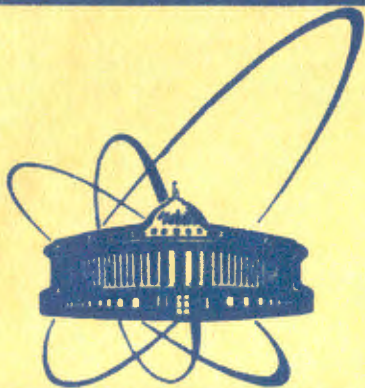


84-267



сообщения
объединенного
института
ядерных
исследований
дубна

C323 2+344 2

P2-84-267

3426/84

Л.И. Лapidус

СООТНОШЕНИЯ МЕЖДУ ПАРАМЕТРАМИ
ПОЛЯРИЗОВАННЫХ МИШЕНЕЙ

1984

For the case of polarized nuclear targets of arbitrary spins the general expressions for alignment and for two higher moments are obtained in the case of the Zeeman interaction. Generalization of the Borghini-Scheffler relation between polarization and alignment for nuclear spins 3/2 and 2 are given. The influence of an additional quadrupole interaction on polarization and alignment is considered for the polarized spin 1 target.

The orientation parameters $B_\lambda(s)$ in (2), degrees of polarization (6) and polarization parameters $P_{\lambda s}$ in (9) are described in the Introduction. In the case of Zeeman interaction, when energy levels are given in (10), general expressions for alignment (15)-(16) and for two higher moments C_s and D_s in (9) are given in (36)-(39) and in (43)-(47). The limiting cases of low and high temperatures are given in (17), (18), (17'), (40), (48).

The generalizations of the Borghini-Scheffler relation (20) are given explicitly for spin $s = 3/2$ in (23) and parametrically in (14), (16), (17'') for spin $s = 2$. The case of general spin is under discussion in (25)-(30). With the help of (33) the relation (34) is obtained for spins $s = 3/2$.

Additional (to Zeeman) quadrupole interaction effects are considered in section V. The expression for energy levels (49) permits one to have the populations of levels (51), (52), polarization (53), (54) and alignment (56), (57). Violation of polarization asymmetry (55) and alignment symmetry (58) is introduced by an additional quadrupole interaction. The relation (20) is substituted by (59)-(61). The additional quadrupole interaction changes a usual expression for population asymmetry R in (62). The expressions for polarization and alignment through the parameter R are given in (64)-(66). The quadrupole interaction change expression (68) to (67). The relation (69) and (70) (for small E_2/E_1) is valid for R values R_+ and R_- with positive and negative T .

1. ВВЕДЕНИЕ

В связи с развитием экспериментальных исследований с помощью поляризованных мишеней, содержащих дейтроны и ядра более высоких спинов /см., например, $^{1-10}/$, представляет интерес рассмотреть общие свойства квадрупольной поляризации /выстроенности/ мишени и ее более высоких спиновых тензоров, установить соотношения между векторной и тензорными характеристиками поляризованных мишеней в случае аксиальной симметрии мишени.

При наличии аксиальной симметрии /когда направление магнитного поля является осью квантования/ поляризованный ансамбль полностью характеризуется заполнением $w_s(m)$ в разных состояниях с магнитными числами $m: -s \leq m \leq s$. Спиновая матрица плотности мишени в этом случае диагональна, ее элементами являются заселенности $w_s(m)$ при всех возможных значениях m . Для описания такого состояния, как известно, в силу условия нормировки

$$\sum_{m=-s}^s w_s(m) = 1 \quad /1/$$

требуется $2s$ параметров.

В литературе используется несколько наборов поляризационных параметров, описывающих аксиально-симметричные системы. Иногда вводят /см., например, /11-13/ / параметры ориентации $B_\lambda(s)$:

$$B_\lambda(s) = (2s + 1)^{1/2} \sum_m (-1)^{s-m} \langle ss\lambda | m - m_0 \rangle w_s(m), \quad /2/$$

где $\langle ss\lambda | m - m_0 \rangle$ - коэффициенты векторного сложения в обозначениях /12/ $\langle j_1 j_2 j | m_1 m_2 m \rangle$. Очевидно, что $B_0(s) = 1$.

В работе /13/ получены рекуррентные формулы для $B_\lambda(s)$, рассмотрены предельные значения B_λ для низких и высоких температур для зеемановского и отдельно для квадрупольного заселения, протабулированы значения $B_\lambda(s)$ для $\lambda \leq 4$ и $s \leq 8$.

Для спинов $s = 1/2, 1, 3/2$ выражение /2/ сводится к более простому:

для спина 1/2

$$B_1(1/2) = w_{1/2}(1/2) - w_{1/2}(-1/2) = T_{10}, \quad /3/$$

для спина 1

$$B_1(1) = \sqrt{\frac{3}{2}} [w_1(1) - w_1(-1)] = T_{10}, \quad B_2(1) = \frac{1}{\sqrt{2}} [w_1(1) - 2w_1(0) + w_1(-1)] = T_{20}, \quad /4/$$

для спина 3/2

$$B_1(3/2) = \frac{1}{\sqrt{5}} [3w_{3/2}(3/2) + w_{3/2}(1/2) - w_{3/2}(-1/2) - 3w_{3/2}(-3/2)] = T_{10},$$

$$B_2(3/2) = w_{3/2}(3/2) - w_{3/2}(1/2) - w_{3/2}(-1/2) + w_{3/2}(-3/2) = T_{20}, \quad /5/$$

$$B_3(3/2) = \frac{1}{\sqrt{5}} [w_{3/2}(3/2) - 3w_{3/2}(1/2) + 3w_{3/2}(-1/2) - w_{3/2}(-3/2)] = T_{30}.$$

Используются также ^{14/} "степени ориентации" порядка /ранга/ λ

$$f_\lambda(s) = \binom{2\lambda}{s}^{-1} s^{-\lambda} \sum_m \sum_{\nu=0}^{\lambda} (-1)^\nu \frac{(s-m)!(s+m)!}{(s-m-\nu)!(s+m-\lambda+\nu)!} \binom{\lambda}{\nu}^2 w_s(m), \quad /6/$$

/здесь $\binom{a}{b} = a! [b!(a-b)!]^{-1}$, которые для $\lambda = 1, 2, 3, 4$ сводятся к

$$s f_1(m) = \sum_m m w_s(m), \quad s^2 f_2(m) = \sum_m m^2 w_s(m) - \frac{1}{3} s(s+1), \quad /7/$$

$$s^3 f_3(m) = \sum_m m^3 w_s(m) - \frac{1}{5} (3s^2 + 3s - 1) \sum_m m w_s(m),$$

$$s^4 f_4(s) = \sum_m m^4 w_s(m) - \frac{1}{7} (6s^2 + 6s - 5) \sum_m m^2 w_s(m) + \frac{3}{35} s(s-1)(s+1)(s+2).$$

^{15/} введены операторные величины $\hat{P}_{z\lambda}$:

$$\hat{P}_{z\lambda} = \frac{(2s-\lambda)!}{(2s)!} T_\lambda(s_z + s), \quad /8/$$

где T_λ - полиномы Чебышева с $N=2s+1$ /как они определены в ^{16/}, так что

$$\hat{P}_{z^1} = s^{-1} \hat{P}_z = \hat{P}_s, \quad \hat{P}_{z^2} = [s(2s-1)]^{-1} [3\hat{s}_z^2 - s(s+1)] = \hat{A}_s,$$

$$\hat{P}_{z^3} = [s(s-1)(2s-1)]^{-1} \{5\hat{s}_z^3 + [1-3s(s+1)]\hat{s}_z\} = \hat{C}_s, \quad /9/$$

$$\hat{P}_{z^4} = [2s(2s-1)(s-1)(2s-3)]^{-1} \{35\hat{s}_z^4 -$$

$$-5[6s(s+1)-5]\hat{s}_z^2 + 3s(s+1)[s(s+1)-2]\} = \hat{D}_s.$$

Величины в /7/ и /9/ эквивалентны. Они отличаются нормировкой. Ниже используются определения величин в /2/ и /9/ и обозначения, приведенные в правых частях в /9/. Отметим, что для состояния с $m = \pm s$ величины $P_s = \langle \hat{P}_s \rangle$ и $C_s = \langle \hat{C}_s \rangle$ равны, соответственно, ± 1 , а величины A_s и D_s равны +1.

2. ПОЛЯРИЗАЦИЯ И ВЫСТРОЕННОСТЬ МИШЕНИ

Рассмотрим общие выражения для средних значений операторов, определенных в /9/, при произвольном спине ядер мишени и учете /основного по величине/ зеемановского расщепления. Как показано ниже, дополнительный учет квадрупольного взаимодействия мало меняет общие заключения, но приводит к интересным следствиям.

Собственные значения уровней энергии даются выражением, содержащим слагаемое, не зависящее от m (E_0), плюс слагаемое, пропорциональное первой степени m :

$$E_m = E_0 - E_1 \cdot m. \quad /10/$$

При этом заселенность

$$w_s(m) = Z_s^{-1} e^{E_1 m/kT} = Z_s^{-1} e^{xm}, \quad /11/$$

где $x = E_1/kT$, а статистическая сумма Z_s :

$$Z_s = \sum_{m=-s}^s w_s(m) = \text{sh}(s + \frac{1}{2})x / \text{sh} \frac{x}{2}. \quad /12/$$

Степень векторной поляризации мишени частиц произвольного спина s дается, как известно, функцией Бриллюэна-Ланжевена:

$$sP_s = L_s = Z'_s / Z_s = (s + \frac{1}{2}) \text{cth}(s + \frac{1}{2}) \frac{x}{2} - \frac{1}{2} \text{cth} \frac{x}{2}, \quad /13/$$

где знак ' означает дифференцирование Z_s по x .

Для значений спинов $s = 1/2, 1, 3/2, 2$ соответственно получаем из /13/:

$$P_{1/2} = \text{th} \frac{x}{2}, \quad P_1 = \frac{4 \text{th} \frac{x}{2}}{3 + \text{th}^2 \frac{x}{2}}, \quad P_{3/2} = \frac{1}{3} \left[\frac{5 + \text{th}^2 \frac{x}{2}}{1 + \text{th}^2 \frac{x}{2}} \right] \text{th} \frac{x}{2}, \quad /14/$$

$$P_2 = 2 \left[\frac{5 + 3 \text{th}^2 \frac{x}{2}}{5 + 10 \text{th}^2 \frac{x}{2} + \text{th}^4 \frac{x}{2}} \right] \text{th} \frac{x}{2}.$$

Выражения /13/ и /14/ нечетны при изменении знака x /температуры/.

Для выстроенности $A_s(x)$ при справедливости /10/ находим

$$A_s = [s(2s-1)]^{-1} \{2s(s+1) - 3L_s(x) \text{cth} \frac{x}{2}\}. \quad /15/$$

Из /15/ для спинов $s = 1, 3/2, 2$ получаем

$$A_1 = \frac{4 \text{th}^2 \frac{x}{2}}{3 + \text{th}^2 \frac{x}{2}} = P_1 \cdot \text{th} \frac{x}{2}, \quad A_{3/2} = \frac{2 \text{th}^2 \frac{x}{2}}{1 + \text{th}^2 \frac{x}{2}} = \frac{6P_{3/2} \text{th} \frac{x}{2}}{5 + \text{th}^2 \frac{x}{2}},$$

$$A_2 = \frac{2 \operatorname{th}^2 \frac{x}{2} (7 + \operatorname{th}^2 \frac{x}{2})}{5 + 10 \operatorname{th}^2 \frac{x}{2} + \operatorname{th}^4 \frac{x}{2}} = \left[\frac{7 + \operatorname{th}^2 \frac{x}{2}}{5 + 3 \operatorname{th}^2 \frac{x}{2}} \right] P_2 \cdot \operatorname{th} \frac{x}{2} . \quad /16/$$

В последних соотношениях справа учтено /14/.

При высоких температурах /малые x /

$$P_s = \frac{x}{3} (s+1) \left[1 - \frac{x^2}{15} (s^2 + s + \frac{1}{2}) \right], \quad A_s = \frac{(s+1)(2s+3)}{30} x^2 = \frac{3}{10} \frac{(2s+3)}{(s+1)} P_s^2, \quad /17/$$

так что наклон кривой температурной зависимости при малых x чувствителен к величине спина:

$$A_1 = \frac{x^2}{3}; \quad A_{3/2} = \frac{x^2}{2}; \quad A_2 = \frac{7}{10} x^2; \quad A_{5/2} = \frac{14}{15} x^2 .$$

При больших x /низкие температуры/

$$P_s = 1 - \frac{e^{-x}}{s} [1 - (2s+1) e^{-2sx}], \quad /18/$$

$$A_s = 1 - \frac{3}{s} e^{-x} + \frac{3}{s(2s-1)} [2e^{-2x} - (2s+1) e^{-2sx} (e^{-x} + 2e^{-2x})].$$

Первые члены разложения совпадают с приведенными в /18/.

3. СООТНОШЕНИЯ МЕЖДУ ПОЛЯРИЗАЦИОННЫМИ ПАРАМЕТРАМИ

1. Как следует из /15/ и /13/, между выстроенностью A_s и поляризацией P_s для произвольного спина s при справедливости /10/ имеет место соотношение

$$(2s-1)A_s = 2(s+1) - 3P_s \cdot \operatorname{cth} \frac{x}{2} . \quad /19/$$

Для спина $s = 1$ из /16/ следует

$$\frac{A_1}{P_1} = \operatorname{th} \frac{x}{2} . \quad /16'/$$

Подстановка /16'/ в /14/ приводит к соотношению

$$3P_1^2 + A_1^2 = 4A_1 , \quad /20/$$

которое было указано в /4/. Переписав /20/ в виде

$$(A_1 - 2)^2 + 3P_1^2 = 4 . \quad /21/$$

легко увидеть, что /21/ геометрически соответствует /в осях A_1 и $\sqrt{3} P_1$ / окружности радиуса 2 с центром, расположенным на оси A_1 в точке $A_1 = 2$. Параметрически /21/ можно представить

в виде

$$A_1 = 2(1 - \cos \phi), \quad \sqrt{3} P_1 = 2 \sin \phi . \quad /22/$$

Из /15/ и /20/ следует, что с помощью поляризованной мишени реализуется лишь часть области возможных значений $A_1 (0 \leq A_1 \leq 1)$, соответствующая 1/6 длины окружности, проходящей через начало координат. Это означает, что в /22/ $0 \leq \phi \leq 60^\circ$.

При малых x , например, из /17/ следует

$$4A_1 \cong 3P_1^2 . \quad /17'/$$

Для ядер спина 3/2 из /14/ и /16/ получаем

$$\pm P_{3/2} = \frac{1}{3} (5 - 2A_{3/2}) \sqrt{\frac{A_{3/2}}{2 - A_{3/2}}} . \quad /23/$$

При малых $A_{3/2}$ /малые x / из /23/ имеем

$$A_{3/2} \cong \frac{18}{25} P_{3/2}^2 , \quad /17''/$$

что согласуется с /17/.

Соотношение /23/ для спина 3/2 численно мало отличается от /21/ - аналогичного соотношения между поляризацией и выстроенностью для мишени с ядрами спина 1. Из сравнения /21/ и /23/ видно, что разность

$$P_{3/2}^2 - P_1^2 = \frac{A(1-A)^2}{9(2-A)} \quad /24/$$

обращается в нуль при $A = 0; 1$ и не превышает 0,009 при $A \cong \pm 0,25-0,50/$.

Соотношение, связывающее A_2 и P_2 - выстроенность и поляризацию для ядер спина 2, следующее из /14/ и /16/, оказывается громоздким. Для этих величин в случае спина 2 более удобно использовать /14/ и /16/ в качестве параметрического представления для кривой $P_2 = f(A_2)$. Как видно из /17'/, при малых x

$$A_2 \cong \frac{7}{10} P_2^2 , \quad /17'''/$$

что мало отличается от /17'/ и /17''/. Численно соотношения между P_2 и A_2 мало отличаются от приведенных выше для ядер со спинами 1 и 3/2.

В общем случае произвольного спина s при установлении единой спиновой температуры и ограничении зеемановским взаимодействием все $2s$ поляризационных параметра, характеризующих мишень, выражаются через один параметр - величину x . Следовательно, в отмеченных выше условиях имеется $2s-1$ соотношений между $2s$ параметрами. Это приводит к единственному соотношению /20/ для

ядер спина 1. Из двух соотношений для ядер спина 3/2 одно сводится к /23/, а другое связывает $P_{3/2}$ с $C_{3/2}$ /или $A_{3/2}$ с $C_{3/2}$ /. Для спина 2 имеются три соотношения между поляризационными параметрами.

2. К соотношению /20/ и его обобщениям/ можно прийти непосредственно из /3/-/5/ или /9/. Действительно, при учете лишь зеемановского взаимодействия, приводящего к линейному по магнитному квантовому числу m смещению уровней, в результате установления единой спиновой температуры между заселенностями $w_s(m)$ возникает цепочка соотношений:

$$w_s(s) w_s(-s) = \dots = w_s(m) w_s(-m) = \dots = \text{const.} \quad /25/$$

При целом спине s постоянная справа в /25/ равна $w_s^2(0)$ и число соотношений - s . При полуцелом s число соотношений равно $s - 1/2$, так что для $s = 1$ и $3/2$ имеется одно соотношение, для $s = 2$ и $s = 5/2$ - два и т.д.

В частности, для $s = 1/2, 1, 3/2, 2, 5/2$ получаем

$$w_{1/2}(1/2) w_{1/2}(-1/2) = \frac{1}{4}(1 - P_{1/2}^2), \quad /26/$$

$$w_1(1) w_1(-1) = w_1^2(0). \quad /27/$$

$$w_{3/2}(3/2) w_{3/2}(-3/2) = w_{3/2}(1/2) w_{3/2}(-1/2) = \text{const}, \quad /28/$$

$$w_2(2) w_2(-2) = w_2(1) w_2(-1) = w_2^2(0), \quad /29/$$

$$w_{5/2}(5/2) w_{5/2}(-5/2) = w_{5/2}(3/2) w_{5/2}(-3/2) = w_{5/2}(1/2) w_{5/2}(-1/2) = \text{const}(5/2). \quad /30/$$

В случае аксиальной симметрии заселенности можно выразить через значения поляризационных тензоров T_{J0} . Для $s = 1/2$ /с учетом условия нормировки/

$$w_{1/2}(\pm 1/2) = \frac{1}{2}(1 \pm P_{1/2}), \quad /31/$$

что приводит к /26/.

Для спина $s = 1$

$$2w_1(\pm 1) = \frac{1}{3}(2 + A_1) \pm P_1, \quad w_1(0) = \frac{1}{3}(1 - A_1). \quad /32/$$

Подстановка /32/ в /27/ приводит к /20/.

Для ядер спина 3/2 с помощью /5/ и условия нормировки следует

$$2w_{3/2}(\pm 3/2) = \frac{1}{2}(1 + T_{20}) \pm \frac{\sqrt{5}}{10}(3T_{10} + T_{30}),$$

$$2w_{3/2}(\pm 1/2) = \frac{1}{2}(1 - T_{20}) \pm \frac{\sqrt{5}}{10}(T_{10} - 3T_{30}). \quad /33/$$

Подстановка /33/ в /28/ приводит к соотношению

$$5T_{20} = 2(T_{10}^2 - T_{30}^2) + 3T_{10}T_{30}, \quad /34/$$

которое связывает три поляризационных параметра, характеризующих мишень в данном случае, и позволяет вычислить один из параметров, если известны два других.

Значение постоянной в правой части /28/ равно

$$\text{const}(\frac{3}{2}) = \frac{1}{4} \{1 + T_{20}^2 - T_{10}^2 - T_{30}^2\}. \quad /35/$$

Аналогичные соотношения между поляризационными параметрами мишеней с ядрами других спинов получаются подобным образом. Заселенности $w_s(m)$ выражаются через значения параметров T_{J0} . Затем при справедливости /10/ приходим к /25/, а с их помощью к соотношениям вида /20/ и /34/.

4. БОЛЕЕ ВЫСОКИЕ СПИНОВЫЕ ТЕНЗОРЫ МИШЕНИ

1. Получим общее выражение для температурной зависимости "третьего момента" C_s . С помощью /9/-/12/ получаем

$$\begin{aligned} NC_s &= 5Z_s''' / Z_s + [1 - 3s(s+1)] \frac{Z_s'}{Z_s} = \\ &= 5L_s^3 + 5L_s''' + 15L_s L_s' + [1 - 3s(s+1)] L_s, \end{aligned} \quad /36/$$

где $N = s(s-1)(2s-1)$, а знак ' означает дифференцирование по x . Из /36/ видно, что для вычисления C_s необходимы функции Бриллюэна-Ланжевена и ее производные. Выражение для L_s приведено в /13/. Нетрудно получить, что

$$L_s' = s(s+1) - (s + \frac{1}{2})^2 \text{cth}^2(s + \frac{1}{2})x + (\frac{1}{2})^2 \text{cth}^2 \frac{x}{2} \quad /37/$$

$$L_s'' = 2[(s + \frac{1}{2})^3 [\text{cth}^3(s + \frac{1}{2})x - \text{cth}(s + \frac{1}{2})x] + (\frac{1}{2})^3 [\text{cth} \frac{x}{2} - \text{cth}^3 \frac{x}{2}]] \quad /38/$$

В результате получаем

$$NC_s = [1 + 12s(s+1) + \frac{15}{2} \text{cth}^2 \frac{x}{2}] L_s(x) - 10[(s + \frac{1}{2})^3 \text{cth}(s + \frac{1}{2})x - (\frac{1}{2})^3 \text{cth} \frac{x}{2}]. \quad /39/$$

При малых температурах, когда $\text{cth} ax \rightarrow 1$, правая часть /39/ обращается в N , а $C_s \rightarrow 1$.

При высоких температурах, когда $x \rightarrow 0$

$$NC_s = \frac{3s}{40} \left[\frac{(2s-1)(2s+3)}{(s+1)} \right]^2 P_s^3 = \frac{x^3 s(s+1)}{360} [(2s-1)(2s+3)]^2. \quad /40/$$

Так как $L_s = sP_s$, то выражению /39/ можно придать иной вид:

$$\frac{N}{s} C_s = [2s(s+1) - \frac{3}{2} + \frac{15}{2} \text{cth}^2 \frac{x}{2}] P_s - 5(s+1) \text{cth} \frac{x}{2}. \quad /41/$$

Если исключить $\text{cth}(x/2)$ с помощью /19/, то выражение для C_s можно представить в виде

$$\frac{N}{s} C_s = [2s(s+1) - \frac{3}{2}] P_s + \frac{5}{6} (2s-1) \frac{A_s}{P_s} [(2s-1)A_s - 2(s+1)]. \quad /42/$$

2. Получим общее выражение для параметра D_s в /9/:

$$MD_s = 35 \frac{Z_s^{IV}}{Z_s} - 5[6s(s+1) - 5] \frac{Z_s''}{Z_s} + 3s(s+1)[s(s+1) - 2], \quad /43/$$

где

$$M = 2s(2s-1)(s-1)(2s-3). \quad /44/$$

Заметим, что

$$\frac{Z_s''}{Z_s} = s(s+1) - L_s \text{th} \frac{x}{2}, \quad /45/$$

$$\frac{Z_s^{IV}}{Z_s} = [s(s+1) - 1][s(s+1) - 2L_s \text{cth} \frac{x}{2}] + [2s(s+1) - 3L_s \text{cth} \frac{x}{2}] \text{cth}^2 \frac{x}{2} /46/$$

Подстановка /45/-/46/ в /43/ приводит к общему выражению:

$$MD_s = 8s(s+1)[s(s+1) - 2] + 70s(s+1) \text{cth}^2 \frac{x}{2} + 5s P_s [9 - 8s(s+1) - 21 \text{cth}^2 \frac{x}{2}] \text{cth} \frac{x}{2}. \quad /47/$$

При $x \rightarrow \infty$ /низкие температуры/ $D_s \rightarrow 1$. При $x \rightarrow 0$ /высокие температуры/

$$MD_s \approx s(s+1)x^4. \quad /48/$$

Отметим, что, как видно из полученных общих выражений, средние значения псевдовектора P_s и псевдотензоров (C_s) могут изменяться с помощью поляризованных мишеней во всей области

возможных значений от -1 до +1. Средние значения тензоров четного ранга (A_s, D_s) изменяются с помощью мишени лишь от 0 до +1. Более широкая область значений возможна в экспериментах с источниками поляризованных пучков и с пучками частиц, получаемых в столкновениях.

5. УЧЕТ КВАДРУПОЛЬНОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ

1. Обсудим здесь на примере поляризованной мишени ядер спина 1 /дейтронная поляризованная мишень/ как меняются основные поляризационные параметры мишени, если наряду с зеемановским учесть взаимодействие квадрупольного момента дейтрона /ядра/ с градиентом электрического поля, создаваемого аксиально-симметричным градиентом электрического поля электронных оболочек атомов, окружающих дейтрон в мишени*.

С учетом квадрупольного взаимодействия энергия каждого из расщепившихся в магнитном поле уровней дейтрона в зависимости от магнитного квантового числа m может быть представлена в виде

$$E_m = E_0 - E_1 m + E_2 m^2, \quad /49/$$

где

$$E_0 = -2h\nu_Q (3 \cos^2 \theta - 1), \quad E_1 = h\nu_D, \quad E_2 = 3h\nu_Q (3 \cos^2 \theta - 1), \quad /50/$$

а $\nu_D = \gamma_D H_0$ - центральная частота спектра ЯМР дейтронов, γ_D - гиромагнитное отношение дейтрона, $\nu_Q = 1/8 (e^2 q Q / \hbar)$, eQ - величина градиента электрического поля вдоль главной оси градиента, eq - квадрупольный момент дейтрона; θ - угол между направлением магнитного поля H_0 и главной осью тензора градиента электрического поля. В величину E_0 можно считать включенными все вклады в энергию взаимодействия, которые не зависят от спина. Как и ранее, рассматриваемые параметры поляризованных мишеней от E_0 не зависят.

Обсуждаемые ниже соотношения, в которых учтен эффект квадрупольного взаимодействия, могут быть, в принципе, использованы для экспериментального определения величин E_2 , точный расчет которых затруднителен. Так как $h\nu_D$ составляет десятки мегагерц, а $h\nu_Q$ - десятки килогерц, то отношение E_2/E_1 составляет около 10^{-3} . В разных ядрах подобное отношение может меняться от 10^{-3} до 10^{-2} .

*В /13/ рассматривались $V_\lambda(s)$ при учете квадрупольного /зеемановского/ взаимодействия в отсутствие зеемановского /квадрупольного/ взаимодействия.

Заселенности уровней $w_1(m)$ при учете /49/ имеют вид

$$Z_1 w_1(1) = \exp[-(E_0 - E_1 + E_2)/kT], \quad /51/$$

$$Z_1 w_1(-1) = \exp[-(E_0 + E_1 + E_2)/kT], \quad Z_1 w_1(0) = \exp[-E_0/kT],$$

где

$$Z_1 = e^{-E_0/kT} [1 + 2e^{-E_2/kT} \operatorname{ch} \frac{E_1}{kT}]. \quad /52/$$

С помощью /50/-/52/ для поляризации мишени получим

$$P_D(x, y) = 4e^{-y} \operatorname{th} \frac{x}{2} [1 + 2e^{-y} + (2e^{-y} - 1) \operatorname{th}^2 \frac{x}{2}]^{-1}, \quad /53/$$

где, как и выше, $x = E_1/kT$, $y = E_2/kT$. Спиновая температура T может отличаться от решеточной T_L в 450-1000 раз^{5/6}: $T \approx 1/500 T_L$.

В пренебрежении вкладом E_2 , из /53/ приходим к $P_D(x, 0)$, совпадающему с P_1 в /14/. Выражение /53/ можно представить в виде

$$P_D(x, y) = P_1(x) \left[1 - \frac{(1 - \operatorname{th}^2 \frac{x}{2})(1 - e^{-y})}{1 + 2e^{-y} + (2e^{-y} - 1) \operatorname{th}^2 \frac{x}{2}} \right], \quad /54/$$

откуда видно, что квадрупольная добавка к $P_1(x)$ сказывается при промежуточных x . При малых x добавка к 1 в квадратных скобках в /54/ стремится к нулю из-за того, что обращается в нуль выражение $1 - e^{-y}$, а при высоких x $\operatorname{th}^2 x/2 \rightarrow 1 - 4e^{-x}$.

Как отмечалось выше, $P_1(x)$ меняет знак при изменении знака x /температуры/. Учет квадрупольного взаимодействия нарушает эту зеркальную симметрию и

$$\frac{P_D(-x, -y) + P_D(x, y)}{P_D(-x, -y) - P_D(x, y)} = \frac{2(1 - \operatorname{th}^2 \frac{x}{2}) \operatorname{th} \frac{y}{2}}{[3 + \operatorname{th}^2 \frac{x}{2} - (1 + 3 \operatorname{th}^2 \frac{x}{2}) \operatorname{th}^2 \frac{y}{2}]}. \quad /55/$$

При малых y это приводит к тому, что

$$\frac{P_D(-x, -y) + P_D(x, y)}{P_D(x, y)} \approx -2y(1 - \operatorname{th}^2 \frac{x}{2})(3 + \operatorname{th}^2 \frac{x}{2})^{-1}.$$

2. Для выстроенности A_D поляризованной мишени получаем **

$$A_D(x, y) = 2[(1 + e^{-y}) \operatorname{th}^2 \frac{x}{2} - (1 - e^{-y})][1 + 2e^{-y} + (2e^{-y} - 1) \operatorname{th}^2 \frac{x}{2}]^{-1}. \quad /56/$$

* В отсутствие зеемановского взаимодействия /при $x = 0$ / /53/ обращается в нуль, как это отмечено в /13/.

** В отсутствие зеемановского расщепления $A_D(0, y) = -2(1 - e^{-y})[1 + 2e^{-y}]^{-1}$.

Это выражение можно представить в виде

$$A_D(x, y) = A_1(x) \left\{ 1 - \frac{3}{2} \frac{(1 - \operatorname{th}^2 \frac{x}{2})(1 - e^{-y})}{[3 + \operatorname{th}^2 \frac{x}{2} - 2(1 - e^{-y})(1 + \operatorname{th}^2 \frac{x}{2}) \operatorname{th}^2 \frac{x}{2}]} \right\}, \quad /57/$$

где $A_1(x)$ - зеемановский вклад, приведенный в /16/. В отсутствие эффектов квадрупольного взаимодействия выстроенность A_1 является четной функцией спиновой температуры. При учете квадрупольного взаимодействия

$$\frac{A_D(x, y) - A_D(-x, -y)}{A_D(x, y) + A_D(-x, -y)} = - \frac{3(1 - \operatorname{th}^2 \frac{x}{2}) \operatorname{th} \frac{y}{2}}{(3 + \operatorname{th}^2 \frac{x}{2}) \operatorname{th}^2 \frac{x}{2} - (1 + 3 \operatorname{th}^2 \frac{x}{2}) \operatorname{th}^2 \frac{y}{2}}. \quad /58/$$

Учет квадрупольного взаимодействия меняет соотношения /27/ и /20/. В самом деле, при учете вклада E_2

$$w_1(1) w_1(-1) = w_1^2(0) e^{-2y}. \quad /59/$$

Используя выражения /33/ для связи $w_1(m)$ с поляризацией и выстроенностью, получаем из /59/

$$\frac{3}{4} \frac{(3P_D^2 - 4A_D + A_D^2)}{(1 - A_D)^2} = 1 - e^{-2y}. \quad /60/$$

Из /60/ следует

$$3P_D^2 + A_D^2 = 4A_D + \frac{4}{3}(1 - A_D)^2(1 - e^{-2y}). \quad /61/$$

3. При проведении исследований с поляризованной дейтериевой мишенью ее создатели и исследователи обычно измеряют асимметрию в заселенностях^{10/} $R = [w_1(1) - w_1(0)][w_1(0) - w_1(-1)]^{-1}$, что для дейтериевой мишени с аксиальной симметрией с помощью /32/ сводится к

$$R = (P_D + A_D)(P_D - A_D)^{-1}, \quad /62/$$

откуда

$$\frac{R^2 - 1}{R^2 + R + 1} = \frac{4A_D P_D}{3P_D^2 + A_D^2}. \quad /63/$$

Из /63/ и /61/ получаем

$$P_D = \left(\frac{R^2 - 1}{R^2 + R + 1} \right) \left[1 + \frac{1}{3} \frac{(1 - A_D)^2}{A_D} (1 - e^{-2y}) \right]. \quad /64/$$

Для выстроенности мишени из /62/ и /64/ следует

$$A_D = P_D \left(\frac{R-1}{R+1} \right) = \frac{(R-1)^2}{(R^2+R+1)} \left[1 + \frac{1}{3} \frac{(1-A_D)^2}{A_D} (1 - e^{-2y}) \right], \quad /65/$$

откуда видно, что дополнительное к зеемановскому квадрупольное взаимодействие сказывается наиболее заметно при небольших A . Выражение в квадратных скобках в /64/ и /65/ обращается в единицу при пренебрежении квадрупольным взаимодействием. С его учетом выражение для выстроенности получается из /65/ в виде

$$A_D = \frac{(R-1)^2}{6(R^2+R+1)} \cdot \frac{(1+2e^{-2y})}{\left\{ 1 - \frac{1}{3}(1-e^{-2y}) \frac{(R-1)^2}{(R^2+R+1)} \right\}} \times \\ \times \left\{ 1 + \left[1 + \frac{12(1-e^{-2y})(R^2+R+1)}{(1+2e^{-2y})^2(R-1)^2} \left[1 - \frac{1}{3}(1-e^{-2y}) \frac{(R-1)^2}{(R^2+R+1)} \right]^{-1} \right]^{1/2} \right\}. \quad /66/$$

Как следует из /66/, приближенно

$$A_D \approx \frac{(R-1)^2}{(R^2+R+1)} \left[1 + \frac{3R^2(1-e^{-2y})}{(R-1)^2(R^2+R+1)} \right].$$

При типичном значении ^{9/} $R = 1,8$ выражение в квадратной скобке в /64/ и /65/ сводится к $(1+5,4y)$. Таким образом, при определении значений P_D и A_D с помощью измерения R поправки к зеемановским формулам становятся заметными при высоких точностях измерений.

Отметим проявление квадрупольного взаимодействия, которое нарушает симметрию величины R при изменении знака спиновой температуры.

С помощью /51/-/52/ находим

$$R(x, y) = \frac{e^{(E_1-E_2)/kT} - 1}{1 - e^{-(E_1+E_2)/kT}} = R(x) - \frac{(1 - e^{-E_2/kT})(1 + e^{E_1/kT})}{1 - e^{-(E_1+E_2)/kT}}, \quad /67/$$

где

$$R(x) = e^{E_1/kT} \quad /68/$$

получается для той же асимметрии в пренебрежении вкладом E_2 . Обозначив значение $R(x, y)$ при положительной температуре через

R_+ , а ее значение при отрицательной температуре - через R_- , получим из /67/ для среднегеометрического этих значений

$$\sqrt{R_+ R_-} = \text{sh} \left(\frac{E_1 - E_2}{2kT} \right) / \text{sh} \left(\frac{E_1 + E_2}{2kT} \right). \quad /69/$$

При малых E_2/kT

$$\sqrt{R_+ R_-} \approx 1 - \frac{E_2}{kT} \text{cth} \frac{E_1}{2kT}. \quad /70/$$

При $E_1=0$, $R(0, y) = -1$.

Автор благодарен Б.М.Головину, Ю.Ф.Киселеву, М.Ю.Либургу за полезные обсуждения вопросов физики поляризованных мишеней.

ЛИТЕРАТУРА

1. Shapiro F.L. Proc. 1st Int. Conf. on Polarized Targets and Ion Sources. Saclay, Centre d'Etudes Nucleaires, 1966, p.339.
2. Alfimenkov V.P. et al. Phys.Lett., 1967, vol.24B, p.151.
3. Иваненко А.И. и др. ЯФ, 1970, т.10, с.47.
4. Borghini M., Scheffler K. Nucl.Instr. and Meth., 1971, vol.95, p.93.
5. de Boer W. CERN 74-11, Geneva, 1974.
6. de Boer W. et al. J.Low Temp.Phys., 1974, vol.15, p.249.
7. Hiramatsu S. et al. Nucl.Instr. and Meth., 1979, vol.160, p.193.
8. Hamada O. et al. Nucl.Instr. and Meth., 1981, vol.189, p.561.
9. Поляков В.В. и др. ОИЯИ, P1-83-519, Дубна, 1983.
10. Abragam A., Chapellier M. Phys.Lett., 1964, vol.11, p.207.
11. Gray T.P., Sattchler G.K. Proc.Phys.Soc., 1955, vol.A68, p.349.
12. Olsen G.G. Rep. on Prog.in Phys., 1972, vol.35, p.717; Немец О.Ф., Ясногородский А.М. Поляризационные явления в ядерной физике. "Наукова думка", Киев, 1980.
13. Krane K.S. Nucl.Data Tables, 1973, vol.A11, No.5, p.407.

14. de Groot S.R., Tolhoek H.A. Beta and Gamma Ray Spectroscopy. Interscience, New York, 1955, p.613.
15. Normand J.M., Raynal J. AIP Conf.Proc. Polarization Phenomena in Nucl.Phys., 1980. AIP, 1981, No.69, part 2, p.997.
16. Бейтман Г., Эрдейи А. Таблицы интегральных преобразований. "Наука", М., 1970, т.11, с.187.

НЕТ ЛИ ПРОВЕДЛОВ В ВАШЕЙ БИБЛИОТЕКЕ?

Вы можете получить по почте перечисленные ниже книги, если они не были заказаны ранее.

	Труды VI Всесоюзного совещания по ускорителям заряженных частиц. Дубна, 1978 /2 тома/	7 р. 40 к.
	Труды VII Всесоюзного совещания по ускорителям заряженных частиц, Дубна, 1980 /2 тома/	8 р. 00 к.
D11-80-13	Труды рабочего совещания по системам и методам аналитических вычислений на ЭВМ и их применению в теоретической физике, Дубна, 1979	3 р. 50 к.
D4-80-271	Труды Международной конференции по проблемам нескольких тел в ядерной физике. Дубна, 1979.	3 р. 00 к.
D4-80-385	Труды Международной школы по структуре ядра. Алушта, 1980.	5 р. 00 к.
D2-81-543	Труды VI Международного совещания по проблемам квантовой теории поля. Алушта, 1981	2 р. 50 к.
D10,11-81-622	Труды Международного совещания по проблемам математического моделирования в ядерно-физических исследованиях. Дубна, 1980	2 р. 50 к.
D1,2-81-728	Труды VI Международного семинара по проблемам физики высоких энергий. Дубна, 1981.	3 р. 60 к.
D17-81-758	Труды II Международного симпозиума по избранным проблемам статистической механики. Дубна, 1981.	5 р. 40 к.
D1,2-82-27	Труды Международного симпозиума по поляризационным явлениям в физике высоких энергий. Дубна, 1981.	3 р. 20 к.
P18-82-117	Труды IV совещания по использованию новых ядерно-физических методов для решения научно-технических и народнохозяйственных задач. Дубна, 1981.	3 р. 80 к.
D2-82-568	Труды совещания по исследованиям в области релятивистской ядерной физики. Дубна, 1982.	1 р. 75 к.
D9-82-664	Труды совещания по коллективным методам ускорения. Дубна, 1982.	3 р. 30 к.
D3,4-82-704	Труды IV Международной школы по нейтронной физике. Дубна, 1982.	5 р. 00 к.
D2,4-83-179	Труды XV Международной школы молодых ученых по физике высоких энергий. Дубна, 1982.	4 р. 80 к.
	Труды УШ Всесоюзного совещания по ускорителям заряженных частиц. Протвино, 1982 /2 тома/	11 р. 40 к.
D11-83-511	Труды совещания по системам и методам аналитических вычислений на ЭВМ и их применению в теоретической физике. Дубна, 1982.	2 р. 50 к.
D7-83-644	Труды Международной школы-семинара по физике тяжелых ионов. Алушта, 1983.	6 р. 55 к.
D2,13-83-689	Труды рабочего совещания по проблемам излучения и детектирования гравитационных волн. Дубна, 1983.	2 р. 00 к.

Рукопись поступила в издательский отдел
20 апреля 1984 года.

Заказы на упомянутые книги могут быть направлены по адресу:
101000 Москва, Главпочтамт, п/я 79
Издательский отдел Объединенного института ядерных исследований

ТЕМАТИЧЕСКИЕ КАТЕГОРИИ ПУБЛИКАЦИЙ
ОБЪЕДИНЕННОГО ИНСТИТУТА ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

Индекс	Тематика
1.	Экспериментальная физика высоких энергий
2.	Теоретическая физика высоких энергий
3.	Экспериментальная нейтронная физика
4.	Теоретическая физика низких энергий
5.	Математика
6.	Ядерная спектроскопия и радиохимия
7.	Физика тяжелых ионов
8.	Криогеника
9.	Ускорители
10.	Автоматизация обработки экспериментальных данных
11.	Вычислительная математика и техника
12.	Химия
13.	Техника физического эксперимента
14.	Исследования твердых тел и жидкостей ядерными методами
15.	Экспериментальная физика ядерных реакций при низких энергиях
16.	Дозиметрия и физика защиты
17.	Теория конденсированного состояния
18.	Использование результатов и методов фундаментальных физических исследований в смежных областях науки и техники
19.	Биофизика

Лapidус Л.И.

P2-84-267

Соотношения между параметрами поляризованных мишеней

Для поляризованной мишени ядер произвольного спина при учете зеемановского расщепления получены общие выражения для выстроенности и двух более высоких спиновых тензоров. Получено обобщение соотношения Боргини-Шеффлера между поляризацией и выстроенностью для ядер спина $3/2$ и 2 . Обсуждаются обобщения на случай произвольного спина мишени. Влияние дополнительного квадрупольного взаимодействия на поляризацию и выстроенность рассмотрены для поляризованной мишени спина единица.

Работа выполнена в Лаборатории ядерных проблем ОИЯИ.

Сообщение Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1984

Перевод О.С.Виноградовой

Lapidus L.I.

P2-84-267

Relations between Parameters of Polarized Targets

For the case of polarized nuclear targets of arbitrary spins the general expressions for alignment and for two higher moments are obtained in the case of the Zeeman interaction. Generalization of the Borghini-Scheffler relation between polarization and alignment for nuclear spins $3/2$ and 2 are given. The influence of an additional quadrupole interaction on polarization and alignment is considered for the polarized spin 1 target.

The investigation has been performed at the Laboratory of Nuclear Problems, JINR.

Communication of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1984