k, T) \rangle^{(2)} -$$

$$- \kappa_\nu \kappa_\alpha \langle \mathcal{A}_\mu(k, T) \mathcal{A}_\beta(-k, T) \rangle^{(2)}.$$

Используя производящий функционал, можем вычислить вклад во втором порядке теории возмущений значений корреляционных функций:

$$\langle A_{\alpha}(P_1, T) A_{\beta}(P_2, T) \rangle^{(2)} = \frac{e^2}{(2\pi)^D} \delta(P_1 + P_2) \times \\ D_{\beta\mu}(P_2, T) D_{\beta\nu}(P_2, T) \left[-2\delta_{\mu\nu} \int d^D k D(k, T) + \right. \\ \left. + \int d^D k (2k - P_1)_{\mu} (2k - P_1)_{\nu} D(k) D(P_1 - k) \right].$$

Если подставить это выражение в (10), то получим

$$\langle F_{\mu\nu}(k, T) F_{\beta\gamma}(-k, T) \rangle^{(2)} = \frac{e^2}{(2\pi)^D} \left\{ \frac{k_{\nu} k_{\beta}}{k^4} \left[-2\delta_{\mu\alpha} \int d^D q D(q, T) + \right. \right. \\ \left. \left. + \int d^D q (2q - k)_{\mu} (2q - k)_{\alpha} D(k - q, T) D(q, T) \right] + \right. \\ \left. + \frac{k_{\mu} k_{\nu}}{k^4} \left[-2\delta_{\beta\beta} \int d^D q D(q, T) + \int d^D q (2q - k)_{\nu} (2q - k)_{\beta} D(k - q, T) D(q, T) \right] - \right. \\ \left. - \frac{k_{\nu} k_{\alpha}}{k^4} \left[-2\delta_{\beta\mu} \int d^D q D(q, T) + \int d^D q (2q - k)_{\beta} (2q - k)_{\mu} D(k - q, T) D(q, T) \right] - \right. \\ \left. - \frac{k_{\beta} k_{\mu}}{k^4} \left[-2\delta_{\beta\alpha} \int d^D q D(q, T) + \int d^D q (2q - k)_{\nu} (2q - k)_{\alpha} D(k - q, T) D(q, T) \right] \right\}.$$

Поскольку функция $D(q, T)$ при $T \rightarrow \infty$ имеет стационарный предел, то, очевидно, выполняется равенство

$$\lim_{T \rightarrow \infty} \frac{\partial \langle FF \rangle}{\partial T} = 0,$$

что и требовалось доказать.

Таким образом, для абелевых калибровочных теорий, как можно было убедиться на простом примере скалярной электродинамики, используя предложенный нами метод, можно получить правильные выражения для калибровочно-инвариантных величин. Особо отметим, что при вычислениях нам не понадобилось фиксировать калибровку. В этом и заключается основное отличие МСК от стандартного квантования. Единственное нарушение калибровочной инвариантности мы произвели при выборе начальных условий $A_{\mu}(x, 0) = 0$.

Убедимся далее в том, что значения калибровочно-инвариантных величин при $T \rightarrow \infty$ не зависят от выбора начальных условий. Для

этого вернемся к рассмотрению уравнений (7) для продольной и поперечной части. Общее решение уравнения (7а) можно записать в виде

$$A_{\mu}^{trans}(k, t) = A_{\mu}^{trans(0)}(k, t) + A_{\mu}^{trans(0)}(k, 0) e^{-k^2 t}, \quad (II)$$

где $A_{\mu}^{trans(0)}(k, t)$ - решение для случая с нулевыми начальными данными, и $A_{\mu}^{trans(0)}(k, 0)$ представляет собой произвольные начальные значения для $A_{\mu}^{trans(0)}(k, t)$. Из решения (II) ясно, что при $t \rightarrow \infty$ $A_{\mu}^{trans(0)}(k, t)$ стремится к $A_{\mu}^{trans(0)}(k, 0)$ и не зависит от $A_{\mu}^{trans(0)}(k, 0)$. Совершенно по-другому обстоит дело с продольной частью поля $A_{\mu}^{long}(k, t)$. Так как в уравнении (7б) нет члена, описывающего затухание, то продольная часть "случайно блуждает", и роль начального значения существует даже при $t \rightarrow \infty$.

Исходя из того, что калибровочно-неинвариантные величины чувствительны к выбору начальных значений, можно через функциональное распределение начальных данных ввести в теорию калибровочный параметр α [6]. Представим для этого $P[A_{\mu}, \varphi, \varphi^+]$ в виде

$$P[A_{\mu}, \varphi, \varphi^+] \Big|_{t=0} = \\ = \exp \left\{ -\frac{1}{2} \int d^D k A_{\mu}(k) \frac{k_{\mu} k_{\nu}}{\alpha} A_{\nu}(-k) \right\} \delta[\varphi] \delta[\varphi^+]. \quad (I2)$$

С учетом (I2) для производящего функционала получим выражение

$$Z[\lambda, \lambda^+] = \exp \left\{ \frac{e}{(2\pi)^{D/2}} \int d^D k_1 d^D k_2 \frac{\delta}{\delta \lambda^+(k_1, T)} \frac{\delta}{\delta \lambda(k_2, T)} \frac{\delta}{\delta J_{\mu}(k_1 - k_2, T)} \times \right.$$

$$(k_1 + k_2)_{\mu} - \frac{e^2}{(2\pi)^D} \int d^D k_1 d^D k_2 d^D q_1 d^D q_2 \delta(k_1 - k_2 - q_1 - q_2) \times \\ \frac{\delta}{\delta \lambda^+(k_1, T)} \frac{\delta}{\delta \lambda(k_2, T)} \frac{\delta}{\delta J_{\mu}(q_1, T)} \frac{\delta}{\delta J_{\mu}(q_2, T)} \times \quad (I3)$$

$$\exp \left\{ \frac{1}{2} \int d^D k ds dt J_{\mu}(k, s) \left[D_{\mu\nu}(k, s, t) + \frac{\alpha k_{\mu} k_{\nu}}{k^4} \right] J_{\nu}(-k, s) + \right. \\ \left. + \int d^D k ds dt \lambda^+(k, s) D(k, t, s) \lambda(k, t) \right\}.$$

Используя этот производящий функционал, для стохастического пропагатора при $T \rightarrow \infty$ имеем

$$\lim_{T \rightarrow \infty} D_{\mu\nu}(k, T) = \left[\delta_{\mu\nu} - \frac{k_\mu k_\nu}{k^2} (1-d) \right] \frac{1}{k^2} + 2T \frac{k_\mu k_\nu}{k^2}. \quad (I4)$$

Конечная при $T \rightarrow \infty$ часть стохастического пропагатора эквивалентна стандартному пропагатору в α -калибровке (сравни с /6/). Благодаря тому, что в предлагаемом подходе T играет роль лишь некоторого параметра, то подходящим выбором начального распределения расходящийся при $T \rightarrow \infty$ член в (I4) можно устранить. Для этого достаточно в (I2) сделать замену $\alpha \rightarrow \alpha - T k^2$.

Заключение. Мы убедились на примере скалярной электродинамики, что предложенный в работе /4/ МСК дает возможность провести квантование абелевых полей без фиксации калибровки. Причина этого заключается в структуре оператора $\partial/\partial t + (k^2 \delta_{\mu\nu} - k_\mu k_\nu / k^2)$. Данный оператор не сингулярен и поэтому имеет обратный: $D_{\mu\nu}(k, t, S)$. Как было отмечено в работе /6/, введение в теорию фиктивного времени и продольного "шума" ($\sim \text{long}$) порождает добавочную степень свободы для поля, что сказывается в том, что корреляционные функции при $T \rightarrow \infty$ содержат как поперечную, так и продольную (расходящуюся при $T \rightarrow \infty$) части.

Мы показали, что калибровочно-инвариантные величины при $T \rightarrow \infty$ стационарны. В калибровочно-неинвариантных объектах от членов по T можно избавиться подходящим выбором начального распределения, которое приводит к результатам стандартной теории возмущений.

Авторы искренне благодарны В.Г.Кадьшевскому за полезные обсуждения результатов, постоянное внимание и помощь при написании данной работы.

Литература

1. Parisi G., Wu Yong Shi - Scientica Sinica, 24 (1981), p.483.
2. Floratos E., Illoropoulos J. - Nucl. Phys., B214 (1983), p.392.

3. Бужек В. Введение в метод стохастического квантования. Серия "Лекции для молодых ученых", вып.30.(1984) ОИЯИ, P2-84-419, Дубна, 1984.
4. Бужек Е. Препринт ОИЯИ, P2-84-435, Дубна, 1984.
5. Gozzi E. - Preprint CCNY - NER - 83/4.
6. Nakagoshi H., Namiki M., Ohba I., Okano K. - Progr. Theor. Phys., 70 (1983), p.326.

Рукопись поступила в издательский отдел
2 июля 1984 года.

НЕТ ЛИ ПРОБЕЛОВ В ВАШЕЙ БИБЛИОТЕКЕ?

Вы можете получить по почте перечисленные ниже книги, если они не были заказаны ранее.

	Труды VI Всесоюзного совещания по ускорителям заряженных частиц. Дубна, 1978 /2 тома/	7 р. 40 к.
	Труды VII Всесоюзного совещания по ускорителям заряженных частиц, Дубна, 1980 /2 тома/	8 р. 00 к.
	Труды УШ Всесоюзного совещания по ускорителям заряженных частиц. Протвино, 1982 /2 тома/	11 р. 40 к.
Д11-80-13	Труды рабочего совещания по системам и методам аналитических вычислений на ЭВМ и их применению в теоретической физике, Дубна, 1979	3 р. 50 к.
Д2-81-543	Труды VI Международного совещания по проблемам квантовой теории поля. Алушта, 1981	2 р. 50 к.
Д10,11-81-622	Труды Международного совещания по проблемам математического моделирования в ядерно-физических исследованиях. Дубна, 1980	2 р. 50 к.
Д17-81-758	Труды II Международного симпозиума по избранным проблемам статистической механики. Дубна, 1981.	5 р. 40 к.
Р18-82-117	Труды IV совещания по использованию новых ядерно-физических методов для решения научно-технических и народнохозяйственных задач. Дубна, 1981.	3 р. 80 к.
Д2-82-568	Труды совещания по исследованиям в области релятивистской ядерной физики. Дубна, 1982.	1 р. 75 к.
Д9-82-664	Труды совещания по коллективным методам ускорения. Дубна, 1982.	3 р. 30 к.
Д3,4-82-704	Труды IV Международной школы по нейтронной физике. Дубна, 1982.	5 р. 00 к.
Д11-83-511	Труды совещания по системам и методам аналитических вычислений на ЭВМ и их применению в теоретической физике. Дубна, 1982.	2 р. 50 к.
Д7-83-644	Труды Международной школы-семинара по физике тяжелых ионов. Алушта, 1983.	6 р. 55 к.
Д2,13-83-689	Труды рабочего совещания по проблемам излучения и детектирования гравитационных волн. Дубна, 1983.	2 р. 00 к.
Д13-84-63	Труды XI Международного симпозиума по ядерной электронике. Братислава, Чехословакия, 1983.	4 р. 50 к.

Заказы на упомянутые книги могут быть направлены по адресу:
101000 Москва, Главпочтамт, п/я 79
Издательский отдел Объединенного института ядерных исследований

Бужек В., Ибадов Р.М.

P2-84-458

О стохастическом квантовании абелевых полей

Предложен модифицированный вариант стохастического квантования калибровочных абелевых полей, который позволяет описать эволюцию поля в фиктивном времени уравнением Ланжевена, содержащим в правой части вариационную производную лишь от свободного действия. В этом подходе "шум" ответственен не только за квантование классической системы, но и за реализацию взаимодействия в ней. На примере скалярной электродинамики показано, что этот метод дает возможность провести квантование абелевых полей без фиксации калибровки.

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики ОИЯИ.

Сообщение Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1984

Перевод О.С.Виноградовой

Buzek V., Ibadov R.M.

P2-82-458

On Stochastic Quantization of Abelian Fields

A modified version is proposed for the stochastic quantization of gauge Abelian fields, in which the field evolution in a fictitious time is described by the Langevin equation. The right-hand side of this equation contains the variational derivative of the free action only. In this approach "noise" is responsible for quantization of the classical system and interaction in it. It is shown by the scalar electrodynamics that this method allows quantization of Abelian fields without gauge fixation.

The investigation has been performed at the Laboratory of Theoretical Physics, JINR.

Communication of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1984