объединенный
институт
ядерных
исследований
дубна

Р2-84-334

А.А.Пивоваров, Е.Н.Попов

ПОПРАВКИ ТЕОРИИ ВОЗМУЩЕНИЙ К КОРРЕЛЯТОРАМ КВАРКОВЫХ ТОКОВ СО СПИНОМ n

Направлено в журнал "Physics Letters B"

1984

Изучение высоких орбитальных возбуждений элементарных частиц может дать интересную информацию о теории сильных взаимодействий на больших расстояниях. Теоретически получить низкоэнергетический спектр таких возбуждений /траекторию Редже/ невозможно без удовлетворительного решения проблемы сильной связи, поэтому интересно исследовать применимость полуфеноменологических методов для описания частиц с большим спином. Одним из таких методов является использование правил сумм, выражающих идею локальной дуальности между кварковым и адронным спектрами [1,2]. Для получения надежной информации об адронном спектре на основе использования правил сумм необходимо найти возможно более точное приближение кваркового спектра и определить границы применимости этого приближения. Приближенная кварковая спектральная плотность в рамках квантовой хромодинамики /КХД/ может быть найдена с помощью операторного разложения [3] коррелятора соответствующих рассматриваемому адронному каналу интерполирующих токов. В [4] были найдены ведущие поправки к коррелятору кварковых токов со спином n, обусловленные ненулевым вакуумным средним оператора αG^2 [5].

В настоящей работе мы вычислили поправки теории возмущений порядка α к единичному оператору в операторном разложении коррелятора. Знание величины этой поправки необходимо для фиксирования эффективного масштаба теории возмущений в канале со спином n [6]. Показано, что Λ_n быстро увеличивается с ростом n. Это означает, что для любой фиксированной энергии поправки теории возмущений к лидирующему члену становятся большими для достаточно больших n. Найдено, что вклад поправки теории возмущений превышает вклад непертурбативной поправки при достаточно больших n / $n \geq 5$ в $\overline{\text{MS}}$ -схеме перенормировки/.

Отметим, что на важность поправок теории возмущений наряду со степенными поправками указывалось также в работах [7,8], где анализировались другие каналы.

Интерполирующий ток для мезона со спином n выберем в виде

$$J^a_{\alpha\mu_1 \ldots \mu_{n-1}} = i^{n-1}\, \bar{\psi}\, \gamma_\alpha \overleftrightarrow{D}_{\mu_1} \ldots \overleftrightarrow{D}_{\mu_{n-1}} \lambda^a \psi, \qquad /1/$$

плюс перестановки, минус следы.

Здесь ψ - оператор полей легких кварков (u, d, s), которые мы считаем безмассовыми, λ^a - генераторы группы $SU_f(3)$. Несинглетный по аромату ток выбран для того, чтобы избежать смешивания в порядке α. Ковариантная производная определена формулой $\overleftrightarrow{D}_\mu = \frac{1}{2}(\overrightarrow{\partial}_\mu - \overleftarrow{\partial}_\mu) - igA^a_\mu(x)\, t^a$, где t^a - генераторы группы $SU_c(3)$, нормированные условием $\mathrm{tr}(t^a t^b) = \delta^{ab}/2$.

Рассмотрим коррелятор интерполирующих токов /1/

$$\frac{\delta^{ab}}{2} \Pi^{\alpha\mu_1 \ldots \mu_{n-1}}_{\beta\nu_1 \ldots \nu_{n-1}}(q) = i \int \langle T J^a_{\alpha\mu_1 \ldots \mu_{n-1}}(x)\, J^b_{\beta\nu_1 \ldots \nu_{n-1}}(0) \rangle\, \ell^{iqx}\, dx. \qquad /2/$$

Так как ток /1/, вообще говоря, не сохраняется, то он имеет ненулевую проекцию и на состояния со спинами $n-1,\ n-2,\ \ldots,\ 0$. Амплитуда, вклад в которую дают только мезоны со спином n, имеет тензорную структуру вида

$$(g^{\alpha\beta} g^{\mu_1\nu_1} \ldots g^{\mu_{n-1}\nu_{n-1}} + \text{симметризация по}$$

$$\mu_1\nu_1 \ldots \nu_{n-1}) \cdot \Pi_n(Q^2), \quad Q^2 = -q^2.$$

Вычисления проводились в рамках размерной регуляризации с использованием G-схемы перенормировки [9]. Результат имеет вид

$$\Pi_n(Q^2) = (Q^2)^{n-\epsilon} \frac{3}{\pi^2} \frac{(-1)^n}{2^{n+1}} \frac{(n+1)!\,(n-1)!}{(2n+1)!} \frac{1}{\epsilon} \times$$

$$\times \left\{1 + \frac{\alpha}{4\pi} C_F \left(\frac{\mu^2}{Q^2}\right)^{\epsilon} \frac{1}{\epsilon} [-\gamma_n^{(0)} + \epsilon K_n]\right\}, \qquad /3/$$

где $\epsilon = \frac{4-D}{2}$, D - размерность пространства-времени, $C_F = (N_c^2 - 1)/2N_c$ для фундаментального представления фермионов, μ^2 - массовый параметр размерной регуляризации, $\gamma_n^{(0)}$ - коэффициент при $\alpha/4\pi$ в разложении аномальной размерности оператора /1/ по α /см. далее /7//. Коэффициент K_n определяется простыми полюсами двухпетлевых диаграмм. Явное выражение в G -схеме имеет вид

$$K_n = 3S_1(2n+1) - 6S_2(n) - 2S_1^2(n) + 8S_1(n) -$$

$$- 4S_1(2n+1)\, S_1(n) + \frac{12}{n+1} S_1(n) + \frac{n-8}{n+1} + \frac{2}{n(n+1)} \{S_1(n) +$$

$$+ S_1(2n+1) + \frac{3 - 3n - 2n^2}{2n(n+1)} + \frac{n^2}{2}[\rho_n - \frac{1+2n}{n} \rho_{n-1}]\} +$$

$$+ \frac{(2n+1)!}{n!\,(n-1)!} \sum_{k=0}^{n-2} \sum_{m=k}^{n-2} \sum_{\ell=k}^{n-2} \frac{m!\,\ell!\,(\ell+m+1-k)!}{(\ell-k)!\,(m-k)!\,(\ell+m+2)!} \times$$

$$\times \frac{(n-k-1)!\,(n-k-2)!}{(2n-k)!}, \qquad /4/$$

$$\rho_n = S_1^2(2n) - S_1^2(n) - S_2(2n) - 3S_2(n) - 2 \sum_{\ell=1}^{n-1} \frac{S_1(\ell)}{2n-\ell}.$$

Функции $S_j(n)$ определены формулой $S_j(n) = \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k^j}$.

Введем мультипликативно-перенормируемую функцию

$$D_n(Q^2) = (Q^2)^{n+1}\left(-\frac{d}{dQ^2}\right)^{n+1}\Pi_n(Q^2), \qquad /5/$$

которая перенормируется с помощью констант перенормировки Z оператора $J^a_{\alpha\mu_1\dots\mu_{n-1}}(x): J^B = ZJ^R$ и удовлетворяет уравнению ренормгруппы

$$\left(\mu^2\frac{\partial}{\partial\mu^2} + \beta(\alpha)\frac{\partial}{\partial\alpha} + 2\gamma_n(\alpha)\right)D_n(Q^2) = 0. \qquad /6/$$

Аномальная размерность $\gamma_n(\alpha)$ известна с двухпетлевой точностью [10]

$$\gamma_n(\alpha) = \mu^2\frac{d\ln Z}{d\mu^2} = \gamma_n^{(0)}\frac{\alpha}{4\pi} + \gamma_n^{(1)}\left(\frac{\alpha}{4\pi}\right)^2 + O(\alpha^3). \qquad /7/$$

Используя аналогичное разложение для β-функции

$$\beta(\alpha) = -\beta_0\frac{\alpha^2}{4\pi} - \beta_1\frac{\alpha^3}{(4\pi)^2} + O(\alpha^4),$$

получаем решение уравнения /6/ в виде

$$D_n(Q^2/\mu^2, \alpha(\mu)) = D_n(1, \alpha(Q))\exp\left[\int_{\alpha(\mu)}^{\alpha(Q)}\frac{2\gamma_n(x)}{\beta(x)}dx\right] =$$

$$= \left(\frac{\alpha(Q)}{\alpha(\mu)}\right)^{-\frac{2\gamma_n^{(0)}}{\beta_0}}\left\{1 - \frac{\alpha(Q)}{4\pi}\left[2\left(\frac{\gamma_n^{(1)}}{\beta_0} - \frac{\gamma_n^{(0)}\beta_1}{\beta_0^2}\right) - 2C_F K_n\right]\right\} \equiv \qquad /8/$$

$$\equiv \left(\frac{\alpha(Q)}{\alpha(\mu)}\right)^{-\frac{2\gamma_n^{(0)}}{\beta_0}}\left(1 - \frac{\alpha(Q)}{4\pi}r_n\right),$$

где мы опустили несущественный нормировочный множитель. Формула /8/ завершает ренормгрупповой анализ поправок теории возмущений к исследуемому коррелятору до порядка α включительно. Значения коэффициента r_n для нескольких первых n приведены в таблице /в $\overline{MS}$ -схеме/.

Обсудим некоторые следствия полученного результата. При $n \geq 2$ коэффициент при поправке порядка α зависит от используемой схемы перенормировки, и знание его совершенно необходимо, чтобы зафиксировать эффективный масштаб Λ_n в канале со спином n. Отношение Λ_n^2/Λ_k^2 не зависит от выбора схемы и характеризует относительную величину поправок в различных каналах. Выбирая $\overline{MS}$ в качестве вспомогательной опорной схемы, получаем:

$$\frac{\Lambda_n^2}{\Lambda^2_{\overline{MS}}} = \exp\left[r_n/2\gamma_n^{(0)}\right]. \qquad /9/$$

Таблица

n	r_n	$\Lambda_n^2/\Lambda^2_{\overline{MS}}$
1	-4	-
2	25,03	5,630
3	41,29	13,55
4	59,11	23,90
5	74,91	36,52
6	89,13	51,25
7	102,1	67,93
8	114,0	86,44
9	125,1	106,7
10	135,3	128,6

Это отношение монотонно растет с увеличением n, несколько первых значений приведены в таблице. В [7] поправки теории возмущений использовались для нахождения эффективных масштабов в глюонных каналах. Была обнаружена иерархия эффективных масштабов, качественно отражающая иерархию масс низших состояний с соответствующими квантовыми числами. В [8] аналогичный метод был применен для качественной оценки масс новых адронов в модели сильных взаимодействий с целозарядными кварками, и a posteriori эта оценка подтверждена расчетами при помощи правил сумм с учетом ненулевого вакуумного среднего скалярных полей. Здесь мы убедились, что иерархия эффективных масштабов качественно верно передает рост масс частиц на траектории Редже. Тот факт, что уже в рамках теории возмущений, возможно, существуют величины /а именно Λ_n /, качественно связанные со структурой низкоэнергетического спектра, представляется, на наш взгляд, весьма интересным.

С учетом найденной в [4] степенной поправки формула /8/ принимает вид

$$D_n(Q^2) = \left(\frac{\alpha(Q)}{\alpha(\mu)}\right)^{-\frac{2\gamma_n^{(0)}}{\beta_0}}\left\{1 - \frac{\alpha(Q)}{4\pi}r_n - \frac{\langle\alpha G^2\rangle 2\pi}{9Q^4}\frac{(n-1)!\,(2n+1)!}{(n+1)!\,(2n-1)!}n^2\right\}. \qquad /10/$$

Сравним перенормировку лидирующего члена /1 в разложении /10// поправками теории возмущений и степенными поправками. При

$Q^2 = \frac{\pi n}{3}\sqrt{2\langle\frac{\alpha}{\pi}G^2\rangle\frac{(n-1)!(2n+1)!}{(n+1)!(2n-1)!}}$ степенная поправка равна 1, однако

при таких Q^2 поправка теории возмущения очень велика: 0,33 при n = 2; 1,3 при n = 5; 2,2 при n = 10. Таким образом, в области "взрыва" степенных поправок вычисление коэффициентных функций операторного разложения по теории возмущений не оправдано.

В заключение подчеркнем еще раз, что при изучении корреляторов интерполирующих токов методом операторных разложений необходимо знать поправки теории возмущений к лидирующему вкладу, так как они позволяют зафиксировать эффективный масштаб теории возмущений. Для токов со спином n поправка теории возмущений к единичному оператору велика, и при $n \gtrsim 5$ превышает в $\overline{MS}$- схеме вклад степенной поправки, связанной с глюонным конденсатом.

Авторы благодарны В.А.Матвееву и А.Н.Тавхелидзе за интерес к работе. Мы признательны Н.В.Красникову, К.Г.Четыркину и А.Л.Катаеву за дискуссии.

ЛИТЕРАТУРА

1. Sakurai J.J. Phys.Lett., 1973, 46B, p.207.
2. Chetyrkin K.G., Krasnikov N.V. Tavkhelidze A.N. Phys. Lett., 1978, 76B, p.83.
3. Wilson K. Phys.Rev., 1969, 179, p.1499.
4. Шифман М.А. ЯФ, 1982, 36, с.1290.
5. Shifman M.A., Vainshtein A.I., Zakharov V.I. Nucl.Phys., 1979, B147, p.385,448.
6. Bace M. Phys.Lett., 1978, 78B, p.132.
7. Kataev A.L., Krasnikov N.V., Pivovarov A.A. Nucl.Phys., 1982, B198, p.508.
8. Chetyrkin K.G. et al. Phys.Lett., 1982, 117B, p.251.
9. Chetyrkin K.G., Kataev A.L., Tkachov F.V. Nucl.Phys., 1980, B174, p.345.
10. Floratos E.G., Ross D.A., Sachrajda C.T. Nucl.Phys., 1977, B129, p.66; 1978, B139, p.545E.

Рукопись поступила в издательский отдел
14 мая 1984 года.

Пивоваров А.А., Попов Е.Н. Р2-84-334
Поправки теории возмущений
к корреляторам кварковых токов со спином n.

В рамках КХД вычислены ведущие поправки теории возмущений к корреляторам двухкварковых несинглетных токов спина n. Показано, что эффективный масштаб теории возмущений Λ_n быстро увеличивается с ростом n. Оценена область заведомой неприменимости теории возмущений в канале со спином n.

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики ОИЯИ.

Препринт Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1984

Перевод Г.Г.Сандуковской

Pivovarov A.A., Popov E.N. P2-84-334
Calculation of the Correlator
of the Spin n Currents

The order α corrections to the correlator of the spin n quark currents are found. It is shown that the effective perturbation theory scale Λ_n increases rapidly with n.

The investigation has been performed at the Laboratory of Theoretical Physics, JINR.

Preprint of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1984