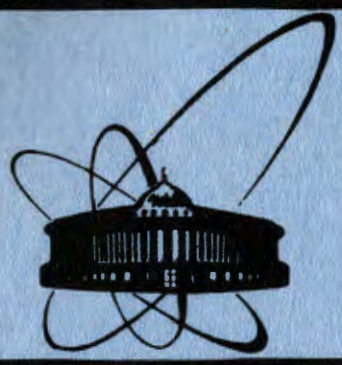


2688/84



**объединенный  
институт  
ядерных  
исследований  
дубна**

**P2-84-144**

**В.А.Бедняков, Ю.П.Иванов**

**ЛЕПТОН-НУКЛОННОЕ РАССЕЙЯНИЕ  
В МОДЕЛИ РЕЛЯТИВИСТСКОГО ОСЦИЛЛЯТОРА**

Направлено в журнал "Ядерная физика"

**1984**

Изучение внутренней структуры нуклона сводится в приближении однофотонного обмена /рис.1/ к выяснению свойств диагонального матричного элемента от произведения токов:

$$W_{\mu\nu}(p, q) = \frac{1}{\pi} \int dx e^{iqx} \langle p | J_{\mu}(x) J_{\nu}(0) | p \rangle = \quad /1/$$

$$= \left( g_{\mu\nu} - \frac{q_{\mu} q_{\nu}}{q^2} \right) W_1 + \left( p_{\mu} - \frac{pq}{q^2} q_{\mu} \right) \left( p_{\nu} - \frac{pq}{q^2} q_{\nu} \right) \frac{W_2}{M^2}.$$

Дифференциальное сечение процесса, изображенного на рис.1, обычно выражают через структурные функции  $F_1 = MW_1$  и  $F_2 = \nu W_2$ :

$$\frac{d\sigma}{dx dQ^2} = \frac{4\pi\alpha^2}{Q^4} \frac{F_2}{x} \left[ 1 - y - \frac{Mxy}{2k_0} + \frac{y^2}{2} \frac{1 + Q^2/\nu^2}{1 + R} \right] \quad /2/$$

где

$$R(x, Q^2) = \frac{\sigma_L}{\sigma_T} = \frac{F_2}{2xF_1} \left( 1 + \frac{Q^2}{\nu^2} \right) - 1. \quad /3/$$

Большинство данных для структурной функции  $F_2(x, Q^2)$  получено при специальном предположении о  $R$  /обычно полагают  $R = 0$ /. Такая ситуация обусловлена трудностями экспериментального определения величины  $R(x, Q^2)$ .

В теоретическом плане наибольший успех в исследовании глубоководноупругой структуры нуклона был достигнут в рамках квантовой хромодинамики. На основе методов ренормализационной группы и вильсоновского разложения билакального оператора произведения токов было получено представление структурных функций в виде твистового ряда. Например, для моментов несинглетной части структурной функции  $F$  можно записать:

$$\int_0^1 d\xi \xi^n F(\xi, Q^2) = \sum_{r=2,4} \left( n \frac{M^2}{Q^2} \right)^{\frac{r-2}{2}} B_{n,k}(Q^2). \quad /4/$$

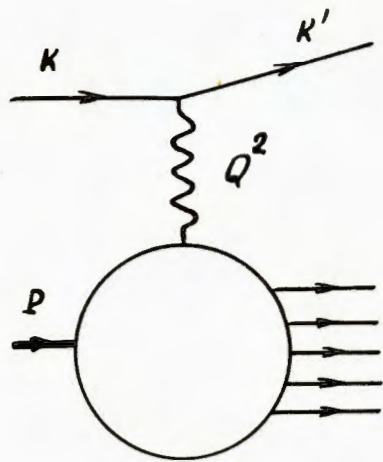


Рис.1. Лептон-нуклонное рассеяние в приближении однофотонного обмена. Здесь  $Q^2 = -q^2 = -(k - k')^2$ ,  $\nu = q_0 = k_0 - k'_0$ ,  $x = Q^2/2M\nu$ ,  $P$ ,  $M$  - импульс и масса нуклона,  $y = (k_0 - k'_0)/k_0 = q_0/k_0$ .

Достаточно хорошо изучен лишь первый член  $r = 2/$  этого ряда, имеющий вероятностную партонную интерпретацию /некогерентное рассеяние падающего лептона на не взаимодействующих партонах/ и соответствующий асимптотике  $Q^2 \rightarrow \infty$ . Эффекты высших твистов

$/r > 2/$ , связанные с взаимодействием партонов друг с другом, имеют характерный энергетический масштаб  $M_0 \sim 1$  ГэВ. Поэтому обычно используемое при сравнении с экспериментом приближение твиста  $r = 2$  более или менее оправдано в области больших  $Q^2 (Q^2 \gg M_0^2)$ . При малых и умеренных  $Q^2/Q^2 \leq 10$  ГэВ<sup>2</sup>/ необходим учет вкладов высших твистов. Этот вопрос в настоящее время широко исследуется <sup>/1,2/</sup>, однако в целом проблема высших твистов пока не решена. Структура твистового ряда, характер  $x$ - и  $Q^2$ -зависимостей его суммы остаются неясными. В этой связи представляется интересным попытаться, не пользуясь операторным разложением, каким-либо разумным способом аппроксимировать нуклонную волновую функцию  $|p\rangle$  и вычислить точно нуклонный матричный элемент  $\langle p | J_\mu(x) J_\nu(0) | p \rangle$ . В настоящей работе нам удалось решить эту задачу - в рамках простых представлений о структуре нуклона точно вычислить указанный матричный элемент и определить характер  $x$ - и  $Q^2$ -зависимостей структурных функций  $F_1(x, Q^2)$ ,  $F_2(x, Q^2)$  и величины  $R(x, Q^2)$ .

Рассмотрим связанную систему, состоящую из трех тождественных частиц. Рассеяние заряженного лептона на такой системе будем описывать как упругое рассеяние на отдельных составляющих этой системы. Считая, что внутреннее движение составляющих определяется волновой функцией  $\phi(\xi, \eta)$ , представим нуклонный тензор в виде

$$W_{\mu\nu}(x, Q^2) = \sum_{i=1}^3 \int W_{\mu\nu}^i(p_i, q) |\phi(\xi, \eta)|^2 d\xi d\eta. \quad /5/$$

Здесь  $\xi$  и  $\eta$  - импульсные переменные относительного движения, связанные с импульсами частиц соотношениями:

$$p_1 = \frac{p}{3} - \frac{\xi}{\sqrt{6}} + \frac{\eta}{\sqrt{2}}, \quad p_2 = \frac{p}{3} + \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \xi, \quad p_3 = \frac{p}{3} - \frac{\xi}{\sqrt{6}} - \frac{\eta}{\sqrt{2}};$$

$p = p_1 + p_2 + p_3$  - импульс всей системы. Тензор рассеяния на составляющих равен:

$$W_{\mu\nu}^i(p_i, q) = (\xi_{\mu\nu} - \frac{q_\mu q_\nu}{q^2}) W_1^i + (p_{i\mu} - \frac{p_i q}{q^2} q_\mu) (p_{i\nu} - \frac{p_i q}{q^2} q_\nu) \frac{W_2^i}{m^2}, \quad /6/$$

где величины  $W_k^i$  для частицы с массой  $m$  выражаются через формфакторы:

$$W_k^i(p_i, q) = C_k^i(q^2) \delta(2p_i q + q^2); \quad /7/$$

$$C_k^i(q^2) = \begin{cases} -\frac{q^2}{2m} G_M^2(q^2) e_i^2, & k = 1 \\ 2m e_i^2 \frac{G_E^2 - G_M^2 \frac{q^2}{4m^2}}{1 - \frac{q^2}{4m^2}}, & k = 2. \end{cases} \quad /8/$$

Здесь  $e_i$  - заряд составляющей. Заметим, что если составляющие рассматривать как точечные частицы /кварки/, то  $G_E = G_M = 1$ .

Проведем вычисления в системе покоя мишени. Полагая  $P = (M, 0)$  и  $q = (q_0, q_1, 0)$ , из /1/ получим:

$$W_1 = -W_{11}, \quad W_2 = \frac{q^2}{2} \left( \frac{q^2}{q_1^2} W_{11} - W_{22} \right). \quad /9/$$

Таким образом, структурные функции  $F_1$  и  $F_2$  определяются только двумя компонентами тензора /1/ -  $W_{11}$  и  $W_{22}$ . Учитывая соотношения /5/-/8/, получим:

$$F_1(x, Q^2) = M \sum_i^3 C_1^i(q^2) \int d\eta d\xi |\phi(\xi, \eta)|^2 \delta(2p_i q + q^2) \quad /10/$$

$$F_2(x, Q^2) = \nu \frac{q^4}{q_1^4} \sum_i^3 C_2^i(q^2) \int d\eta d\xi |\phi(\xi, \eta)|^2 \delta(2p_i q + q^2) \times \left( p_{i0} - \frac{p_i q}{q} q_0 \right)^2. \quad /11/$$

В конкретных расчетах в качестве  $\phi(\xi, \eta)$  воспользуемся волновой функцией релятивистского осцилляторного потенциала <sup>/3/</sup>. Для основного состояния системы из трех частиц в этом потенциале

имеем:

$$|\phi(\xi, \eta)|^2 = \left(\frac{\gamma}{\pi}\right)^4 \exp\left\{\gamma(g_{\mu\nu} - 2\frac{p_\mu p_\nu}{M^2})(\xi_\mu \xi_\nu + \eta_\mu \eta_\nu)\right\}. \quad /12/$$

С учетом этой функции приходим к выражениям:

$$F_1(x, Q^2) = \frac{Nx}{\sqrt{u}} \exp\left\{-\frac{\gamma M^2}{12u}(1-3x)^2\right\}, \quad /13/$$

$$R(x, Q^2) = \frac{vw^2 + t}{u^2} - 1, \quad /14/$$

$$F_2(x, Q^2) = 2xF_1(x, Q^2)v^{-1}, \quad /15/$$

где

$$u = 1 + 2\frac{M^2 x^2}{Q^2}, \quad v = 1 + 4\frac{M^2 x^2}{Q^2}, \quad /16/$$

$$w = 1 + \frac{2xM^2}{3Q^2}, \quad t = \frac{8}{3}\frac{x^2 M^2}{\gamma Q^4} \left(1 + 2\frac{x^2 M^2}{Q^2}\right).$$

Для простоты приведен результат, соответствующий рассмотрению составляющих как точечных частиц, переход к более общему случаю /7/-/8/ очевиден.

Выражения /13/-/16/ содержат два свободных параметра - осцилляционный ( $\gamma$ ) и нормировочный ( $N$ ), связанных с массой кварка. Их значения -  $\gamma = 33,5$  и  $N = 0,7$  были определены нами из сравнения с экспериментальными данными по глубоконеупругому  $e p$ -рассеянию /4/ в области средних и больших значений  $x$  / $x \geq 0,4$ /, где имеет смысл рассмотрение нуклона как системы из трех составляющих. На адекватное описание области малых  $x$  рассчитывать не приходится из-за отсутствия неучитываемого нами синглетного вклада в структурные функции. Последний играет определяющую роль при малых  $x$  и в рамках партонной модели связан с морскими кварками. О характере согласия полученных выражений с экспериментом в области используемых  $x$  можно судить по рис.2 и рис.3.

Таким образом из достаточно простых предположений удается явно получить  $Q^2$ - и  $x$ -зависимости структурных функций, причем последние находятся в согласии с экспериментом. Например, для величины  $R(x, Q^2)$  - не хуже чем модель дикварков /1/ и существенно лучше, чем квантовохромодинамическая партонная модель /5/.

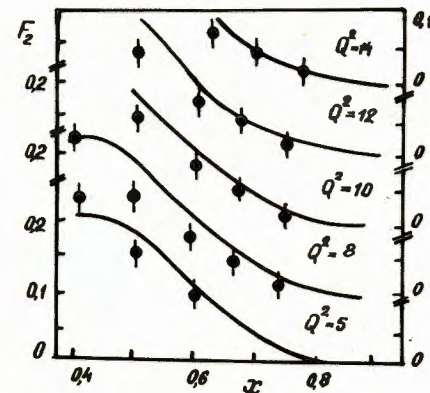
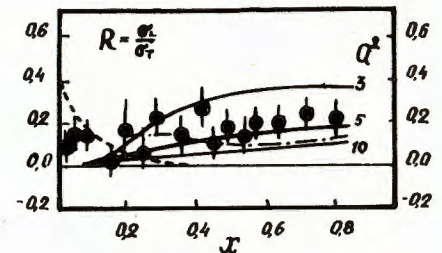


Рис.2. Структурные функции глубоконеупругого  $e p$ -рассеяния в области  $x \geq 0,4$ . Данные из /4/.

Рис.3.  $R = \alpha_L / \sigma_T$  как функция от  $x$ . Данные из /6/ усреднены по интервалу  $1 \leq Q^2 \leq 16$  ГэВ<sup>2</sup>/с<sup>2</sup>. Сплошные кривые - предсказания модели для различных  $Q^2$ , пунктирные - из /5/, штрих-пунктирные - из /1/.



В качестве дальнейшего развития модели можно попытаться учесть эффекты, обусловленные взаимодействием частиц в конечном состоянии, например, сход с массовой поверхности.

Если представить сход частицы с массовой поверхности как "размывание"  $\delta$ -функции /см. /7//, то в соотношении  $\delta(x) = \lim_{a \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{a}}{\pi} \exp(-ax^2)$  надо перейти к конечным  $a$ . В этом случае выражения для структурных функций получатся из /13/-/16/ путем замен:  $u \rightarrow u + 3/4 \gamma x^2 M^2 a^{-1} Q^{-2}$ ;  $v \rightarrow v$ ,  $w \rightarrow w + 1/4 x M^2 \gamma a^{-1} Q^{-2}$ ,  $t \Rightarrow t(1 + \frac{9}{64} \gamma^2 a^{-2} Q^{-4})$  и  $R \rightarrow R + \frac{1}{2aQ^2} (1 + 4M^2 x^2 Q^{-2} + 8M^4 x^4 Q^{-4})$ . Однако реально определенное значение  $a$  оказывается очень велико / $a \geq 10^6$ /, что, по существу, означает отсутствие схода с массовой поверхности в таком подходе.

#### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Рассмотрено глубоконеупругое лептон-нуклонное рассеяние на системе из трех тождественных частиц, запертых релятивистским осцилляционным потенциалом. Рассмотрение проведено в системе покоя мишени. В отличие от вычислений в системе бесконечного импульса ( $P \rightarrow \infty$ ), где все эффекты, энергетический масштаб которых

$M_0 \ll R$ , подавлены, расчет в этой системе позволяет точно учесть влияние массы мишени  $M$  и потенциала запираения  $\gamma$ .

Нами явно найдены выражения для структурных функций  $F_1(x, Q^2)$ ,  $F_2(x, Q^2)$  и величины  $R(x, Q^2)$ . Полученная  $x$ - и  $Q^2$ -зависимость полностью дается формулами /13/-/16/. В рамках выбранного подхода эти выражения являются точной суммой всего твистового ряда для структурных функций. Они могут дать вид характерной  $x$ - и  $Q^2$ -зависимости  $F_1(x, Q^2)$  и  $F_2(x, Q^2)$  /например, в форме устойчивых комбинаций типа /16//.

Заметим, однако, что в выражениях /13/-/16/ не учтены эффекты, связанные с взаимодействием частиц в конечном состоянии.

Авторы выражают глубокую признательность С.А.Бунятову, С.В.Вышенскому, П.С.Исаеву, С.Г.Коваленко за стимулирующие обсуждения и интерес к работе.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Abbot L.F., Atwood W.B., Barnet R.M. Phys.Rev., 1980, D22, p. 582.
2. Devoto A. et al. Phys.Rev., 1983, D27, p. 508; Eisele F. et al. Phys.Rev., 1982, D26, p. 41; Ellis R.K., Furmanski W., Petronzio R. CERN, TH.3254, Geneva, 1983. Jaffe R.L., Soldat M. Phys.Rev., 1982, D26, p. 49; Shuryak E.V., Wainshtein A.I. Nucl.Phys., 1982, B201, p. 141; Бедняков В.А. и др. ОИЯИ, P2-83-507, Дубна, 1983.
3. Kizukuri Y., Namiki M., Okano K. Progr.Theor.Phys., 1979, 61, p. 559; Han D., Kim Y.S. Progr.Theor.Phys., 1980, 64, p.1852; Kobayashi T., Yamazaki N. Progr.Theor.Phys., 1981, 65, p. 282.
4. Bodek A. et al. Phys.Rev., 1979, D20, p. 1471.
5. Altarelli G., Martinelli G. Phys.Lett., 1978, 76B, p. 89.
6. Mestayer M.D. SLAC Report No 214, 1978. Abramowicz et al. CERN Preprint EP/81-50, 1981. Wahlen H. Preprint Wuppertal, WUB81-15, 1981.

Рукопись поступила в издательский отдел  
5 марта 1984 года.

#### НЕТ ЛИ ПРОБЕЛОВ В ВАШЕЙ БИБЛИОТЕКЕ?

Вы можете получить по почте перечисленные ниже книги, если они не были заказаны ранее.

	Труды VI Всесоюзного совещания по ускорителям заряженных частиц. Дубна, 1978 /2 тома/	7 р. 40 к.
	Труды VII Всесоюзного совещания по ускорителям заряженных частиц, Дубна, 1980 /2 тома/	8 р. 00 к.
D11-80-13	Труды рабочего совещания по системам и методам аналитических вычислений на ЭВМ и их применению в теоретической физике, Дубна, 1979	3 р. 50 к.
D4-80-271	Труды Международной конференции по проблемам нескольких тел в ядерной физике. Дубна, 1979.	3 р. 00 к.
D4-80-385	Труды Международной школы по структуре ядра. Алушта, 1980.	5 р. 00 к.
D2-81-543	Труды VI Международного совещания по проблемам квантовой теории поля. Алушта, 1981	2 р. 50 к.
D10,11-81-622	Труды Международного совещания по проблемам математического моделирования в ядерно-физических исследованиях. Дубна, 1980	2 р. 50 к.
D1,2-81-728	Труды VI Международного семинара по проблемам физики высоких энергий. Дубна, 1981.	3 р. 60 к.
D17-81-758	Труды II Международного симпозиума по избранным проблемам статистической механики. Дубна, 1981.	5 р. 40 к.
D1,2-82-27	Труды Международного симпозиума по поляризационным явлениям в физике высоких энергий. Дубна, 1981.	3 р. 20 к.
P18-82-117	Труды IV совещания по использованию новых ядерно-физических методов для решения научно-технических и народнохозяйственных задач. Дубна, 1981.	3 р. 80 к.
D2-82-568	Труды совещания по исследованиям в области релятивистской ядерной физики. Дубна, 1982.	1 р. 75 к.
D9-82-664	Труды совещания по коллективным методам ускорения. Дубна, 1982.	3 р. 30 к.
D3,4-82-704	Труды IV Международной школы по нейтронной физике. Дубна, 1982.	5 р. 00 к.
D2,4-83-179	Труды XV Международной школы молодых ученых по физике высоких энергий. Дубна, 1982.	4 р. 80 к.
	Труды УШ Всесоюзного совещания по ускорителям заряженных частиц. Протвино, 1982 /2 тома/	11 р. 40 к.
D11-83-511	Труды совещания по системам и методам аналитических вычислений на ЭВМ и их применению в теоретической физике. Дубна, 1982.	2 р. 50 к.
D7-83-644	Труды Международной школы-семинара по физике тяжелых ионов. Алушта, 1983.	6 р. 55 к.
D2,13-83-689	Труды рабочего совещания по проблемам излучения и детектирования гравитационных волн. Дубна, 1983.	2 р. 00 к.

Заказы на упомянутые книги могут быть направлены по адресу:  
101000 Москва, Главпочтамт, п/я 79  
Издательский отдел Объединенного института ядерных исследований

**ТЕМАТИЧЕСКИЕ КАТЕГОРИИ ПУБЛИКАЦИЙ  
ОБЪЕДИНЕННОГО ИНСТИТУТА ЯДЕРНЫХ  
ИССЛЕДОВАНИЙ**

Индекс	Тематика
1.	Экспериментальная физика высоких энергий
2.	Теоретическая физика высоких энергий
3.	Экспериментальная нейтронная физика
4.	Теоретическая физика низких энергий
5.	Математика
6.	Ядерная спектроскопия и радиохимия
7.	Физика тяжелых ионов
8.	Криогеника
9.	Ускорители
10.	Автоматизация обработки экспериментальных данных
11.	Вычислительная математика и техника
12.	Химия
13.	Техника физического эксперимента
14.	Исследования твердых тел и жидкостей ядерными методами
15.	Экспериментальная физика ядерных реакций при низких энергиях
16.	Дозиметрия и физика защиты
17.	Теория конденсированного состояния
18.	Использование результатов и методов фундаментальных физических исследований в смежных областях науки и техники
19.	Биофизика

Бедняков В.А., Иванов Ю.П.

P2-84-144

Лептон-нуклонное рассеяние в модели релятивистского осциллятора

Рассмотрено рассеяние заряженных лептонов на системе из трех кварков, запертых релятивистским осцилляторным потенциалом. Вычисления проведены в системе покоя мишени, что позволило явно получить  $x$ - и  $Q^2$ -зависимости структурных функций нуклона  $F_1(x, Q^2)$ ,  $F_2(x, Q^2)$  и величины  $R = \alpha_L / \sigma_T$  в области умеренных значений  $Q^2$ .

Работа выполнена в Лаборатории ядерных проблем ОИЯИ.

Препринт Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1984

Перевод М.И.Потапова

Bednyakov V.A., Ivanov Yu.P.

P2-84-144

Lepton-Nucleon Scattering in the Relativistic Oscillator Model

Scattering of charged leptons on the system of three quarks locked by the relativistic oscillator potential is considered. Calculations are made in the target-at-rest system which allowed to obtain explicitly  $x$  and  $Q^2$  dependences of the nucleon structure functions  $F_1(x, Q^2)$ ,  $F_2(x, Q^2)$  and values  $R = \alpha_L / \sigma_T$  in the region of moderate  $Q^2$ .

The investigation has been performed at the Laboratory of Nuclear Physics, JINR.

Preprint of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1984