сообщения
объединенного
института
ядерных
исследований
дубна

P2-84-272

Н.Б.Скачков, О.Ю.Шевченко

ТЕОРИЯ ВОЗМУЩЕНИЙ ДЛЯ РЕЛЯТИВИСТСКОГО ДВУХЧАСТИЧНОГО УРАВНЕНИЯ С КОМБИНИРОВАННЫМ КВАЗИПОТЕНЦИАЛОМ

1984

1. ВВЕДЕНИЕ

Одной из важных задач теоретической физики является задача релятивистского описания связанного состояния кварков. Формализм квазипотенциальных уравнений [1] дает возможность такого описания. При этом, как и в нерелятивистской теории, мы сталкиваемся с проблемой решения уравнения с комбинированным потенциалом типа "кулон" + "запирание". Как известно, точное решение задачи, за исключением некоторых модельных потенциалов, не удается получить даже в нерелятивистском случае. Поэтому возникает потребность иметь метод решения, позволяющий получить для комбинированного потенциала не только спектр масс мезонов /он может быть получен и с помощью ВКБ приближения/, но и волновую функцию. Знание волновой функции, даже и в приближенном виде, необходимо для исследования целого ряда задач, например, для расчета ширин распадов, изучения поведения формфакторов и проч.

В нерелятивистской квантовой механике существует метод, позволяющий получить корректное приближение к точному решению радиального уравнения Шредингера /центрально-симметричный случай/ с комбинированным потенциалом $V(r) = V_0(r) + V_1(r)$, если известно решение хотя бы с одним из потенциалов, например V_0. Для комбинированного потенциала регулярное в нуле решение уравнения Шредингера задается следующим выражением /см., например, [2] /:

$$u_\ell(kr) = \tilde{u}_\ell(kr) - \int_0^r d\rho \, \frac{V_1(\rho)\, u_\ell(k\rho)}{W[\tilde{u}, \tilde{v}]} [\tilde{u}_\ell(kr)\, \tilde{v}_\ell(k\rho) - \tilde{u}_\ell(k\rho)\, \tilde{v}_\ell(kr)], \qquad /1.1/$$

где $\tilde{u}_\ell$ и $\tilde{v}_\ell$ - точные решения радиального уравнения с потенциалом $V(r) = V_0(r)$ /регулярное и нерегулярное при $r = 0$, соответственно/, $W[\tilde{u}, \tilde{v}]$ - их вронскиан. Подробное изучение свойств решения /1.1/ и обсуждение его применений можно найти в работе [2]. Там же исследован и вопрос об асимптотической сходимости итерационного ряда по потенциалу V_1.

Задача релятивистского описания связанного состояния двух кварков может быть решена в рамках квазипотенциального формализма - уравнения Логунова-Тавхелидзе [1], спроецированного на положительно-частотные состояния. Аналогичное трехмерное уравнение было получено В.Г.Кадышевским на основе гамильтоновой формулировки квантовой теории поля [3]. В с.ц.и. это уравнение выглядит следующим образом /для простоты мы будем рассматривать скалярный случай/:

$$(2E_q - 2E_p)\Psi_q(\vec{p}) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int \frac{d^3\vec{k}}{\sqrt{\vec{k}^2 + m^2}} \tilde{V}(\vec{p}, \vec{k}; E_q)\Psi_q(\vec{k}) , \qquad /1.2/$$

$2E_q$ - полная энергия, $\tilde{V}$ - квазипотенциал. В случае локального взаимодействия $V(\vec{p}, \vec{k}; E_q) = V((\vec{p}(-)\vec{k})^2; E_q)$ уравнение /1.2/ удобно переписать в релятивистском конфигурационном представлении, введенном в [4], в котором для радиальной части волновой функции оно принимает вид [4-8]

$$[H_0^{rad} - 2E_q + V(r, E_q)]\Psi_{q\ell}(r) = 0, \quad H_0^{rad} = 2\,\mathrm{ch}(i\frac{d}{dr}) + \frac{\ell(\ell+1)}{r^{(2)}} . \qquad /1.3/$$

Здесь $V(r, E_q)$ - образ квазипотенциала в релятивистском конфигурационном представлении и

$$r^{(\lambda)} = i^\lambda \frac{\Gamma(-ir + \lambda)}{\Gamma(-ir)}, \quad (r^{(n)} = r(r+i)\dots(r + i(n-1)) \;-$$

обобщенная степень. Подробное изложение свойств релятивистского конфигурационного представления можно найти в [4-8]. Цель нашей работы состоит в доказательстве возможности построения для уравнения /1.3/ решения типа /1.1/ для квазипотенциальной волновой функции $\Psi_{q\ell}(r)$.

2. РЕЛЯТИВИСТСКАЯ ФОРМУЛА ДЛЯ РЕШЕНИЯ КВАЗИПОТЕНЦИАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ

Разностное уравнение /1.3/ можно рассматривать как один из вариантов релятивистского обобщения уравнения Шредингера. Для уравнения такой формы все величины типа оператора дифференцирования, обобщенной θ-функции, вронскиана и т.д. имеют свои аналоги в релятивистском конфигурационном представлении [5-8]. В нерелятивистском пределе все они переходят в свои нерелятивистские подобия, так что уравнение /1.3/ переходит в стандартное радиальное уравнение Шредингера.

Такой дуализм можно изобразить следующим образом:

1/ Оператор разностного дифференцирования :

$$\Delta = i(e^{-i\frac{d}{dr}} - 1) \xrightarrow[c\to\infty]{} \frac{d}{dr} ;$$

2/ Релятивистская обобщенная θ-функция [5]:

$$\hat{\theta}(r) = \frac{1}{2\pi i}\int_{-\infty}^{\infty} d\tau \frac{e^{i\tau r}}{e^{\tau} - 1 - i\epsilon} \xrightarrow[c\to\infty]{} \theta(r) = \frac{1}{2\pi i}\int_{-\infty}^{\infty} d\tau \frac{e^{i\tau r}}{\tau - i\epsilon} . \qquad /2.1/$$

3/ Релятивистский аналог вронскиана:

$$\hat{W}[f, \phi] = \det\begin{pmatrix} f(r) & \phi(r) \\ \Delta f(r) & \Delta\phi(r) \end{pmatrix} \xrightarrow[c\to\infty]{} W[f, \phi] = \det\begin{pmatrix} f & \phi \\ f' & \phi' \end{pmatrix} .$$

Таким образом, представляется естественным, если мы попытаемся реализовать этот дуализм и получить релятивистское обобщение формулы /1.1/ заменой нерелятивистских величин их релятивистскими аналогами. Однако при этом мы должны потребовать, чтобы решение, удовлетворяющее полученному интегральному уравнению, было регулярным, что является необходимым для выполнения условия нормировки волновой функции /ВФ/.

С учетом требования регулярности решение уравнения /1.3/ с комбинированным квазипотенциалом $V(r) = V_0(r) + V_1(r)$ запишем в виде /для простоты мы рассмотрим лишь случай $\ell = 0$/ :

$$\Psi(r) = \tilde{u}(r) + \int_0^\infty d\rho \frac{V_1(\rho)\Psi(\rho)}{\hat{W}[\tilde{u}(\rho)\tilde{v}(\rho)]}\{\hat{\theta}(r-\rho)[\tilde{u}(r)\tilde{v}(\rho) - \tilde{u}(\rho)\tilde{v}(r)] + \qquad /2.2/$$
$$+ \hat{\theta}(-r-\rho)[\tilde{u}(r)\tilde{v}(\rho) + \tilde{u}(\rho)\tilde{v}(r)]\} .$$

Здесь $\hat{\theta}$ и $\hat{W}$ - релятивистские обобщения /2.1/ θ-функции и вронскиана, $\tilde{u}$ и $\tilde{v}$ - решения /1.3/ с квазипотенциалом $V(r, E_q) = V_0(r, E_q)$, регулярное и нерегулярное, соответственно. Для сокращения формы записи введены обозначения:

$$\Psi_{q0}(r),\ \tilde{v}_{q0}(r),\ \tilde{u}_{q0}(r) \equiv \Psi(r), \tilde{v}(r), \tilde{u}(r);\ V(r, E_q) = V(r) .$$

В том, что ВФ /2.2/ является решением уравнения /1.3/ легко убедиться, если воспользоваться формулами*

$$\hat{D}(r)[\theta(r-\rho)[\tilde{u}(r)\tilde{v}(\rho) - \tilde{u}(\rho)\tilde{v}(r)]\} = -\delta(r-\rho)[\Delta\tilde{u}(r)\tilde{v}(\rho) + \tilde{u}(\rho)\Delta\tilde{v}(r)] , \qquad /2.3/$$

$$\hat{D}(r)\{\hat{\theta}(-r-\rho)[\tilde{u}(r)\tilde{v}(\rho) + \tilde{u}(\rho)\tilde{v}(r)]\} = 0 , \qquad /2.4а/$$

где $$\hat{D}(r) = 2\,\mathrm{ch}(i\frac{d}{dr}) - 2E_q + V_0(r, E_q) , \qquad /2.4б/$$

и подействовать на обе части уравнения /2.2/ оператором $\hat{D}(r)$. В результате получаем

$$[2\,\mathrm{ch}(i\frac{d}{dr}) - 2E_q + V_0(r, E_q)]\Psi_{q0}(r) = -V_1(r, E_2)\Psi_{q0}(r) .$$

---

*Доказательство формул /2.3/, /2.4/ приведено в Приложении.

Таким образом, мы видим, что радиальная часть волновой функции $\Psi_{q0}(r)$, удовлетворяющая неоднородному интегральному уравнению /2.2/, действительно является решением радиального уравнения /1.3/ с комбинированным квазипотенциалом $V(r, E_q) = V_0(r, E_q) + V_1(r, E_q)$.

Из сравнения формул /2.2/ и /1.1/ видно, что предлагаемое нами релятивистское обобщение формулы /1.1/ не сводится к непосредственному обобщению путем замены θ, d/dr, $W \to \hat{\theta}$, Δ, $\hat{W}$. Кроме такой замены нами под знак интеграла в правой части /2.2/ введено дополнительное слагаемое

$$\hat{\theta}(-r-\rho)\,[\tilde{u}(r)\,\tilde{v}(\rho) + \tilde{u}(\rho)\,\tilde{v}(r)], \qquad /2.5/$$

содержащее обобщенную $\hat{\theta}$-функцию от отрицательного аргумента. Необходимость введения такого слагаемого связана с требованием выполнения условия нормировки ВФ. Действительно, явное вычисление $\hat{\theta}$-функции /2.1/ дает

$$\hat{\theta}(r) = \theta(r)\,\frac{1}{1-e^{-2\pi r}} + \theta(-r)\left[1 - \frac{1}{1-e^{2\pi r}}\right]. \qquad /2.6/$$

Из /2.6/, учитывая, что $\tilde{v}$ - нерегулярное решение, видно, что выражение $\hat{\theta}(r-\rho)\,\tilde{v}(r)\,\tilde{u}(\rho)$, определяющее поведение решения /2.2/ в нуле, расходится при $r \to 0$. Нетрудно проверить, что дополнительное слагаемое /2.5/, пропорциональное $\hat{\theta}(-r-\rho)$, сокращает это расходящееся выражение. Таким образом, дополнительный член /2.5/ играет исключительно важную роль - он делает решение /2.2/ регулярным, а значит нормируемым, что необходимо для описания связанных состояний.

В нерелятивистском пределе $(m \to \infty)$ $\hat{\theta}(r-\rho) \to \theta(r-\rho)$; $\hat{\theta}(-r-\rho) \to \theta(-r-\rho) = 0$, так что дополнительное или "акаузальное", по терминологии работы[6], слагаемое /2.5/ исчезает из уравнения /2.2/ при $c \to \infty$, а само уравнение с учетом /2.1/ переходит в свой нерелятивистский аналог /1.1/. Необходимость выбора "акаузального члена" именно в форме /2.5/ диктуется еще и следующим обстоятельством. В случае, когда одно из слагаемых комбинированного потенциала обращается в нуль, например, $V_0 = 0$, регулярное и нерегулярное решения $\tilde{u}(r)$ и $\tilde{v}(r)$ в /2.2/ являются решениями свободного радиального уравнения. Как показано в[5,7], эти свободные решения являются релятивистскими обобщениями функций Бесселя $s_\ell(\chi_q r)$ и функции Неймана $c_\ell(\chi_q r)$, соответственно. В этом случае обобщенный вронскиан $\hat{W}$ равен: $\hat{W}[s_\ell, c_\ell] = -1/\mathrm{sh}\,\chi_q$ и уравнение /2.2/ принимает вид

$$\Psi^{(0)}_{q\ell}(r) = s_\ell(\chi_q r) - \int_0^\infty dr'\, G^{(0)}_\ell(r, r'; \chi_q)\, V(r', E_q)\, \Psi^{(0)}_{q\ell}(r'). \qquad /2.7/$$

Здесь $G^{(0)}_\ell(r, r'; \chi_q)$ есть следующая функция:

$$G^{(0)}_\ell(r, r'; \chi_q) = -\frac{1}{\mathrm{sh}\,\chi_q}\{\hat{\theta}(-r-r')[s_\ell(r\chi_q)c_\ell(r'\chi_q) + c_\ell(r\chi_q)s_\ell(r'\chi_q)] + \hat{\theta}(r-r')[s_\ell(r\chi_q)c_\ell(r'\chi_q) - c_\ell(r\chi_q)s_\ell(r'\chi_q)]\}. \qquad /2.8/$$

Причем характерно, что в нерелятивистском пределе $c \to \infty$ функция /2.8/ переходит в известную нерелятивистскую радиальную функцию Грина "стоячей волны" /см. [9]/:

$$G^{(0)}_\ell(k; r, r') = G^{(\pm)}_\ell(k; r, r') + \frac{1}{k}\, h^{(1,2)}_\ell(kr')\, j_\ell(kr), \qquad /2.9/$$

где $G^{(\pm)}_\ell(k; r, r')$ - стандартные нерелятивистские функции Грина "падающей на центр рассеяния" /+/ и "отраженной от центра рассеяния" /-/ волн, $j_\ell(kr)$, $n_\ell(kr)$ - сферические функции Бесселя и Неймана, соответственно, $h_\ell(kr) = n_\ell(kr) + ij_\ell(kr)$ - сферическая функция Ганкеля. С учетом этого обстоятельства легко показать, что и само уравнение /2.7/ в нерелятивистском пределе переходит в обычное нерелятивистское интегральное уравнение рассеяния аналогичного вида /см. [2]/, с заменой

$$s_\ell(\chi_q r),\ c_\ell(\chi_q r),\ G^{(0)}_\ell(\chi_q; r, r') \to j_\ell(kr),\ n_\ell(kr),\ G^{(0)}_\ell(k; r, r').$$

Действительно, если мы теперь введем, по аналогии с нерелятивистской теорией /см.[9]/, наряду с рассмотренными в [6-8] релятивистскими радиальными свободными функциями Грина для "падающей на центр рассеяния" и "отраженной от центра" волн

$$G^{(\pm)}_\ell(r, r'; \chi_q) = \frac{2}{\pi}\int_0^\infty d\chi\, \frac{s_\ell(r\chi)\, s^*_\ell(r'\chi)}{2\,\mathrm{ch}\,\chi_q - 2\,\mathrm{ch}\,\chi \pm i\epsilon} \qquad /2.10/$$

еще и так называемую функцию Грина "стоячей волны" $G^{(0)}_\ell(r, r'; \chi_q)$, определенную для случая $\ell = 0$ соотношением

$$G^{(0)}_{\ell=0}(r, r'; \chi_q) = G^{(\pm)}_{\ell=0}(r, r'; \chi_q) + \frac{1}{\mathrm{sh}\,\chi_q}\, e^{(1,2)}_0(r'\chi_q)\, s_0(r\chi_q), \qquad /2.11/$$

где $e^{(1,2)}_\ell = c_\ell \pm i s_\ell$ - релятивистский аналог сферической функции Ганкеля, то мы получим три типа интегральных уравнений, соответствующих разному выбору граничных условий:

$$\Psi_q^{(\pm,0)}(r) = s_0(\chi_q r) - \int_0^\infty dr' G^{(\pm,0)}_{\ell=0}(r,r';\chi_q) V_1(r'\chi_q) \Psi_q^{(\pm,0)}(r'). \qquad /2.12/$$

Решения этих неоднородных интегральных уравнений являются решениями /1.3/ с квазипотенциалом $V = V_1(r, E_q)$. Уравнения /2.12/ описывают только процесс рассеяния, так как вследствие наличия в правой части /2.12/ свободного решения s_ℓ, нормированного на δ-функцию, волновая функция Ψ не может быть нормирована на единицу и описывать связанные состояния.

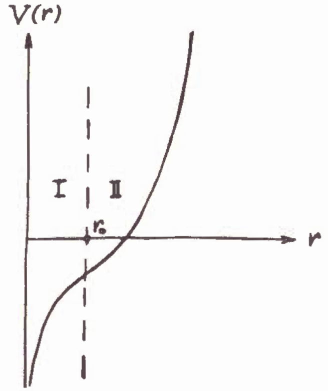
После явного вычисления интеграла /2.10/ и подстановки результата в /2.11/ мы видим, что выражение для $G^{(0)}_{\ell=0}(r, r'; \chi_q)$ совпадает с /2.8/.

3. ТЕОРИЯ ВОЗМУЩЕНИЙ ДЛЯ КОМБИНИРОВАННОГО ПОТЕНЦИАЛА НА ОСНОВЕ НЕОДНОРОДНЫХ ИНТЕГРАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

В этом разделе мы применим уравнение /2.2/ для нахождения волновой функции в случае комбинированного квазипотенциала типа "кулон" + "запирание". Суть предлагаемого метода мы проиллюстрируем на примере модельного комбинированного потенциала

$$V(r) = -\frac{\alpha}{r} + \frac{\omega r^2}{2}. \qquad /3.1/$$

Найдем такую точку r_0, которая разбивает всю область взаимодействия на область I, в которой преобладает кулоновский потенциал, и область II, в которой доминирующим является уже осцилляторный потенциал /см. рисунок/. Способ выбора такой точки неоднозначен. Наиболее естественным представляется выбор точки, в которой градиенты обоих слагаемых комбинированного потенциала становятся равными. Очевидно, что в сферически-симметричном случае это требование равносильно равенству $V_0'(r_0) = V_1'(r_0)$. В случае если потенциал выбран в виде /3.1/, эта точка равна $r_0 = \sqrt[3]{\alpha/\omega}$ и совпадает с точкой перегиба.



Поскольку в области I преобладает кулоновское взаимодействие, то его мы выбираем в качестве основного потенциала V_0, а итерационный ряд будем строить по осцилляторному, принимаемому за V_1. В области II, наоборот, основной - осцилляторный потенциал, а кулоновский рассматривается как возмущение. В области I, т.е. при $r < r_0$, решение ищем в виде $\Psi_q(r) \simeq A\Phi_1(r)$, где через $\Phi_1(r)$ обозначим выражение, полученное конечным числом итераций неоднородного интегрального уравнения /2.2/, в котором положено $V_0 = -\alpha/r$, $V_1 = \omega r^2/2$. В этом случае роль $\tilde{u}$ и $\tilde{v}$ играют точные решения радиального уравнения /1.3/ с квазипотенциалом $V_0(r) = -\alpha/r$. В области II, т.е. при $r > r_0$ решение ищем в виде $\Psi_q(r) \simeq B\Phi_2(r)$, где через $\Phi_2(r)$ мы обозначили выражение, содержащее конечное число итераций /1.1/, в котором

$$V_0 = \frac{\omega r^2}{2}, \quad V_1(r) = -\frac{\alpha}{r}. \qquad /3.2/$$

Роль $\tilde{u}$ и $\tilde{v}$ теперь играют точные решения радиального уравнения Шредингера с потенциалом $V_0(r) = \frac{\omega r^2}{2}$.

Волновую функцию во всей области изменения r запишем в следующем виде:

$$\Psi_q(r) = A\,\theta(r_0 - r)\,\Phi_1(r) + B\,\theta(r - r_0)\Phi_2(r). \qquad /3.3/$$

В точке r_0 необходимо сшить приближенные решения $A\Phi_1(r)$ и $B\Phi_2(r)$, для этого мы предположим

$$\Psi_q(r_0) = A\Phi_1(r_0); \quad \Psi_q(r_0) = B\Phi_2(r_0). \qquad /3.4/$$

Если ввести в рассмотрение константу $C = AB$, то /3.3/ принимает вид

$$\Psi_q(r) = C\left[\frac{\Phi_2(r_0)}{\Phi_1(r_0)}\,\theta(r_0 - r)\,\Phi_1(r) + \frac{\Phi_1(r_0)}{\Phi_2(r_0)}\,\theta(r - r_0)\,\Phi_2(r)\right]. \qquad /3.5/$$

Константа C находится из требования нормировки волновой функции на единицу.

4. ПРИЛОЖЕНИЕ

В этом разделе мы дадим доказательство соотношений /2.3/, /2.4/. Для этого предварительно получим ряд важных соотношений, дающих возможность развить аналогию между квазипотенциальным формализмом в релятивистском конфигурационном представлении и аппаратом нерелятивистской квантовой механики.

Введем в рассмотрение новый оператор - "квадрат модуля" оператора разностного дифференцирования:

$$|\Delta|^2 \equiv \Delta^*\Delta, \qquad /4.1/$$

где Δ определяется соотношением /2.1/, а Δ^* - комплексно-сопряженный ему оператор.

Нетрудно получить следующие соотношения:

$$2\,\mathrm{ch}(i\frac{d}{dr}) = 2 - |\Delta|^2 , \qquad /4.2/$$

$$2\,\mathrm{sh}(i\frac{d}{dr}) = 2i\Delta - |\Delta|^2 , \qquad /4.3/$$

$$i\Delta^* = i\Delta - |\Delta|^2 . \qquad /4.4/$$

Получим правила интегрирования произвольной функции действительного аргумента с релятивистскими обобщениями производной, действующими на δ-функцию /операторами Δ и комплексно-сопряженным ему Δ^*/. Учитывая явный вид /2.1/ операторов Δ, Δ^* и интегрируя по частям каждый член ряда

$$\int dx[\Delta^*\delta(x)]\,f(x) = \frac{1}{i}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{i^n}{n!}\int dx\,[\frac{d^n}{dx^n}\delta(x)]\,f(x) ,$$

легко получим соотношение

$$[\Delta^*\delta(x)]\,f(x) = -\delta(x)\,[\Delta f(x)], \qquad /4.5/$$

и комплексно-сопряженное ему

$$[\Delta\delta(x)]\,f(x) = -\delta(x)\,[\Delta^* f(x)] . \qquad /4.6/$$

В нерелятивистском пределе имеем

$$\Delta = i(e^{-i\frac{d}{dx}} - 1) \xrightarrow[c\to\infty]{} i(-i\frac{d}{dx}) = \frac{d}{dx} ,$$

$$\Delta^* = -i(e^{i\frac{d}{dx}} - 1) \xrightarrow[c\to\infty]{} -i(i\frac{d}{dx}) = \frac{d}{dx} .$$

Следовательно, в этом пределе /4.5/ и /4.6/ переходят в соотношение $[\frac{d}{dx}\delta(x)]\,f(x) = -\delta(x)\,[\frac{d}{dx}f(x)]$. Таким образом, в нерелятивистском пределе вместо /4.5/ и /4.6/ получили стандартное правило интегрирования с производной от δ-функции.

С учетом /4.1/, /4.5/ и того, что $\Delta\hat{\theta}(x) = \delta(x)$ по определению, легко получаем для оператора $|\Delta|^2$ следующее соотношение:

$$[|\Delta|^2\,\hat{\theta}(x)]\,f(x) = -\delta(x)\,[\Delta f(x)], \qquad /4.7/$$

которое в пределе $c\to\infty$ переходит в обычное соотношение:

$$[\frac{d^2}{dx^2}\theta(x)]\,f(x) = -\delta(x)\,[\frac{d}{dx}f(x)] .$$

Теперь у нас есть все необходимое для доказательства /2.3/, /2.4/. С помощью соотношений /4.7/, /4.2/, /4.3/ определения $\hat{\theta}$-функции, а также равенства

$$\mathrm{ch}(i\frac{d}{dx})[A(x)B(x)] = \mathrm{ch}(i\frac{d}{dx})A(x)\,\mathrm{ch}(i\frac{d}{dx})B(x) + \mathrm{sh}(i\frac{d}{dx})A(x)\,\mathrm{sh}(i\frac{d}{dx})B(x), \qquad /4.8/$$

где $A(x)$ и $B(x)$ - произвольные функции, находим, что результат действия оператора $2\mathrm{ch}(i\frac{d}{dx})$ на произведение обобщенной θ-функции с любой другой функцией имеет вид

$$2\,\mathrm{ch}(i\frac{d}{dx})\{\hat{\theta}(x-x')\,\Phi(x)\} = \hat{\theta}(x-x')[2\,\mathrm{ch}(i\frac{d}{dx})\,\Phi(x)] - \delta(x-x')\Delta\Phi(x) . \qquad /4.9/$$

Принимая во внимание /4.9/, определение /2.4б/ и учитывая тот факт, что $\tilde{u}$ и $\tilde{v}$ являются решениями уравнения $\hat{D}(r)\,\tilde{u}(r) = 0$, $D(r)\,\tilde{v}(r) = 0$, легко доказывается справедливость формулы /2.2/.

Наконец, рассуждая точно так же, как и при доказательстве /2.2/, получаем

$$\hat{D}(r)\{\hat{\theta}(-r-r')[\,\tilde{u}(r)\,\tilde{v}(r') + \tilde{u}(r')\,\tilde{v}(r)]\} =$$

$$= \hat{\theta}(-r-r')[\,\hat{D}(r)\,\tilde{u}(r)\,\tilde{v}(r') + \tilde{u}(r')\,\hat{D}(r)\,\tilde{v}(r)\,] +$$

$$+ \delta(r+r')[\Delta\tilde{u}(r)\,\tilde{v}(r') + \tilde{u}(r')\Delta\tilde{v}(r)] = 0 .$$

Здесь использовано то обстоятельство, что $\tilde{u}$ и $\tilde{v}$ являются решениями уравнения $\hat{D}(r)\,\tilde{u}(r) = 0$; $\hat{D}(r)\,\tilde{v}(r) = 0$, и то, что r и r' меняются в пределах от нуля до бесконечности, а следовательно $\delta(-r-r') \equiv \delta(-r-r')\,\theta(r)\,\theta(r') = 0$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Logunov A.A., Tavkhelidze A.N. Nuovo Cim., 1963, 29, No. 2, p. 380-400.

2. Филиппов А.Т.ЭЧАЯ, 1979, 10, вып. 3, с. 502-538.
3. Kadyshevsky V.G. Nucl.Phys., 1968, B6, No. 1, p. 125-148.
4. Kadyshevsky V.G., Mir-Kasimov R.M., Skachkov N.B. Nuovo Cim., 1968, 55A, p. 233-257.
5. Кадышевский В.Г., Мир-Касимов Р.М., Скачков Н.Б. ЯФ, 1969, 9, №1, с. 212.
6. Кадышевский В.Г., Мир-Касимов Р.М., Скачков Н.Б. ЯФ, 1969, 9, №2 , с. 462.
7. Frieman M., Mateev M.D., Mir-Kasimov R.M. Nucl.Phys., 1969, B12, p. 197.
8. Кадышевский В.Г., Мир-Касимов Р.М., Скачков Н.Б. ЭЧАЯ, 1972, 2, №3, с. 635.
9. Brown L. Annals of Phys., 1963, 23, No 2, p. 189.

Рукопись поступила в издательский отдел
20 апреля 1984 года.

ТЕМАТИЧЕСКИЕ КАТЕГОРИИ ПУБЛИКАЦИЙ ОБЪЕДИНЕННОГО ИНСТИТУТА ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

Индекс	Тематика
1.	Экспериментальная физика высоких энергий
2.	Теоретическая физика высоких энергий
3.	Экспериментальная нейтронная физика
4.	Теоретическая физика низких энергий
5.	Математика
6.	Ядерная спектроскопия и радиохимия
7.	Физика тяжелых ионов
8.	Криогеника
9.	Ускорители
10.	Автоматизация обработки экспериментальных данных
11.	Вычислительная математика и техника
12.	Химия
13.	Техника физического эксперимента
14.	Исследования твердых тел и жидкостей ядерными методами
15.	Экспериментальная физика ядерных реакций при низких энергиях
16.	Дозиметрия и физика защиты
17.	Теория конденсированного состояния
18.	Использование результатов и методов фундаментальных физических исследований в смежных областях науки и техники
19.	Биофизика

Скачков Н.Б., Шевченко О.Ю. P2-84-272

Теория возмущений для релятивистского двухчастичного уравнения с комбинированным квазипотенциалом

Целью работы является построение метода для решения задачи релятивистского описания связанного состояния системы кварк-антикварк. На основе релятивистского двухчастичного уравнения с центрально-симметричным комбинированным квазипотенциалом типа "кулон" + "запирание" в релятивистском конфигурационном представлении получено неоднородное интегральное уравнение, которое позволяет получить хорошее приближение к точной волновой функции. Проведено дальнейшее изучение свойств релятивистского конфигурационного представления и на этой основе дано строгое доказательство полученного уравнения.

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики ОИЯИ.

Сообщение Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1984

Перевод О.С.Виноградовой

Skachkov N.B., Shevchenko O.Yu. P2-84-272

Perturbation Theory for Relativistic Two-Particle Equation with a Combined Quasipotential

The aim of this article is the construction of a formalism for the relativistic description of the quark-antiquark bound state. The inhomogeneous integral equation is obtained in the relativistic configurational space on the basis of the two-particle three-dimensional quasipotential equation with the combined "coulomb" + "confinement" central-symmetric quasi-potential. The integral equation obtained provides a possibility to get a good approximation to the exact wave function. Further investigation of the properties of the relativistic configurational-space representation is performed. On this basis a rigorous proof of the equation established is given.

The investigation has been performed at the Laboratory of Theoretical Physics, JINR.

Communication of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1984