18/VI-84

объединенный
институт
ядерных
исследований
дубна

P2-84-176

Л.В.Авдеев, М.В.Чижов

ДИНАМИЧЕСКОЕ ВОЗНИКНОВЕНИЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ В ТОЧНО РЕШАЕМОЙ МОДЕЛИ

Направлено в журнал "Physics Letters B."

1984

В работах /I,2/ была выдвинута гипотеза о динамическом происхождении функций Грина. Решение уравнений самосогласованности по теории возмущений приводит к определенному выбору мультиплетов частиц и их взаимодействий. Первоначально независимые константы взаимодействия оказываются связанными. Таким образом, эффективное действие, возникающее из радиационных поправок к функциям Грина, зависит лишь от одной произвольной константы.

В данной работе мы хотели бы обратить внимание на законность гипотезы о динамическом возникновении функций Грина с физической точки зрения. Поэтому обращаемся к известному точному решению кирально-инвариантной модели Гросса - Невё /3/. Как было установлено, для получения конечных выражений для энергии и импульса дырочных состояний над вакуумом необходимо потребовать, чтобы константы связи имели асимптотически свободное поведение от импульса обрезания и удовлетворяли некоторому условию связи. Получение тех же самых соотношений в рамках теории возмущений говорит о правомочности сделанной гипотезы.

Обычная теория возмущений и процедура перенормировок допускают использование в затравочном лагранжиане произвольных констант. После устранения расходимостей и перенормировок, если не наложены условия какой-либо симметрии, данный произвол остается и в конечных выражениях. Гипотеза о динамическом возникновении функций Грина приводит к решению уравнений самосогласованности, которое и устраняет имеющийся произвол. Неоднозначность, связанную с процедурой регуляризации и перенормировки, полностью вбирает в себя оставшаяся единственно произвольная константа взаимодействия.

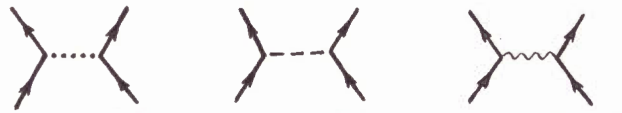
В качестве затравочного лагранжиана для мультиплета ψ^a $(a=1,2...n)$ спинорных полей, реализующих фундаментальное представление группы $SU(n)$, в двумерном пространстве-времени, выберем кинетический член обычного вида

$$\mathcal{L} = i\,\bar{\psi}^a \gamma_\mu \partial_\mu \psi^a . \qquad (I)$$

Далее предположим, что взаимодействия

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_1 &= g_1 (\bar{\psi}^a \psi^a)^2 , \\ \mathcal{L}_2 &= -g_2 (\bar{\psi}^a \gamma_5 \psi^a)^2 , \\ \mathcal{L}_3 &= g_3 (\bar{\psi}^a \gamma_\mu \psi^a)^2 , \end{aligned} \qquad (2)$$

показанные на рис. I, должны возникнуть динамически из радиационных поправок.



$2ig_1\, I \otimes I$ $\qquad$ $-2ig_2\, \gamma_5 \otimes \gamma_5$ $\qquad$ $2ig_3\, \gamma_\mu \otimes \gamma_\mu$

Рис. I.

Самосогласованность появления взаимодействия выражается уравнениями компенсации, которые графически представлены на рис. 2.

Рис. 2.

В правой части равенства стоит полная функция Грина без затравочного члена. В первом порядке теории возмущений уравнения самосогласованности принимают вид:

$$1 = \Gamma_j (g_1, g_2, g_3), \qquad (j = 1, 2, 3). \qquad (3)$$

Функции Грина Γ_j с динамически возникшими взаимодействиями (2) могут быть определены с помощью суммирования регуляризованных логарифмически расходящихся интегралов вида $C = \mathrm{Reg}\, \frac{i}{\pi} \int d^2p/p^2$ из радиационных поправок. Чтобы выполнить суммирование старших логарифмов, воспользуемся уравнениями ренормгруппы:

$$\Gamma_j (g_1, g_2, g_3) = \exp\left\{ - \int_0^C dx\, \gamma_j [\bar{g}_1(x), \bar{g}_2(x), \bar{g}_3(x)] \right\} - 1, \qquad (4)$$
$$(j = 1, 2, 3).$$

Член -1 вычитает затравочное взаимодействие. Изменение знака у аномальных размерностей соответствующих вершин $\gamma_j(g_1, g_2, g_3)$ позволяет суммировать не контрчлены, а расходимости. Эффективные заряды $\bar{g}_j(x)$

удовлетворяют уравнениям:

$$\frac{\partial \ln \bar{g}_j}{\partial x} = -\gamma_j(\bar{g}_1, \bar{g}_2, \bar{g}_3),$$
$$\bar{g}_j(0) = g_j, \quad (j = 1, 2, 3). \tag{5}$$

В соотношениях (5) мы учли, что однопетлевая аномальная размерность пропагатора равна нулю.

После подстановки выражений (4) в уравнения компенсации (3) получаем:

$$\exp\left\{-\int_0^C dx\; \gamma_1[\bar{g}_1(x), \bar{g}_2(x), \bar{g}_3(x)]\right\} = 2 \tag{6}$$

и

$$\gamma_1(g_1, g_2, g_3) = \gamma_2(g_1, g_2, g_3) = \gamma_3(g_1, g_2, g_3). \tag{7}$$

Явное вычисление однопетлевых вершинных диаграмм по методу работы /4/ дает следующие результаты:

$$\gamma_1(g_1, g_2, g_3) = \frac{1}{\pi}\left[-n g_1 + (g_1 - g_2)\left(1 + 2\frac{g_3}{g_1}\right)\right],$$
$$\gamma_2(g_1, g_2, g_3) = \frac{1}{\pi}\left[-n g_2 + (g_1 - g_2)\left(1 + 2\frac{g_3}{g_2}\right)\right], \tag{8}$$
$$\gamma_3(g_1, g_2, g_3) = -\frac{1}{\pi}\,\frac{g_1 g_2}{g_3}.$$

Из уравнений (7) и (8) находим два решения:

$$\begin{cases} g_2 = g_1, \\ g_3 = g_1/n; \end{cases} \tag{9}$$

и

$$\begin{cases} g_2 = -\dfrac{n^2 - n + 2}{(n-1)(n+2)}\, g_1, \\ g_3 = \dfrac{n^2 - n + 2}{4n}\, g_1. \end{cases} \tag{10}$$

Соотношения (9) и (10) определяют особые решения ренормгрупповых уравнений с пропорциональными зарядами. Как показано в работе /5/, существование этих решений в однопетлевом приближении гарантирует их наличие у точных уравнений.

Рассмотрим решение (9), которое соответствует кирально-инвариантному эффективному лагранжиану модели Гросса – Невё со связанными зарядами:

$$\mathcal{L}_{eff.} = i\,\bar{\psi}^a \gamma_\mu \partial_\mu \psi^a + g_1\left[(\bar{\psi}^a \psi^a)^2 - (\bar{\psi}^a \gamma_5 \psi^a)^2\right] + \frac{g_1}{n}(\bar{\psi}^a \gamma_\mu \psi^a)^2. \tag{11}$$

Решение уравнений (5) и (6) дает соотношение перенормировки для константы взаимодействия:

$$g_1 C = \frac{\pi}{2n}. \tag{12}$$

В случае регуляризации с помощью ультрафиолетового обрезания Λ, соотношение (12) приводит к неаналитической зависимости Λ от g_1:

$$\Lambda^2 = \mu^2 \exp\left(\frac{\pi}{2n g_1}\right), \tag{13}$$

причем $g_1 \to +0$ при $\Lambda \to \infty$. Полученные соотношения совпадают с условиями на константы связи, возникавшими в точном решении модели для обеспечения конечности энергии и импульса дырочных состояний. Таким образом, физические требования приводят к специальному соотношению между константами взаимодействия в эффективном лагранжиане и их определенной зависимости от параметра регуляризации. Всё это подтверждает возможность динамического происхождения эффективных лагранжианов взаимодействия.

Полезно также отметить, что точное решение позволяет нам найти полный ряд теории возмущений для ренормгрупповой β - функции модели. Мы дифференцируем точное соотношение перенормировки заряда /3/, типа (13), по $\ln \Lambda^2$ и выражаем Λ^2 через константу связи. В случае $SU(2)$, $n = 2$, точный результат имеет вид:

$$\beta(h) = -\frac{h^2}{2\pi}, \tag{14}$$

где

$$h = \frac{4 g_1}{1 + g_3^2 - g_1^2}, \tag{15}$$

а $g_3 = \frac{g_1}{2} + O(g_1^3)$ в согласии с (9). Интересным является тот факт, что в формуле (14) отсутствуют высшие поправки по h (в той конкретной схеме перенормировки, которая используется в работе /3/).

Другое решение, (10), явно нарушает киральную инвариантность эффективного лагранжиана, и, к сожалению, неизвестен способ получить его в рамках точного решения с помощью анзатца Бете. Тем не менее, оно является следствием динамических уравнений и должно быть рассмотрено наравне с (9). Однопетлевое соотношение перенормировки для решения этого уравнения имеет вид:

$$g_1 C = -\frac{(n-1)(n+2)}{8n}\pi . \qquad (I6)$$

Оно непротиворечиво при $g_1 < 0$, когда имеет место асимптотическая свобода.

Гипотеза о динамическом возникновении функций Грина наиболее важна при исследовании квантовополевых моделей в реальном четырехмерном пространстве, так как позволяет установить связи между различными зарядами и массами, подлежащие экспериментальной проверке. Рассмотрение двумерной модели было нам нужно только для того, чтобы указать на определенное обоснование предлагаемого динамического механизма. Однако генерация массы у дырочных состояний, которая имеет место в точном решении, не может быть получена в рамках теории возмущений без развития метода учета коллективных возбуждений. Что касается генерации массовых членов исходных частиц $m\bar{\psi}^a\psi^a$ или $m\bar{\psi}^a\gamma_5\psi^a$ в двумерной модели, то она оказывается несовместимой с динамическим возникновением вершинных частей. Это также соответствует результату точного решения о безмассовости исходных фермионов.

В заключение мы благодарим А.Д. Донкова за полезные обсуждения.

Литература

1. Chizhov A.V., Chizhov M.V. Phys. Lett., I983, I25B, p. I90.
2. Чижов М.В. ОИЯИ, Р2-84-I72, Дубна, I984.
3. Lowenstein J.H. Surveys in High Energy Phys., I98I, 2, p.207.
4. Владимиров А.А. ТМФ, I980, 43, p. 2I0.
5. Тютин И.В. Краткие сообщения по физике, I978, № 8, с. 3.

Аадеев Л.В., Чижов М.В. Р2-84-176

Динамическое возникновение взаимодействия в точно решаемой модели

Решение динамических уравнений самосогласованности для кирально-инвариантной модели Гросса-Невё по теории возмущений приводит к асимптотически свободному поведению заряда и связи на константы взаимодействия. Известное точное решение обладает аналогичными свойствами.

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики ОИЯИ.

Препринт Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1984

Перевод авторов

Avdeev L.V., Chizhov M.V. P2-84-176

Dynamical Generation of Interaction in an Exactly Solvable Model

The dynamical generation of interaction in the chiral-invariant Gross-Neveu model leads to an asymptotically free charge behaviour and a correlation between coupling constants. The known exact solution possesses similar properties.

The investigation has been performed at the Laboratory of Theoretical Physics, JINR.

Preprint of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1984