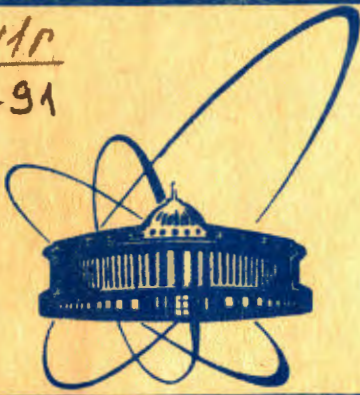


СЗУ 15

СЗУ 15
Б-91



сообщения
объединенного
института
ядерных
исследований
дубна

2421/84

P2-84-114

Г.Г.Бунатян

ИССЛЕДОВАНИЕ СВОЙСТВ
ПИОННЫХ ВОЗБУЖДЕНИЙ
В ЯДЕРНОМ ВЕЩЕСТВЕ
ДЛЯ РАЗЛИЧНОГО ЭФФЕКТИВНОГО
 $\pi\pi$ -ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ

1984

I. ВВЕДЕНИЕ

Столкновения тяжелых ядер высокой энергии приводят к существенному уплотнению ядерного вещества^{/1,2/}, вследствие чего возможна его близость к π -конденсатной неустойчивости^{/3/}. Термодинамические свойства пионных возбуждений в такой системе мы описываем подобно тому, как это делалось в^{/4-7/} для бозе-возбуждений в конденсированных средах. Получаемые результаты, где это возможно, будем сравнивать с содержащимися в^{/8-10/}. Плотность ρ_π и энтропию S пионных возбуждений можно выразить через исследованные нами ранее в^{/11-16/} функцию Грина $\mathcal{D}(\rho, T)$ и поляризационный оператор пиона $\Pi(\rho, T)$, затем преобразовать ρ_π и S при $\rho = \rho_c(T)$, вблизи π -конденсатной неустойчивости, т.е. для мягкой пионной моды, выразив их через параметры, вводимые для описания $\Pi(\omega, \vec{k}, \rho, T)$, $\mathcal{D}^{-1}(\omega, \vec{k}, \rho, T)$ в этих условиях. Это было сделано в предыдущей работе^{/17/}. В данной работе на основе^{/17/} мы вычисляем $\rho_\pi(\rho, T)$, $S(\rho, T)$, $C_V(\rho, T)$ как для невзаимодействующих пионных возбуждений, так и в различных предположениях о виде эффективного $\pi\pi$ -взаимодействия, и обсуждаем полученные результаты. Данная работа - непосредственное продолжение^{/17/}. Ссылаясь далее в тексте на формулы из^{/17/}, мы перед номером формулы ставим цифру I и точку. Например, ссылка на формулу /10/ из^{/17/} выглядит так: /I.10/.

II. РАСЧЕТЫ ПРИ $\Pi^\pi = 0$

Прежде всего, найдем ρ_π , S , C_V , полагая в /I.10/ $\Pi^\pi = 0$, т.е. не учитывая в поляризационном операторе пиона всех эффектов, нелинейных по пионному полю. Входящие в аппроксимацию /I.10/

величины $\rho_c(T)$, $k_0(T)$ и т.д. зависят от свойств частиц в ядерной среде^{14, 15}. Для описания $\rho_c(T)$ используем кривую 2 на рис. 4 из¹⁵, полученную в достаточно реалистических предположениях. При малых $T \leq 0,3$ $\rho_c(T)$ растет очень медленно, $\rho_c(T) = \rho_c(0) + \rho_2 T^2$, $\rho_2 \ll 1$, $\rho_c(0) = 1,51$; при больших T $\rho_c(T)$ растет приблизительно линейно и гораздо быстрее, чем при малых. Из расчетов, проведенных согласно¹⁵, для остальных величин, в /I.10/ получаем при $T \leq 1$, $|\rho - \rho_c(T)| \leq \rho_c(0)$ оценки

$$c = 1,1, \quad k_c^2 = 3, \quad \kappa = 1,3, \quad \gamma = 0,8, \quad \alpha = 1,6 - 0,6 \cdot T, \quad \beta = 0,5 + 0,3 \cdot T. \quad /1/$$

S и ρ_π находим, подставляя /1/ в /I.12/-/17/. Используя эти формулы, следует иметь в виду, что они пригодны лишь при выполнении тех условий, при которых были получены: либо $1 \gg \omega_0^2 \gg T$, либо $\omega_0^2 \ll T$. На рис. 1 и 2 приведены результаты таких расчетов энтропии S , теплоемкости C_V и отношения плотности пионных возбуждений к плотности барионов $R = \rho_\pi / \rho$. Увеличение ρ при данном T приближает систему к неустойчивости, ω_0^2 уменьшается, что и ведет к росту R , как это видно из рис. 1. При $T \leq 0,2$ зависимость $\rho_c(T)$ очень слабая, $\omega_0^2(T)$ почти постоянная, поэтому R , согласно /I.15/, быстро растет с ростом T /см. рис. 2/. Но для $T \geq 0,3$ увеличение T ведет при заданном ρ к существенному увеличению ω_0^2 , т.к. $\rho_c(T)$ растет с ростом T достаточно быстро, система удаляется от неустойчивости, R уменьшается. Такое явление хорошо известно в физике конденсированных сред: плотность возбуждений с мягкой модой возрастает вблизи ρ_c , T_c . При дальнейшем росте T наше R , конечно, снова возрастает.

Совершенно иное вычисление R проводилось в⁹. Прежде всего, в⁹ без каких-либо обоснований опущена $\text{Im}\Pi$ при всех T , ρ , ξ , \vec{k} . Это неверно даже при $T = 0$, т.к. $\text{Im}\Pi(\xi, \vec{k}, \rho, 0)$ не мала при $\xi \sim 0$, $\vec{k} \sim \vec{k}_0$. Тем более это ошибочно для $T \neq 0$, когда $\text{Im}\Pi \neq 0$ для всех $\xi \leq 3$, $\vec{k} \leq 10^{15}$. Вычисление $\text{Re}\Pi$ в⁹ также существенно отличается от нашего. Принципиальное отличие⁹ от нашей работы состоит и в полном пренебрежении в⁹ зависимостью Π от T ,

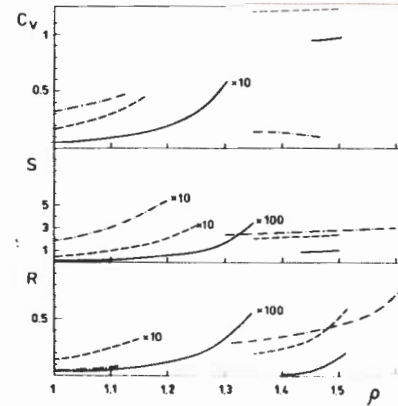
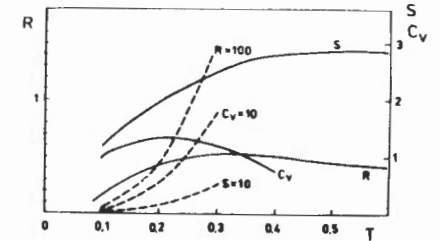


Рис. 1. При $\Pi^\pi = 0$ зависимость R , S , C_V от ρ для различных T . Сплошные кривые - $T = 0, 1$; штрихованные - $T = 0, 3$; штрих-пунктирные - $T = 0, 5$. Кривые в правой части рисунка получены для $\omega_0^2 \ll T$ по формулам /I.13/, /I.17/, в левой $T \ll \omega_0^2 \ll 1$ по /I.12/, /I.15/.

Рис. 2. При $\Pi^\pi = 0$ зависимость R , S , C_V от T для различных ρ . Сплошные кривые получены при $\rho = 1,5$ для $\omega_0^2 \ll T$ по формулам /I.13/, /I.17/, а штрихованные - при $\rho = 1,0$ для $T \ll \omega_0^2 \ll 1$ по формулам /I.12/, /I.15/.



что заведомо неверно для $T \geq 0,2$. Опустив везде $\text{Im}\Pi$, автор⁹ ошибочно отождествляет изучаемые пионные квазивозбуждения в ядерном веществе с реальными π -мезонами, наблюдаемыми на опыте в столкновениях тяжелых ядер.

Как видно из рис. 1, 2, энтропия пионных возбуждений при $T \ll \omega_0^2 \ll 1$ мала, но быстро растет с ростом ρ и T . Затем рост S замедляется и для $\omega_0^2 \ll T \leq 0,5$, хотя S уже велика, но меняется медленно с увеличением ρ , T , тем более, что при заданном ρ с ростом T ω_0^2 растет из-за роста $\rho_c(T)$. В соответствии с таким поведением S , теплоемкость C_V вначале растет, а затем, при больших ρ , T становится постоянной или даже может несколько уменьшаться с ростом ρ , T . При больших $T \sim 1$ все величины, конечно, должны расти достаточно быстро, но для $T > 0,5$ и рассматриваемых $\rho \sim \rho_c(0)$ из-за роста $\rho_c(T)$ получается $\omega_0^2(T) \geq 1$, и наши формулы непригодны.

Разумеется, недостаточно провести расчеты с $\Pi^\pi = 0$, т.к. в них не учтены очень важные при $\rho \sim \rho_c(T)$ нелинейные по пионному полю

эффекты в Π , приводящие к появлению Π^π . Включение Π^π существенно, как видно из следующих разделов.

III. СИСТЕМА С ЭФФЕКТИВНЫМ ОТТАЛКИВАНИЕМ ПИОНОВ

При вычислении $\Pi(\rho, T)$, $\rho = \rho_c(T)$ необходимо учитывать эффекты, нелинейные по пионному полю. Для этого в лагранжиан системы включается эффективное $\pi\pi$ -взаимодействие $\hat{\mathcal{L}}_{\pi\pi}$, см. /11-13/. Свойства системы с простейшим взаимодействием

$$\hat{\mathcal{L}}_{\pi\pi} = -\frac{1}{4}\Lambda(\vec{\pi})^4 \quad /2/$$

при $\Lambda > 0$ подробно исследовались в /11-13/ при различных ρ, T . Если в /I.1/ можно пренебречь $\Pi^{3\pi}$, то простые алгебраические уравнения для $\vec{\omega}(\rho, T)$ или $\Pi^{1\pi}(\rho, T)$

$$\Pi^{1\pi} = \frac{5\Lambda k_0^2 T}{2\pi\sqrt{y}\vec{\omega}} \left(\frac{\pi\beta T}{6\vec{\omega}^2}\right)^x + 5\Lambda A - 5\Lambda B\vec{\omega}, \quad \vec{\omega}^2 = \omega_0^2 + \Pi^{1\pi}, \quad /3/$$

$$A = 0,25, B = 0,9$$

получаются для $T < 1$, $\vec{\omega}^2 \ll 2\pi T\beta$ ($x=0$) или для $T \ll \vec{\omega}^2 \ll 1$ ($x=1$), т.е. в тех же приближениях, что и формулы /I.11-I.17/ для S и ρ_π . Возможность пренебрежения $\Pi^{3\pi}$ исследовалась в /11-13/, и в этой работе мы всюду далее принимаем, что для рассматриваемых Λ, ρ, T такое пренебрежение допустимо, по крайней мере не искажает физической картины вблизи π -конденсатной неустойчивости. Из /3/ в обоих случаях, $x=0$ и $x=1$, находим $\vec{\omega}(\rho, T)$ и с ним вычисляем ρ_π, S согласно /I.11-I.17/. Если для данных Λ, ρ, T из /3/ с $x=0$ получается $\vec{\omega}^2 < T < 1$, то R, S, C_V вычисляем по формулам /I.13, I.17/, а если с $x=1$ получилось $T < \vec{\omega}^2 < 1$, то R, S, C_V находим согласно /I.12, I.15/. В промежуточном случае, $\vec{\omega}^2 \approx T$, или при $\vec{\omega}^2 \geq 1$, наши формулы непригодны. Мы рассматриваем лишь $\Lambda < 0,5$ и $\rho \leq 2\rho_c(0)$, т.к. для таких Λ, ρ можно, согласно /11-13/, не учитывать $\Pi^{3\pi}$.

Как видно из рис.3,4, R растет с ростом ρ медленнее, чем при $\Pi^\pi = 0$, что связано с зависимостью $\vec{\omega}(\rho)$ от ρ : включение эффек-

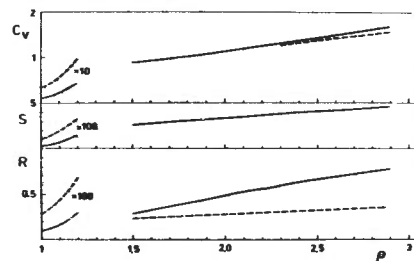


Рис.3. Для отталкивательного $\pi\pi$ -взаимодействия, $\Lambda > 0$ в /2/, зависимость R, S, C_V от ρ при различных $T, \Lambda > 0$. Сплошные кривые соответствуют $\Lambda = 0,1$, а штрихованные - $\Lambda = 0,3$. Кривые в левой части рисунка, $1 \gg \vec{\omega}^2 \gg T$, получены по формулам /I.12/, /I.15/ для $T = 0,1$, а в правой $\vec{\omega}^2 \ll T$, - по /I.13/, /I.17/ для $T = 0,4$.

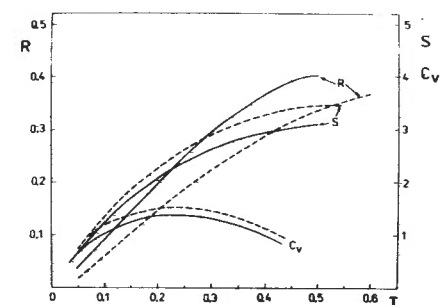


Рис.4. Для отталкивательного взаимодействия, $\Lambda > 0$ в /2/, зависимость R, S, C_V от T при различных ρ и $\Lambda > 0$. Сплошные кривые соответствуют $\Lambda = 0,1, \rho = 1,7$, а штрихованные - $\Lambda = 0,3, \rho = 2$. Все расчеты - для $\vec{\omega}^2 \ll T$ по формулам /I.13/, /I.17/.

тивного $\pi\pi$ -отталкивания отодвигает неустойчивость /11-13/. Зависимость $R(T)$ по той же причине становится монотонной, хотя при больших T рост $R(T)$ и замедляется. Подобно R , ведет себя и S , вследствие чего $C_V(\rho, T)$ при малых $T < 0,3$ растет, а при $T > 0,3$ может и несколько уменьшаться. При дальнейшем росте $T > 0,5$, разумеется, все величины R, S, C_V должны расти достаточно быстро, но такие большие T , так и в случае $\Pi^\pi = 0$, мы рассматривать не можем, т.к. рост $\rho_c(T)$ при больших T для $\rho \leq 2\rho(0)$ приводит к $\vec{\omega}^2 \geq 1$, и наши формулы становятся непригодными. Из рис.3 видно, что при малых $T \ll \vec{\omega}^2 < 1$ увеличение Λ при данных ρ, T ведет к росту R, S, C_V , что объясняется наличием в /3/ члена $5\Lambda(A - B\vec{\omega})$. В более интересном случае больших $T \gg \vec{\omega}^2$ этот член гораздо меньше основного $-\Lambda T\vec{\omega}^{-2}$, и все величины уменьшаются с ростом $\Lambda > 0$.

Иная физическая картина получается для эффективного $\pi\pi$ -притяжения, $\Lambda < 0$ в /2/, когда учет Π^π может не отодвигать, а приближать неустойчивость при $T \gg \vec{\omega}^2$.

IV. СИСТЕМА С ЭФФЕКТИВНЫМ $\pi\pi$ -ПРИТЯЖЕНИЕМ

1. В отличие от прежних работ^{/11-13/}, исследуем теперь при различных ρ, T систему с $\Lambda = -\Lambda_1 < 1$ в /2/, т.е. с простейшим $\pi\pi$ -притяжением. В /3/ Λ заменяется на $-\Lambda_1, \Lambda_1 > 0$. При $T = 0$ из /3/ получаем

$$\sqrt{\tilde{\omega}_{\pm}^2} = \frac{5}{2}\Lambda_1 B \pm \sqrt{\frac{25}{4}\Lambda_1^2 B^2 + \tilde{\omega}_0^2}, \quad \tilde{\omega}_0^2 = \omega_0^2 - 5\Lambda_1 A. \quad /4/$$

Для ρ, Λ_1 таких, что $\tilde{\omega}_0^2 \geq 0$, возможно, очевидно, лишь одно решение ω_+^2 . Для $\rho > \rho_{\max}$, соответствующих $\tilde{\omega}_0^2 < \tilde{\omega}_{0m}^2 = -\frac{25}{4}\Lambda_1^2 B^2$, решений нет, что должно означать заведомую неустойчивость такого состояния. При $-\frac{25}{4}\Lambda_1^2 B^2 < \tilde{\omega}_0^2 < 0$ формально есть два решения $\tilde{\omega}$, но меньшее из них растет с убыванием $\tilde{\omega}_0^2$, т.е. с ростом ρ . Это соответствует приближению системы к неустойчивости с уменьшением ρ , что физически неразумно. Эти малые $\sqrt{\tilde{\omega}_-^2} < \tilde{\omega}_m = \frac{5}{2}\Lambda_1 B$ появились вследствие пренебрежения $\Pi^{3\pi}$ в /I.1/, что уже нельзя считать обоснованным для малых $\tilde{\omega} \leq \tilde{\omega} = \frac{5}{2}\Lambda_1 B$. Это становится еще более очевидным при исследовании системы при $T \neq 0$.

2. Как нетрудно убедиться из /3/, при $T \neq 0$ всегда существует такое $\rho_{\max}(\Lambda, T)$, что для $\rho < \rho_{\max}(\Lambda, T)$ /3/ имеет формально два решения $\tilde{\omega}_{\pm}$, совпадающие при $\rho = \rho_{\max}$: $\tilde{\omega}_- = \tilde{\omega}_+ = \omega_m(\rho_{\max})$, а для $\rho > \rho_{\max}$ решений нет, что должно означать заведомую неустойчивость ядерного вещества при таких Λ, ρ, T ; ρ_{\max} , т.е. $\tilde{\omega}_{0m}(\Lambda, T)$ определяется, очевидно, из /3/ и условия $d\tilde{\omega}/d\tilde{\omega} = 0$. При малых $T \ll \tilde{\omega}^2 \ll 1, x=1$ в /3/, имеем $\tilde{\omega}_+^2(T) \sim \tilde{\omega}_+^2(0)$ и $\rho_{\max}(T) < \rho_{\max}(0)$, $\tilde{\omega}_{0m}(T) > \tilde{\omega}_{0m}(0)$, т.е. в этом случае система становится заведомо неустойчивой при меньшей плотности, чем при $T = 0$. При этом $\tilde{\omega}_+(T) < \tilde{\omega}_+(0)$, а $\tilde{\omega}_-(T) > \tilde{\omega}_-(0)$ и в отличие от $T = 0$ малые решения $\tilde{\omega}_-^2(T) < \tilde{\omega}_m^2 < 1$ есть не только для $\tilde{\omega}_0^2 < 0$, но и для $\tilde{\omega}_0^2 > 0$.

Наши формулы применимы при $T \ll \tilde{\omega}^2 \ll 1$, из чего следуют требования: $T^2 - 5\Lambda_1 B \ll \tilde{\omega}_0^2$ и $-5\Lambda_1 B + 1 \gg \tilde{\omega}_0^2$, и мы, во всяком случае, не имеем права рассматривать $\tilde{\omega}_0^2 \geq 1$. Но, с другой стороны,

$\tilde{\omega}_0 > \tilde{\omega}_{0m}(T)$ и оказывается, что мы можем определять $\tilde{\omega}$ из /3/ лишь при малых $\Lambda_1 \leq 0,1$ и $\rho \sim \rho_{\max}(\Lambda, T)$, а для других ρ, Λ, T наше приближение неприменимо.

Примеры расчетов $\tilde{\omega}(\Lambda, T)$ представлены на рис.5 сплошной и штрихованной кривыми.

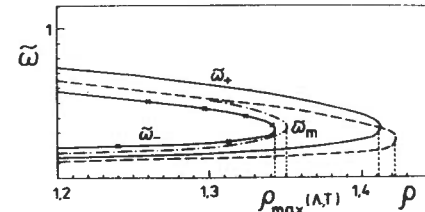


Рис.5. Зависимость $\tilde{\omega}$ от ρ при различных T, Λ для $\pi\pi$ -притяжения, $\Lambda < 0$ в /2/, и взаимодействия /11/. Для притяжения: сплошная кривая - $\Lambda = -0,1, T = 0,1$, штрихованная - $\Lambda = -0,05, T = 0,1$ получены для $1 \gg \tilde{\omega}^2 \gg T$, т.е. из /3/ с $x = 1$. Штрих-пунктирная - $\Lambda = -0,05$

$T = 0,45$ - для $\tilde{\omega}^2 \ll 2\pi T B$, т.е. из /3/ с $x = 0$. Для взаимодействия /11/: кривая с крестиками - $\Lambda = 0,03, T = 0,4$. В каждом случае $\tilde{\omega} = \tilde{\omega}_m$ при максимально возможной $\rho = \rho_{\max}$; $\tilde{\omega}_- \leq \tilde{\omega}_m \leq \tilde{\omega}_+$.

3. При $2\pi T B \gg \tilde{\omega}_0^2$, опуская $5\Lambda B \tilde{\omega}$, находим из /3/ оценку для минимального

$$\tilde{\omega}_{0m}^2 = 3 \left(\frac{5\Lambda_1 k_0^2 T}{4\pi \sqrt{\gamma}} \right)^{3/2}, \quad \text{с } (\rho_c(T) - \rho_{\max}(T, \Lambda)) = \tilde{\omega}_{0m}^2 + 5\Lambda_1 A, \quad /5/$$

чему соответствует

$$\tilde{\omega}_m^2 = \tilde{\omega}_{0m}^2 / 3. \quad /6/$$

Из двух решений /3/, существующих формально для $\rho < \rho_{\max}(\Lambda, T)$ /см. рис.5/ большее, $\tilde{\omega}_+ > \tilde{\omega}_m$, с уменьшением ρ , т.е. с увеличением $\tilde{\omega}_0$, растет, и при больших $\tilde{\omega}_0$ имеем $\tilde{\omega}_+ \sim \tilde{\omega}_0$, что физически понятно: при малых ρ , далеких от $\rho_c(T)$, нелинейные эффекты большой роли не играют, и $\tilde{\omega} \sim \tilde{\omega}_0$. Второе, меньшее решение $\tilde{\omega}_- < \tilde{\omega}_m$, наоборот, с ростом $\tilde{\omega}_0$ уменьшается, для больших $\tilde{\omega}_0$, т.е. малых ρ , имеем

$$\tilde{\omega}_- = 2\pi \sqrt{\gamma} / 5\Lambda_1 T \omega_0^2 \rightarrow 0. \quad /7/$$

Это означало бы, что не увеличение $\rho > \rho_0$, а уменьшение плотности приближает ядерное вещество к π -конденсатной неустойчивости, 7

что физически неразумно и во всяком случае на опыте определенно не наблюдается. Поэтому физический смысл может иметь лишь $\bar{\omega}_+$.

К такому же выводу приходим, исследуя зависимость решений /3/ от Λ_1 . При заданных T, ρ /3/ не имеет решений для $\Lambda_1 > \Lambda_m$ - $\frac{4\pi\sqrt{\gamma}\bar{\omega}_0^3}{15\sqrt{3}k_0^2T} - \omega_0^3/8T \ll 1$, а для $\Lambda_1 < \Lambda_m$ имеет прежние два решения $\bar{\omega}_\pm$, совпадающие $\bar{\omega}_+ = \bar{\omega}'_+ = \bar{\omega}'_- = \bar{\omega}'_m$ при Λ_m . При $\Lambda_1 \rightarrow +0$

$$\bar{\omega}'_+ \rightarrow \omega_0 - \Lambda_1 \frac{5k_0^2T}{4\pi\sqrt{\gamma}\omega_0^2} \rightarrow \omega_0, \quad \bar{\omega}'_- \rightarrow \Lambda_1 \frac{5k_0^2T}{2\pi\sqrt{\gamma}\omega_0^2} \rightarrow 0, \quad /8/$$

т.е. при выключении $\pi\pi$ -взаимодействия $\bar{\omega}'_+$ переходит, как и следует, в ω_0 , а $\bar{\omega}'_-$ обратилось бы в нуль, что, очевидно, физически бессмысленно.

4. Появление таких нефизических решений $\bar{\omega}_-$ при различных T, ρ, Λ связано с пренебрежением $\Pi^{3\pi}(\rho, T)$ в Π^π в /I.1/ в тех случаях, когда это незаконно, например, при совсем малых $\bar{\omega}^2, T \neq 0$. Учет $\Pi^{3\pi}$ принципиально меняет вид /3/ при $\bar{\omega} \rightarrow 0$. Действительно, для больших $T \gg \bar{\omega}^2 \gg 1$ согласно /11-13/

$$\Pi^{3\pi} \approx - \frac{T^2 \Lambda \bar{\Lambda}(\bar{\omega})}{\bar{\omega}^3}, \quad /9/$$

и полная амплитуда $\pi\pi$ -рассеяния в среде $\bar{\Lambda}$ при малых $\bar{\omega} \rightarrow 0$ имеет знак, противоположный знаку исходной амплитуды Λ в /2/, см. /18,13/. Поэтому при достаточно малых $\bar{\omega} \rightarrow 0$ получается $\Pi^{3\pi} > 0$, т.е. в среде появляется эффективное отталкивание пионных возбуждений $\Pi^{3\pi} \approx T^2 \Lambda^2 \bar{\omega}^{-3} > |\Pi^{1\pi}|$. Такое $\Pi^{3\pi}$ присутствует в правой части уравнения /3/, и поэтому /3/ не имеет решений $\bar{\omega} \approx 0$ при больших $\bar{\omega}_0$, или решений $\bar{\omega}'_0 \approx 0$ при $\Lambda_1 \rightarrow +0$.

Можно убедиться /13/, что и при малых $T \ll \bar{\omega}^2 \ll 1$ учет $\Pi^{3\pi}$ ведет к такому переопределению величин A, B в /3/, что решения $\bar{\omega}_- < \bar{\omega}_m$ невозможны. В любом случае нельзя искать малые $\bar{\omega}^2 \leq \bar{\omega}_m^3$ решения без учета $\Pi^{3\pi}$. Отсюда ясно, что при $\Lambda < 0$ мы можем приближенно описать только $\bar{\omega} > \bar{\omega}_m$, т.е. можем описать свой-

ства пионного поля в среде с $\rho < \rho_{\max}(\Lambda, T), \bar{\omega}_0 > \bar{\omega}_{0m}(\Lambda, T)$, что и делается в этой работе.

При исследовании π -конденсации, определении $\bar{\rho}_c(T), T_c(\rho)$, в системе с эффективным притяжением, $\Lambda < 0$ /2/, $\Pi^{3\pi}$ опускать нельзя. Разумеется, обсуждаемая здесь ρ_{\max} отнюдь не есть критическая плотность $\bar{\rho}_c(T)$ фазового перехода изотропного ядерного вещества в неоднородное со средним пионным полем $\langle \vec{\pi} \rangle = \vec{\phi} \neq 0$. $\bar{\rho}_c(T)$ определяется тем, что для $\rho > \bar{\rho}_c(T)$ появление $\vec{\phi} \neq 0$ приводит к уменьшению полного термодинамического потенциала системы $\Delta\Omega(\vec{\phi}) \leq 0$, см. /11-13/.

Интересно отметить, что при исследовании неустойчивости в системе ротонных, взаимодействующих по закону $-\lambda\phi^3$ при $T=0$, в /19/ для щели в спектре ротонных было получено уравнение, аналогичное /3/ при $A=B=0$ и $x=0$, т.е. при большой $T, T2\pi\beta \gg \bar{\omega}^2$. В нашей работе и в /19/ изучаются совершенно различные системы и в различных условиях, но в обоих случаях появление, хотя и по совершенно различным причинам, эффективного притяжения между возбуждениями способствует сходным образом развитию неустойчивости в системе.

5. Мы рассматриваем лишь $\rho < \rho_{\max}, \bar{\omega} > \bar{\omega}_m$, но, с другой стороны, уравнение /3/ с $x=0$ применимо лишь для $\bar{\omega}^2 \ll 2\pi T\beta, \bar{\omega}^2 \ll 1$, так что по крайней мере должны выполняться условия

$$T \gg \frac{\Lambda_1^2}{(2\pi\gamma)^3} \left(\frac{5k_0^2}{4\pi\sqrt{\gamma}} \right)^2 \approx 0,1\Lambda_1^2, \quad T\Lambda_1 \ll \frac{4\pi\sqrt{\gamma}}{5k_0^2} \approx 0,5. \quad /10/$$

Получается, что можно вычислять $\bar{\omega}(\rho, T, \Lambda)$ из /3/ лишь при $\rho \approx \rho_{\max}$ и малых $\Lambda \leq 0,1$. Результаты такого расчета изображены на рис.5 штрих-пунктирной кривой. Характерным свойством всех решений $\bar{\omega}$, представленных на рис.5, является их очень быстрое изменение с изменением $\rho: \bar{\omega}$ меняется от $\bar{\omega}_+ \approx \bar{\omega}_0$ /или от $\bar{\omega}_- \approx 0$ / до $\bar{\omega}_m$ при изменении ρ всего на $-0,1 \div 0,2$. Поскольку $\bar{\omega}(\Lambda, \rho, T)$ мы можем найти лишь непосредственно при $\rho \approx \rho_{\max}(\Lambda, \rho, T)$, вели-

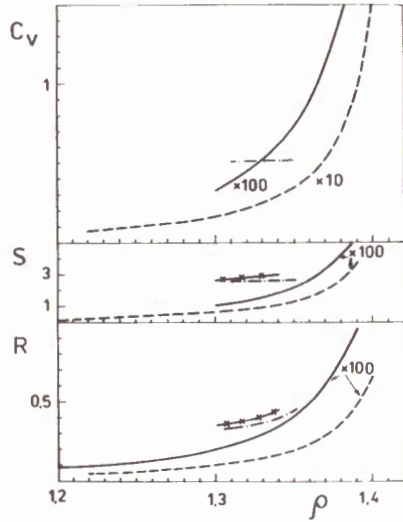
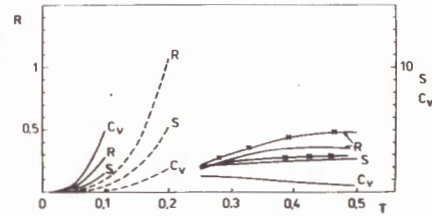


Рис.6. Для $\pi\pi$ притяжения, $\Lambda < 0$ в /2/, и взаимодействия /11/ зависимость R, S, C_V от ρ для различных Λ, T . Для притяжения: штрихованные кривые - $\Lambda = -0,1, T = 0,1$ и сплошные - $\Lambda = -0,05, T = 0,1$ получены для $1 \gg \bar{\omega}^2 \gg T$ по формулам /I.12/, /I.15/. Штрихпунктирные - $\Lambda = -0,05, T = 0,45$ получены для $\omega^2 \ll T$ по формулам /I.13/, /I.17/. Для взаимодействия /11/: кривые с крестиками - $T = 0,4, \Lambda = 0,03$.

Рис.7. Для $\pi\pi$ -притяжения, $\Lambda < 0$ в /2/, и взаимодействия /11/ зависимость R, S, C_V от T для различных ρ, Λ . Для притяжения: сплошные кривые - $\Lambda = -0,05, \rho = 1,33$ и штрихованные - $\Lambda = -0,1, \rho = 1,3$. Кривые в правой части рисунка, $\bar{\omega}^2 \ll T$, получены по формулам /I.13/, /I.17/, а в левой, $1 \gg \bar{\omega}^2 \gg T$, по /I.12/, /I.15/; при этом в левой части рисунка все кривые умножены на 100, а штрихованная кривая для C_V - на 10. Для взаимодействия /11/: кривая с крестиками - $\Lambda = 0,03, \rho = 1,34$.



чины S, ρ_π, C_V вычисляем также лишь для этих ρ : при $T < \bar{\omega}_+^2 < 1$ используем /I.12/, /I.15/, а при $\bar{\omega}_+^2 < T$ - /I.13/-/I.17/. Результаты расчетов R, S, C_V , соответствующих $\rho, \Lambda, T, \bar{\omega}_+$ на рис.5, приведены на рис.6,7.

Как и в предыдущих расчетах, при малых $T < \bar{\omega}^2 < 1$ все величины R, S, C_V малы и быстро растут с ростом ρ, T . В этом случае из-за наличия в /3/ члена $-5\Lambda_1(\Lambda - B\bar{\omega})$ рост Λ_1 ведет к уменьшению R, S .

В более интересном случае больших $T \gg \bar{\omega}^2$ даже при небольшом $\Lambda_1 = 0,05$ R, S, C_V заметно увеличиваются по сравнению с $\Lambda \geq 0$, а их зависимость от ρ, T остается примерно той же, что и при $\Lambda = 0$.

V. СИСТЕМА С ЭФФЕКТИВНЫМ $\pi\pi$ -ВЗАИМОДЕЙСТВИЕМ, ЗАВИСЯЩИМ ОТ ЭНЕРГИИ И ИМПУЛЬСА ПИОНОВ

1. Наконец, рассмотрим кратко физическую картину, возникающую при $\pi\pi$ -взаимодействии вида

$$\hat{\mathcal{L}}_{\pi\pi} = \Lambda \pi^2 [-\partial_\mu \vec{\pi} \partial^\mu \vec{\pi} + \frac{1}{2} \vec{\pi}^2] / 2, \quad /11/$$

которое представляет собой взаимодействие Вайнберга^{/20/}, но вместо $(2F_{\pi\pi})^{-2}$ введем в среду величину Λ , полагая ее параметром теории. Для $\mathcal{D}^{-1}(\omega, \vec{k}, \rho, T)$ получаем согласно^{/18/}, уравнение

$$\mathcal{D}^{-1} = \omega^2 - \vec{k}^2 - 1 - \Pi^{\text{II}} + 5\Lambda \mathcal{M} - 3\Lambda \mathcal{N}(\omega^2 - \vec{k}^2) - 3\Lambda \mathcal{M}, \quad /12/$$

где Π^{II} определяется прежним выражением /I.1/,

$$\mathcal{M}(\rho, T) = \int \frac{d\vec{k}}{(2\pi)^3} \int_0^\infty \frac{d\xi}{\pi} \text{Im } \mathcal{D}(\xi - i0, \vec{k}) (1 + 2\chi(\xi)), \quad /13a/$$

которое изучалось нами ранее в /11-13/,

$$\mathcal{M}(\rho, T) = \int \frac{d\vec{k}}{(2\pi)^3} \int_0^\infty \frac{d\xi}{\pi} \text{Im } \mathcal{D}(\xi - i0, \vec{k}) (1 + 2\chi(\xi)) (\xi^2 - \vec{k}^2). \quad /13b/$$

Используя для Π^{II} прежнюю аппроксимацию при $\rho = \rho_0(T)$ /I.10/, получаем

$$\mathcal{D}^{-1}(\omega \pm i0, \vec{k}) = \omega^2 (a - 3\Lambda \mathcal{M}) - \omega_0^2 + 5\Lambda \mathcal{M} - 3\Lambda \mathcal{N} - \gamma(\vec{k} - \vec{k}_0)^2 + 3\Lambda \mathcal{M} \vec{k}^2 \pm i\beta\omega \quad /14/$$

$\mathcal{M}(\rho, T) < 0$ и $\mathcal{N}(\rho, T) > 0$ постоянные, и для них имеем уравнения /12/, /13/. Для дальнейших вычислений ρ_π, S по формулам /I.11-I.17/ целесообразно переписать /14/ в виде

$$\text{Re } \mathcal{D}^{-1} = \omega^2 \bar{a} - \bar{\chi}, \quad \text{Im } \mathcal{D}^{-1}(\omega \pm i0) = \pm i\beta\omega, \quad \bar{a} = a - 3\Lambda \mathcal{M},$$

$$\bar{\alpha} = \bar{\omega}^2 + \bar{\gamma}(k - \bar{k}_0)^2, \quad \bar{\gamma} = \gamma - 3\Lambda\mathcal{N}, \quad \bar{k}_0 = \gamma k_0 (\gamma - 3\Lambda\mathcal{N})^{-1}, \quad /15/$$

$$\bar{\omega}^2 = \omega_0^2 - 5\Lambda\mathcal{N} + 3\Lambda\mathcal{M} - 3\gamma k_0^2 \Lambda \mathcal{N} (\gamma - 3\Lambda\mathcal{N})^{-1}.$$

При вычислении ρ_π , S , с этим \mathcal{D}^{-1} в формулах /I.11-I.17/ следует заменить α , γ , k_0 на $\bar{\alpha}$, $\bar{\gamma}$, \bar{k}_0 , входящие в /15/. Уже из /15/ ясно, что решением /12/-/14/ могут быть лишь \mathcal{N} такие, что во всяком случае $\gamma - 3\Lambda\mathcal{N} \geq 1$. Поскольку при $\rho = \rho_c(T) \text{Im}\mathcal{D}$ имеет резкий максимум при $\xi = 0$, $k = k_0$, величины \mathcal{N} , \mathcal{M} вычисляются, как и ранее в /11-13/, причем можно в том же приближении полагать $\mathcal{M} \approx -\bar{k}_0^2 \mathcal{N}$.

Ограничиваясь из-за недостатка места исследованием высоких температур $2\pi\beta T \gg \bar{\omega}^2$ и потому опуская вклад квантовых флуктуаций, /2/ рядом с χ , приближенно получаем

$$\omega_0^2 - 5\Lambda\mathcal{N} - \gamma k_0^2 \left(\frac{3\Lambda\mathcal{N}}{\gamma - 3\Lambda\mathcal{N}} \right)^2 = \frac{T^2 \gamma^4 k_0^4}{(2\pi)^2 (\gamma - 3\Lambda\mathcal{N})^5 \mathcal{N}^2} = \bar{\omega}^2 > 0. \quad /16/$$

2. Уравнение /16/ для \mathcal{N} , очевидно, может иметь лишь решения $0 < \mathcal{N} < \frac{\gamma}{3\Lambda}$ при $\omega_0^2 > 0$. Величина $\bar{\omega}^2(\mathcal{N})$ как функция \mathcal{N} достигает минимума

$$\bar{\omega}_m^2 \approx T^2 k_0^4 \Lambda^2 \gamma^{-3}. \quad /17/$$

при $\mathcal{N}_m = 2\gamma / 21\Lambda$, $\omega_0^2(\mathcal{N})$ также имеет минимум ω_{0m}^2 при $\mathcal{N} = \mathcal{N}_{0m}$ $0 < \mathcal{N}_{0m} < \gamma / 3\Lambda$. Это означает, что /16/ может иметь решения лишь при $\rho < \rho_{\max}(\Lambda, T)$, $\omega_0^2 \geq \omega_{0m}^2(\Lambda, T)$. При заданных Λ, T величины \mathcal{N}_{0m} , ω_{0m}^2 находятся из /16/ и условия $\partial\omega_0^2 / \partial\mathcal{N} = 0$. Как нетрудно убедиться, всегда $\mathcal{N}_m > \mathcal{N}_{0m}$. Наличие такого $\omega_{0m}^2 > 0$ означает, что при увеличении ρ неустойчивость в системе достигается уже при $\rho < \rho_c(T)$ в аппроксимационной формуле /I.10/. Отсюда ясно, что $\pi\pi$ -взаимодействие вида /11/ ведет к эффективному притяжению: система неустойчива уже при плотности, меньшей $\rho_c(T)$, при которой неустойчива система без $\pi\pi$ -взаимодействия. Поэтому свойства системы с взаимодействием /11/ сходны со свойствами системы

с эффективным $\pi\pi$ -притяжением, которая исследовалась в предыдущем разделе.

При $\omega_0^2 < \omega_{0m}^2(\Lambda, T)$, $\rho > \rho_{\max}(\Lambda, T)$ уравнение /16/ не имеет решений, а при $\rho < \rho_{\max}$ имеет два решения \mathcal{N}_\pm и соответственно два решения $\bar{\omega}_+ > \bar{\omega}_m$, $\bar{\omega}_- < \bar{\omega}_m$, совпадающие при ρ_{\max} , $\bar{\omega}_- = \bar{\omega}_+ = \bar{\omega}_m$. Пример численного решения /16/ представлен на рис.5. При увеличении ρ , т.е. уменьшении ω_0 , \mathcal{N}_+ увеличивается от малого значения $\mathcal{N}_+ \ll 1$ до \mathcal{N}_{0m} , а $\bar{\omega}_+$ уменьшается от $\bar{\omega}_+^2 \approx \bar{\omega}_0^2 - 1$ до $\bar{\omega}_m^2$. Такое поведение $\bar{\omega}_+$ физически разумно: с ростом ρ система приближается к неустойчивости. Напротив, $\bar{\omega}_-$ с ростом ρ вблизи ρ_{\max} увеличивается от $\bar{\omega}_- \approx 0$ до $\bar{\omega}_m^2$. Для физического решения \mathcal{N} также должно быть малой величиной при большом ω_0 . Этому условию удовлетворяет \mathcal{N}_+ , а \mathcal{N}_- , напротив, растет с ростом ω_0 , начиная с ω_{0m} .

Чтобы уяснить качественно зависимость решений /16/ от Λ , заметим, что при $\Lambda \rightarrow +0$ /16/ формально имеет два решения \mathcal{N}_+^0 , \mathcal{N}_-^0 и ω_+^0 , ω_-^0 , из которых первые $\mathcal{N}_+^0 \approx T k_0^2 (2\pi\sqrt{\gamma}\omega_0)^{-1}$, $\omega_+^0 \approx \omega_0$, а вторые $\mathcal{N}_-^0 \approx d/\Lambda + \infty$, $\omega_-^0 \approx 0$, где d определяется из уравнения $\omega_0^2 = 5d + \gamma k_0^2 (3d/(\gamma - 3d))^2$. Уравнение /16/ может иметь решения лишь при $\Lambda \leq \Lambda_m$, которое можно найти из условия $d\Lambda/d\mathcal{N} = 0$, $\Lambda(\mathcal{N})$ из /16/. При $\Lambda < \Lambda_m$ из двух формальных решений физический смысл имеет $\bar{\omega}_+ \approx \omega_0$ при $\Lambda \rightarrow 0$ и, соответственно, \mathcal{N}_+ . Нефизические решения, как и в случае просто притяжения, являются следствием принятого нами приближения, согласно которому ограничиваемся в Π^π /I.1/ учетом лишь $\Pi^{1\pi}$ и опускаем $\Pi^{3\pi}$. Обоснование такого приближения исследовалось в /11-13/, и в предыдущем разделе мы эту возможность обсуждали.

3. Согласно сказанному выше, мы можем рассматривать лишь $\bar{\omega} > \bar{\omega}_m$. Но, с другой стороны, наше уравнение /16/ применимо при $\bar{\omega}^2 \ll 1$, $2\pi\beta T \gg \bar{\omega}^2$. Чтобы /16/ было пригодно по крайней мере для $\bar{\omega}_m^2(\rho, \Lambda, T)$, Λ и T должны удовлетворять условиям $T\Lambda \ll 0,1$, $T\Lambda^2 \ll 1/40$, т.е. при $T \geq 0,1$ должно быть малым $\Lambda < 0,1$. Поскольку

$\tilde{\omega}_m^2 - T^2$ стремится к нулю при $T \rightarrow 0$ быстрее T , для описания системы при малых T наше приближение применимо. Из рис.5 видно, что $\tilde{\omega}$ быстро меняется при $\rho \sim \rho_{\max}$. Наше приближение применимо лишь непосредственно при $\rho = \rho_{\max}$. На рис.6,7 представлены R , S , C_V , вычисленные для этих Λ , ρ , T по формулам /15/, /I.11-I.17/. Как видим, малое $\Lambda = 0,03$ в /11/ соответствует примерно такому же $\Lambda = -0,05$ в /2/ для эффективного притяжения.

Из проведенных в разделах IV, V исследований можно заключить, что для эффективного $\pi\pi$ -притяжения, т.е. взаимодействия /2/ с $\Lambda < 0$ и /11/ с $\Lambda > 0$, максимально возможная величина $|\Lambda_m(\rho, T)| \ll 1$ такова, что $\tilde{\omega}_m(\rho, T, \Lambda)$ не может оказаться существенно меньше $\omega_0(\rho, T)$ и соответственно ρ_π , S , C_V не отличаются слишком сильно от значений при $\Lambda = 0$. Иными словами, при данных ρ , T пионное поле в ядерном веществе либо уже заведомо неустойчиво: $|\Lambda| > |\Lambda_m(\rho, T)|$, либо свойства пионных возбуждений еще не очень существенно изменяются по сравнению со случаем $\Lambda = 0$.

Исследованный нами вклад пионных возбуждений в термодинамические характеристики ядерного вещества может играть существенную роль при описании явлений, происходящих в столкновениях тяжелых ядер высокой энергии. В частности, в расчетах по гидродинамической или каскадной модели необходим правильный учет свойств пионных возбуждений в ядерном веществе большой плотности $\rho \geq 2 \div 3 \rho_0$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Nagamija S. In: Proc. of the 6th Balaton Conf. on Nucl. Phys., 1983. (Ed. by J.Ero). Budapest. Centr.Res.Inst.for Phys., 1983, p.329.
2. Gudima K.K., Toneev V.D., *ibid*, p.409; Theis J. et al. *ibid*, p.369.
3. Мигдал А.Б. Фермионы и бозоны в сильных полях. "Наука", М., 1978.

4. Luttinger J.M., Ward J.C. Phys.Rev., 1960, 118, p.1417; Luttinger J.M. Phys.Rev., 1960, 119, p.1153.
5. Carneiro G.M., Pethick C.J. Phys.Rev., 1975, 11B, p.1106.
6. De Dominicis C. et al. J.Math.Phys., 1964, 5, p.31; Götze W. Phys.Rev., 1967, 156, p.951.
7. Fulde P., Wagner H. Phys.Rev.Lett., 1971, 27, p.1280; Götze W., Wagner H. Physica, 1965, 31, p.475.
8. Mishustin J.N. et al. Phys.Lett., 1980, 95B, p.361.
9. Friedman B. et al. Nucl.Phys., 1981, A372, p.483.
10. Olieve K.A. Nucl.Phys., 1981, B190, p.483; Chin S.A. Phys.Lett., 1978, 79B, p.552.
11. Бунатян Г.Г., Мишустин И.Н. ОИЯИ, P2-81-291, P2-81-500, Дубна, 1981; ЯФ, 1982, 36, с.1121.
12. Bunatian G.G., Mishustin I.N. Nucl.Phys., 1983, A404, p.525.
13. Бунатян Г.Г. ЯФ, 1983, 37, с.558; ЯФ, 1983, 38, с.601.
14. Бунатян Г.Г. ЯФ, 1979, 30, с.258.
16. Бунатян Г.Г. ЯФ, 1980, 31, с.1186.
16. Бунатян Г.Г. ОИЯИ, P2-82-695, P2-82-696, Дубна, 1982.
17. Бунатян Г.Г. ОИЯИ, P2-84-78, Дубна, 1984.
18. Бразовский С.А. ЖЭТФ, 1975, 68, с.175.
19. Непомнящий Ю.Ф., Подольский В.А. ЖЭТФ, 1975, 69, с.555.
20. Weinberg S. Phys.Rev.Lett., 1967, 18, p.188.

Рукопись поступила в издательский отдел
21 февраля 1984 года.

НЕТ ЛИ ПРОБЕЛОВ В ВАШЕЙ БИБЛИОТЕКЕ?

Вы можете получить по почте перечисленные ниже книги, если они не были заказаны ранее.

	Труды VI Всесоюзного совещания по ускорителям заряженных частиц. Дубна, 1978 /2 тома/	7 р. 40 к.
	Труды VII Всесоюзного совещания по ускорителям заряженных частиц, Дубна, 1980 /2 тома/	8 р. 00 к.
D11-80-13	Труды рабочего совещания по системам и методам аналитических вычислений на ЭВМ и их применению в теоретической физике, Дубна, 1979	3 р. 50 к.
D4-80-271	Труды Международной конференции по проблемам нескольких тел в ядерной физике. Дубна, 1979.	3 р. 00 к.
D4-80-385	Труды Международной школы по структуре ядра. Алушта, 1980.	5 р. 00 к.
D2-81-543	Труды VI Международного совещания по проблемам квантовой теории поля. Алушта, 1981	2 р. 50 к.
D10,11-81-622	Труды Международного совещания по проблемам математического моделирования в ядерно-физических исследованиях. Дубна, 1980	2 р. 50 к.
D1,2-81-728	Труды VI Международного семинара по проблемам физики высоких энергий. Дубна, 1981.	3 р. 60 к.
D17-81-758	Труды II Международного симпозиума по избранным проблемам статистической механики. Дубна, 1981.	5 р. 40 к.
D1,2-82-27	Труды Международного симпозиума по поляризационным явлениям в физике высоких энергий. Дубна, 1981.	3 р. 20 к.
P18-82-117	Труды IV совещания по использованию новых ядерно-физических методов для решения научно-технических и народнохозяйственных задач. Дубна, 1981.	3 р. 80 к.
D2-82-568	Труды совещания по исследованиям в области релятивистской ядерной физики. Дубна, 1982.	1 р. 75 к.
D9-82-664	Труды совещания по коллективным методам ускорения. Дубна, 1982.	3 р. 30 к.
D3,4-82-704	Труды IV Международной школы по нейтронной физике. Дубна, 1982.	5 р. 00 к.
D2,4-83-179	Труды XV Международной школы молодых ученых по физике высоких энергий. Дубна, 1982.	4 р. 80 к.
	Труды УШ Всесоюзного совещания по ускорителям заряженных частиц. Протвино, 1982 /2 тома/	11 р. 40 к.
D11-83-511	Труды совещания по системам и методам аналитических вычислений на ЭВМ и их применению в теоретической физике. Дубна, 1982.	2 р. 50 к.
D7-83-644	Труды Международной школы-семинара по физике тяжелых ионов. Алушта, 1983.	6 р. 55 к.
D2,13-83-689	Труды рабочего совещания по проблемам излучения и детектирования гравитационных волн. Дубна, 1983.	2 р. 00 к.

Заказы на упомянутые книги могут быть направлены по адресу:
101000 Москва, Главпочтамт, п/я 79
Издательский отдел Объединенного института ядерных исследований

Бунатян Г.Г.

P2-84-114

Исследование свойств пионных возбуждений в ядерном веществе для различного эффективного $\pi\pi$ -взаимодействия

В ядерном веществе, близком к неустойчивости пионного поля, для различного вида эффективного $\pi\pi$ -взаимодействия в среде вычислены поляризационный оператор пиона, плотность пионных возбуждений, их энтропия и теплоемкость. Для расчетов использовано приближенное выражение функции Грина при $T \neq 0$ пионного поля вблизи его неустойчивости. Из полученных результатов следует, что $\pi\pi$ -взаимодействие существенно влияет на поляризационный оператор, плотность и термодинамические свойства пионных возбуждений при $T \neq 0$, изменяя их зависимость от температуры и плотности ядерного вещества.

Работа выполнена в Лаборатории нейтронной физики ОИЯИ.

Сообщение Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1984

Перевод О.С.Виноградовой

Bunatian G.G.

P2-84-114

Investigation of Properties of Pion Excitations in Nuclear Matter for Different Effective $\pi\pi$ -Interaction

In the nuclear matter near to the pion field instability for various effective $\pi\pi$ -interactions the pion polarization operator, excitation density, entropy and heat capacity are calculated. The approximation for Green's function at $T \neq 0$ of the pion field near its instability are used for calculations. It follows from the obtained results that $\pi\pi$ -interaction essentially effects the pion polarization operator, excitation density and the thermodynamical properties at $T \neq 0$, changing their dependence on temperature and density of nuclear matter.

The investigation has been performed at the Laboratory of Neutron Physics, JINR.

Communication of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1984