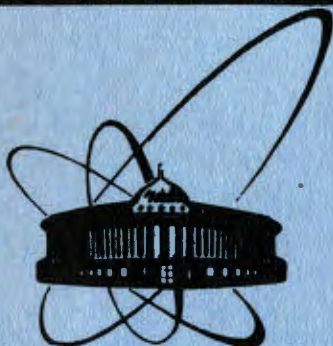


28/IV-84



ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ
ДУБНА

2126/84

P2-84-10

С.В.Крючков, А.Д.Линкевич, В.И.Саврин,
В.В.Санадзе, Н.Б.Скачков

ОПИСАНИЕ
СТРУКТУРНЫХ ФУНКЦИЙ π -МЕЗОНА
В РЕЛЯТИВИСТСКОЙ ТЕОРИИ
СВЯЗАННЫХ СОСТОЯНИЙ

Направлено в журнал "Ядерная физика"

1984

ВВЕДЕНИЕ

Настоящая работа посвящена проблеме описания структурных функций π -мезона с помощью волновых функций, являющихся решением трехмерного релятивистского двухчастичного уравнения квазипотенциального типа ^{1/}. При выводе формулы для структурных функций мы будем пользоваться предложенной в работе ^{2/} гамильтоновой формулировкой квантовой теории поля, поскольку эта формулировка, с одной стороны, позволяет вычислить матричные элементы, соответствующие рассматриваемому процессу, а с другой стороны, возникающее в ней двухчастичное релятивистское уравнение ^{3/} совпадает по форме с квазипотенциальным уравнением Логунова-Тавхелидзе.

Целью нашей работы является, во-первых, вывод формул для структурных функций глубоконеупругого рассеяния лептонов на π -мезоне, который будет рассматриваться как связанное состояние спинорных кварка и антикварка одинаковой массы. Далее мы рассмотрим скейлинговые свойства структурных функций и проведем сравнение полученных формул с экспериментальными данными. В качестве волновых функций нами будут использованы решения квазипотенциального уравнения с некоторыми модельными квазипотенциалами.

2. КОВАРИАНТНОЕ УРАВНЕНИЕ В ГАМИЛЬТОНОВОЙ ФОРМУЛИРОВКЕ КВАНТОВОЙ ТЕОРИИ ПОЛЯ

Основное отличие шпурионной диаграммной техники ^{12/}, возникающей в гамильтоновой формулировке квантовой теории поля, от фейнмановской состоит в следующем. В фейнмановской формулировке импульсы частиц, находящихся в промежуточном состоянии, вообще говоря, лежат вне массовой поверхности /виртуальные частицы/. При этом в каждой вершине выполняется закон сохранения энергии-импульса. В подходе Кадышевского - наоборот: импульсы всех частиц лежат на массовой поверхности /что и обеспечивает трехмерный характер интегрирований в импульсном пространстве/, но каждая вершина содержит дополнительные входящие и выходящие линии квази-частиц-шпурионов, переносящих 4-импульсы $*\lambda\gamma$ и $\lambda\gamma'$ /см. рис.1,

* λ - единичный времениподобный 4-вектор $\lambda_0^2 - \vec{\lambda}^2 = 1$, а γ - скалярный параметр.

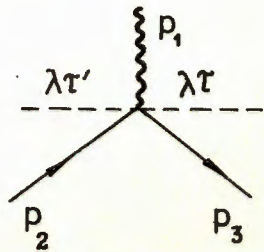


Рис. 1

где представленная диаграмма отвечает гамильтониану взаимодействия спинорного поля с электромагнитным/
Согласно ^{2/}, каждой внутренней шпурионной линии отвечает пропагатор вида

$$g(r_1) = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{r - i\epsilon}, \quad /1/$$

а внутренним спинорным линиям - перестановочная функция

новочная функция

$$S_{\alpha\beta}^{(+)}(p, m) = \theta(p^0) (\gamma \cdot p + m)_{\alpha\beta} \delta(p^2 - m^2), \quad /2/$$

где p и m соответственно - импульс и масса кварка. Вид пропагатора ^{2/} явно указывает на то, что импульс виртуальной частицы принадлежит массовому гиперboloиду

$$p_0^2 - \vec{p}^2 = m^2. \quad /3/$$

Более полное изложение правил шпурионной диаграммной техники дано в ^{2/} /см. также ^{4/} /.

Для получения ковариантного уравнения для волновой функции двухчастичной связанной системы в случае составляющих со спином 1/2 будем следовать работам ^{5, 6/}. Графически это уравнение можно изобразить, как это показано на рис.2. Вершине перехода мезона с импульсом P в кварк и антикварк соответственно с импульсами k_1 и k_2 и в шпурион с импульсом $\lambda\tau$ отвечает обобщенная вершинная функция $\Gamma(k_1, k_2; \lambda\tau, P)$. Для нее уравнение имеет вид ^{4, 5/}

$$\Gamma^{\alpha\beta}(k_1, k_2; \lambda\tau, P) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int dk'_1 dk'_2 d\tau' V_{\gamma\rho}^{\alpha\beta} S_{\kappa}^{(+)\gamma}(k'_1, -m) S_{\theta}^{(+)\rho}(k'_2, m) \frac{\Gamma^{\kappa\theta}(k'_1, k'_2; \lambda\tau, P)}{r' - i\epsilon}, \quad /4/$$

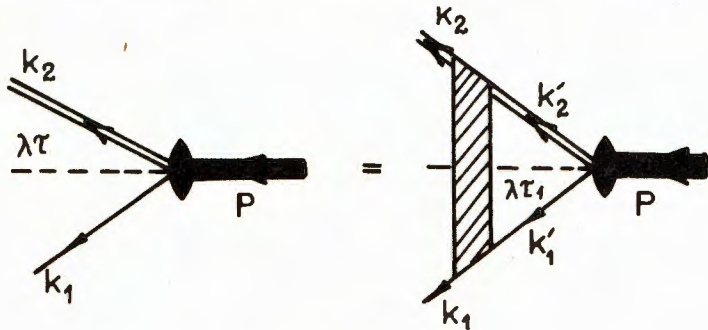


Рис. 2

где $V_{\gamma\rho}^{\alpha\beta}$ - квазипотенциал, отвечающий сумме неприводимых /в смысле одношпурионных и двухчастичных рассеяний/ диаграмм ^{3/} /.

Будем искать решение ^{4/} с наперед заданной спинорной конструкцией. Именно: представим вершинную функцию $\Gamma^{\alpha\beta}(k_1, k_2; \lambda\tau, P)$ в виде

$$\Gamma^{\alpha\beta}(k_1, k_2; \lambda\tau, P) = (\gamma_5)^{\alpha\beta} \Gamma(k_1, k_2; \lambda\tau, P). \quad /5/$$

Для дальнейших расчетов удобно выбрать 4-вектор λ направленным вдоль импульса составной частицы $\lambda^\mu = P^\mu/M$. Тогда, как это было показано в ^{5/}, вершинная функция Γ становится зависимой лишь от одного скалярного аргумента, в качестве которого удобно выбрать величину $\Delta_{k, m\lambda}^\circ$, являющуюся временной компонентой 4-импульса * $\Delta_{k, m\lambda}^\mu \equiv (\Lambda_P^{-1} k)^\mu$. Таким образом, имеем

$$\Gamma(k_1, k_2; \lambda\tau, P) = \Gamma(\Delta_{k_1, m\lambda}^\circ). \quad /6/$$

Уравнение ^{4/} тогда переписывается в виде

$$\Gamma(\Delta_{k, m\lambda}^\circ) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int \frac{d\vec{\Delta}_{k', m\lambda}}{2\Delta_{k', m\lambda}^\circ} \Gamma(\Delta_{k', m\lambda}^\circ) \frac{\text{Sp}[\gamma_5 (\hat{k}'_1 - m) \gamma_5 (\hat{k}'_2 - m)]}{2\Delta_{k', m\lambda}^\circ [-M + 2\Delta_{k', m\lambda}^\circ - i\epsilon]} \times \quad /7/$$

$$\times V(\vec{\Delta}_{k'}, \vec{\Delta}_k),$$

где введены обозначения $\vec{\Delta}_{k, m\lambda} \equiv \vec{\Delta}_{k_1, m\lambda} = -\vec{\Delta}_{k_2, m\lambda}$.

Определим волновую функцию следующим образом ^{5/} /:

$$\Phi(\Delta_{k, m\lambda}^\circ) = \frac{\Gamma(\Delta_{k, m\lambda}^\circ)}{2\Delta_{k, m\lambda}^\circ [M - 2\Delta_{k, m\lambda}^\circ]}. \quad /8/$$

Тогда из ^{7/} для волновой функции с γ_5 -спиновой структурой следует уравнение ^{7/}

$$(\Delta_{k, m\lambda}^\circ)^2 [M - 2\Delta_{k, m\lambda}^\circ] \Phi(\Delta_{k, m\lambda}^\circ) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int \frac{d\vec{\Delta}_{k', m\lambda}}{2\Delta_{k', m\lambda}^\circ} 16\Delta_{k', m\lambda}^\circ \times \quad /9/$$

$$\times \Delta_{k', m\lambda}^\circ (2\Delta_{k', m\lambda}^\circ \Delta_{k', m\lambda}^\circ - m^2) V(\vec{\Delta}_{k, m\lambda}; \vec{\Delta}_{k', m\lambda}) \Phi(\Delta_{k', m\lambda}^\circ).$$

* Здесь Λ_P^{-1} есть чисто лоренцевское преобразование в систему покоя связанного состояния, т.е. $\Lambda_P^{-1} P = (M, \vec{0})$ /см. подробнее ^{5/} /.

В качестве квазипотенциала в /9/ рассмотрим амплитуду обмена векторной частицей, которая в шпурионной диаграммной технике имеет вид

$$D = g^2 \frac{u \gamma_\mu \bar{u} g^{\mu\nu} \bar{v} \gamma_\nu v}{4\sqrt{2k^0 2k_1^0 2k_0^0 2k_1^0}} \frac{1}{2\sqrt{[\lambda(k' - k)]^2 - 2m^2 + 2kk'}} \times$$

$$\times \{ [\lambda(k - k') + r_1 + \sqrt{[\lambda(k - k')]^2 - 2m^2 + 2kk'}]^{-1} +$$

$$+ [r_3 - \lambda(k - k') + \sqrt{[\lambda(k - k')]^2 - 2m^2 + 2kk'}] \} \equiv g^2 \frac{u \gamma_\mu \bar{u} g^{\mu\nu} \bar{v} \gamma_\nu v}{4\sqrt{2k^0 2k_1^0 2k_0^0 2k_1^0}} \frac{1}{Q^2}.$$

При выборе вектора λ в виде $\lambda^\mu = P^\mu/M$ пропагатор в фигурных скобках принимает вид

$$\frac{1}{Q^2} \equiv \frac{1}{-M + \Delta_{k_1}^0 + \Delta_{k_2}^0 + \sqrt{(\Delta_{k_1} - \Delta_{k_2})^2}} \frac{1}{\sqrt{(\Delta_{k_1} - \Delta_{k_2})^2}}. \quad /11/$$

С учетом этого равенства амплитуду одноглюонного обмена можно представить следующим образом:

$$V_0^{QCD}(Q^2) = \frac{\alpha_s(Q^2)}{Q^2} = - \frac{(4\pi)^2}{\beta_0 Q^2 \ln Q^2/\Lambda^2} =$$

$$= \frac{\beta_0 [-M + \Delta_{k_1}^0 + \Delta_{k_2}^0 + \sqrt{(\Delta_{k_1} - \Delta_{k_2})^2}] \sqrt{(\Delta_{k_1} - \Delta_{k_2})^2} \ln \{ \frac{1}{\Lambda^2} [-M + \Delta_{k_1}^0 + \Delta_{k_2}^0 + \sqrt{(\Delta_{k_1} - \Delta_{k_2})^2}] \sqrt{(\Delta_{k_1} - \Delta_{k_2})^2} \}}{(4\pi)^2} \quad /12/$$

где $\beta_0 = 11 - 2/3 N_f$, N_f - число ароматов, а Λ -свободный масштабный параметр теории.

Подставив /11/ в /9/, с учетом сферической симметрии волновой функции получим

$$\Delta_k^0 (M - 2\Delta_k^0) \Phi(\Delta_k^0) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int_0^\infty \frac{|\vec{\Delta}_{k'}|^2 d|\vec{\Delta}_{k'}|}{2\Delta_{k'}^0} \Phi(\Delta_{k'}^0) 2\Delta_{k'}^0 (2\Delta_{k'}^0 - 2m^2) \times$$

$$\times \frac{1}{|\vec{\Delta}_k| |\vec{\Delta}_{k'}|} \int_{|\vec{\Delta}_k - \vec{\Delta}_{k'}|}^{|\vec{\Delta}_k + \vec{\Delta}_{k'}|} dy V(y^2).$$

Отсюда при больших значениях Δ_k находим, что волновая функция должна иметь асимптотику

$$\Phi(\Delta_k^0) \approx \frac{V(\Delta_k^0)}{\Delta_k^0 (M - 2\Delta_k^0)} \int |\Delta_{k'}| d\Delta_{k'} \Phi(\Delta_{k'}^0) \int_{|\Delta_k - \Delta_{k'}|}^{|\Delta_k + \Delta_{k'}|} dy, \quad /14/$$

где V имеет асимптотику

$$V(\Delta_k^0) \approx \frac{1}{(\Delta_k)^2} \frac{1}{\ln(\Delta_k^2/\Lambda^2)}. \quad /15/$$

С другой стороны, уравнение /9/ в нерелятивистском пределе, когда $p^0, q^0 \sim m$, переходит в уравнение Шредингера, а пропагатор /11/ - в нерелятивистский кулоновский пропагатор, поэтому искомое решение должно при малых импульсах переходить в решение уравнения Шредингера с нерелятивистским кулоновским потенциалом. Легко проверить, что следующая волновая функция

$$\phi(x_p) = \frac{C_0 x_p}{\text{sh} x_p (\text{ch} x_p - M/2m) (x_p^2 + \arccos M/2m)},$$

где введена параметризация $p^0 = m \text{ch} x_p$, $|\vec{p}| = m \text{sh} x_p$, удовлетворяет обоим "граничным" условиям: при малых импульсах /когда $m x_p \rightarrow |\vec{p}|$ / переходит в кулоновскую волновую функцию, а при $|\vec{p}| \rightarrow \infty$ имеет асимптотику, диктуемую выражениями /14/ и /15/.

3. АСИМПТОТИКА СТРУКТУРНОЙ ФУНКЦИИ π -МЕЗОНА

Структурные функции $F_i(Q^2, \nu)$, $i = 1, 2, 3$, описывающие глубоконеупругое рассеяние лептонов на адроне с импульсом P и массой M , определяются следующим стандартным разложением произведения адронных токов:

$$W_{\mu\nu}(P, q) = \frac{1}{8\pi} \int (2\pi)^4 \delta^4(P + q - P_X) \langle PM | J_\mu(0) | X \rangle \langle X | J_\nu(0) | PM \rangle =$$

$$= (-g_{\mu\nu} + \frac{q_\nu q_\mu}{q^2}) \frac{F_1}{2M} + (P_\mu - \frac{P \cdot q}{q^2} q_\mu) (P_\nu - \frac{P \cdot q}{q^2} q_\nu) \frac{F_2}{M(P \cdot q)} - \frac{i \epsilon_{\mu\nu\alpha\beta} P^\alpha q^\beta}{2M(P \cdot q)} F_3. \quad /17/$$

Здесь q есть передача импульса адрону, а P_X - суммарный импульс частиц X в конечном состоянии $|X\rangle$. Далее мы будем пользоваться обычными кинематическими переменными: $Q^2 = -q^2$, $\nu = P \cdot q/M$, $x \equiv 1/\omega = Q^2/2M\nu$, $W^2 = (P + q)^2$ и ограничимся лишь случаем электромагнитного рассеяния на псевдоскалярном мезоне, для которого $F_3 = 0$.

Для нахождения структурной функции достаточно найти амплитуду комптоновского рассеяния вперед на мезоне A

$$T_{\mu\nu}(P, q) = ie^2 \int d^4z e^{iqz} \langle A | \theta(z_0) [J_\mu(z), J_\nu(0)] | A \rangle,$$

через мнимую часть которой адронный тензор $W_{\mu\nu}$ выражается следующим простым образом:

$$W_{\mu\nu} = \frac{1}{4\pi e^2} \text{Im} T_{\mu\nu}(P, q). \quad /18/$$

В дальнейшем мы ограничимся двухкварковыми промежуточными состояниями. Соответствующая диаграмма представлена на рис.3. Матричный элемент диаграммы, отвечающей случаю рассеяния фотонов на антикварке, совпадает с кварковым матричным элементом/. Надо отметить, что наряду с диаграммой, изображенной на рис.3, в шпурионной диаграммной технике топологически допустимы и другие диаграммы, в которых шпурионные линии направлены иным образом. Число всевозможных таких диаграмм равно 48 /24 когда фотоны рассеиваются на кварке и столько же, когда рассеяние фотонов происходит на антикварке/. Однако в вершинах остальных диаграмм, кроме рассматриваемых, будет нарушаться закон сохранения электрического заряда /см. подробнее /4/.

Матричный элемент, отвечающий диаграмме, изображенной на рис.3, имеет вид

$$\begin{aligned} & i(2\pi)^{-2} \delta(P+q-P-q) T_{\mu\nu}(P, q) = \\ & = Q_1^2 \int \Gamma(k_1, k_2; \lambda r_1, P) \delta_1(-P - \lambda r_1 + k_1 + k_2) dk_1 S^{(+)}(k_1, m) \gamma^\mu \times \\ & \times \delta_2(k_2 - k_1 + \lambda r_1 - \lambda r_2 - q) \frac{dr_1}{r_1 - i\epsilon} dk_2 S^{(+)}(k_2, m) \gamma^\nu \times \\ & \times \delta_4(k_3 - k_2 + q + \lambda r_2 - \lambda r_3) \frac{dr_2}{r_2 - i\epsilon} dk_3 S^{(+)}(k_3, m) \times \\ & \times \Gamma(k_3, k_4; \lambda r_3, P) \delta_3(P + \lambda r_3 - k_3 - k_4) dk_4 \frac{dr_3}{r_3 - i\epsilon} - \times \\ & \times S^{(+)}(k_4, m) + /кварк \leftrightarrow \text{антикварк}/, \end{aligned} \quad /19/$$

где Q_1 - заряд кварка.

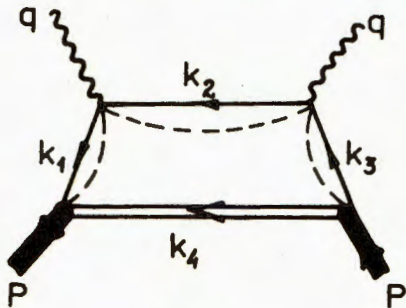


Рис.3

Выберем в /19/ для вершинной функции спиновую структуру согласно формуле /5/. С помощью функций δ_2 и δ_3 снимем интегралы по dk_2 и dk_3 , а с помощью δ -функций, входящих в пропагаторы $S^{(+)}(k, m)$ /см./2//, - по r_1, r_2 и r_3 . Далее, направим в /19/ 4-вектор λ вдоль импульса нуклона $\lambda^\mu = P^\mu/M$ и воспользуемся инвариантностью δ_1 -функции

$$\begin{aligned} \delta^4(P + \lambda r - k_1 - k_4) &= \delta^4\{ \Lambda_P^{-1} [(P + \frac{r_1}{M})] - \Lambda_P^{-1}(k_1 + k_4) \} = \\ &= \delta(M + r_1 - \Delta_{k_1}^\circ - \Delta_{k_4}^\circ) \delta^3(\vec{\Delta}_{k_1} + \vec{\Delta}_{k_4}). \end{aligned}$$

В результате в терминах вектора Δ_k /19/ переписывается в виде

$$\begin{aligned} T_{\mu\nu}(P, q) &= \frac{1}{(2\pi)^4} \int \frac{d^3\vec{\Delta}_{k_4}}{2\Delta_{k_4}^\circ} \frac{\Gamma(\Delta_{k_4}^\circ)}{2\Delta_{k_4}^\circ (M - 2\Delta_{k_4}^\circ)} \text{Sp}[\gamma_5(\hat{P} - \hat{k}_4 + \hat{\lambda}r + m) \times \\ & \times \gamma_\mu(\hat{P} - \hat{k}_4 + \hat{q} + \hat{\lambda}r_2 + m) \gamma_\nu(\hat{P} + \hat{\lambda}r_3 - \hat{k}_4 + m) \gamma_5(\hat{k} - m)] \times \\ & \times \frac{\Gamma(\Delta_{k_4}^\circ)}{2\Delta_{k_4}^\circ (M - 2\Delta_{k_4}^\circ)} \frac{1}{2\sqrt{[\lambda(P - k_4 + q)]^2 - (P - k_4 + q)^2 + m^2}} \times \\ & \times \frac{1}{-\lambda(P - k_4 + q) + \sqrt{[\lambda(P - k_4 + q)]^2 - (P - k_4 + q)^2 + m^2} - i\epsilon}. \end{aligned} \quad /20/$$

Здесь $r_1 = M - 2k_4^\circ$, $r_3 = -M + 2k_4^\circ$; $\lambda = (1, \vec{0})$. Мнимую часть от /20/ находим с помощью известного соотношения

$$\frac{1}{a - i\epsilon} = P\left(\frac{1}{a}\right) + i\pi\delta(a). \quad /21/$$

В результате мы приходим к следующей формуле адронного тензора

$$W_{\mu\nu} = \frac{(2\pi)^3}{4} \int \frac{d^3\vec{\Delta}_k}{2\Delta_k^\circ} \frac{A_{\mu\nu}}{2\Delta_k^\circ} (Q_1^2 + Q_2^2) \delta(M + \nu - \Delta_k^\circ - \Delta_k^\circ) |\Phi(\Delta_k^\circ)|^2, \quad /22/$$

где мы ввели обозначения

$$\Delta_{k'}^\circ = \vec{q} - \Delta_k, \quad \vec{q}_\mu = (\Lambda_P^{-1} q)_\mu, \quad /23/$$

$$\begin{aligned} A_{\mu\nu} &= \text{Sp}\{ \Lambda_P^{-1} [\gamma_5(\hat{P} - \hat{k}_4 + \hat{\lambda}r + m) \cdot \gamma_\mu(\hat{P} - \hat{k}_4 + \hat{q} + \hat{\lambda}r_2 + m) \times \\ & \times \gamma_\nu(\hat{P} + \hat{\lambda}r_3 - \hat{k}_4 + m) \gamma_5(\hat{k} + m)] \}. \end{aligned} \quad /24/$$

После интегрирования в /22/ по угловым переменным, предполагая сферическую симметрию волновой функции и перехода к инвариантным функциям

$$V_1 \equiv -g^{\mu\nu} W_{\mu\nu}, \quad V_2 \equiv M^{-2} P^\mu P^\nu W_{\mu\nu}, \quad /25/$$

мы получим следующие выражения для структурных функций:

$$F_1 = M[V_1 + (1 + \nu^2/Q^2)^{-1} V_2],$$

$$F_2 = \frac{\nu}{2(1 + \nu^2/Q^2)} \left[V_1 + 3 \frac{V_2}{1 + \nu^2/Q^2} \right], \quad /26/$$

$$V_i = \frac{2m^3}{(2\pi)^2 \sqrt{\nu^2 + Q^2}} \int_{\eta_-}^{\eta_+} d\eta (Q_1^2 + Q_2^2) |\Phi(\eta)|^2 A_i \quad (i = 1, 2). \quad /27/$$

Здесь $\eta = \Delta_k^\circ / m$, а A_i получаются из $A_{\mu\nu}$ в результате интегрирования по сферическим углам и умножения на факторы $g^{\mu\nu}$ и $M^{-2} p^\mu p^\nu$. Нетрудно подсчитать, что

$$A_1 = -\eta^2 + \frac{M + \nu}{m} \eta - \frac{W^2}{4m^2} - \frac{1}{2}; \quad A_2 = \frac{W^2}{8m^2}. \quad /28/$$

Пределы интегрирования в /27/ задаются формулой

$$\eta_{\pm} = \frac{\nu + M \pm \epsilon \sqrt{\nu^2 + Q^2}}{2m}, \quad /29/$$

где $\epsilon = \sqrt{1 - 4m^2/W^2}$.

Отметим, что полученные нами формулы для структурных функций совпадают с выражениями для структурных функций, полученными в одновременной формулировке задачи о связанных системах /8/.

4. МАСШТАБНЫЕ СВОЙСТВА СТРУКТУРНЫХ ФУНКЦИЙ

Для изучения скейлинговых свойств полученных нами выражений для структурных функций будем использовать как уже рассмотренные нами волновые функции /16/, так и волновые функции, являющиеся решениями уравнения /9/ с запирающим квазипотенциалом осцилляторного типа. Такой потенциал изучался в работах /9/ и имеет вид

$$V_0^{\text{осц}}(\vec{\Delta}_k, \vec{\Delta}_k') = \frac{(2\pi)^3 \Delta_k^\circ m}{4(2\Delta_k^\circ \Delta_k'^\circ - m^2)} \frac{d}{d\pi^2} \Delta_k^\circ \delta(\vec{\Delta}_k, -\vec{\Delta}_k'). \quad /30/$$

В нерелятивистском пределе $2\Delta_k^\circ \Delta_k'^\circ - m^2 \rightarrow m^2$ и /30/ преобразуется в образ осцилляторного потенциала в импульсном пространстве. Из-за δ -образности такого потенциала в уравнении /9/ снимается интегрирование и решение легко находится. В терминах η оно дается следующей формулой:

$$\Phi(\eta) = C_0 e^{-m\eta/2\omega'} \equiv C_0 e^{-b\eta}, \quad /31/$$

где C_0 - нормировочная постоянная, а ω' - собственная частота. Подставив теперь /31/ в /27/, вычислим интегралы. В результате

явное выражение для $F_2(x, Q^2)$ имеет вид

$$V_1 = e^{-b\eta} \left\{ \frac{M + \nu}{m} \left(-\frac{\eta}{b} - \frac{1}{b^2} \right) + \frac{M^2 + 2M\nu(1-x)}{4bm^2} + \frac{1 + 2\eta^2}{2b} + \frac{2\eta}{b^2} + \frac{2}{b^3} \right\} \Big|_{\eta_-}^{\eta_+} \quad /32/$$

$$\frac{3}{1 + \nu^2/Q^2} V = \frac{3}{1 + \nu/2Mx} \frac{M^2 + 2M\nu(1-x)}{8m^2} \frac{e^{-b\eta}}{-b} \Big|_{\eta_-}^{\eta_+}.$$

Из /29/ легко найти для пределов η_+ и η_- следующие асимптотические при $Q^2 \rightarrow \infty$ выражения:

$$\eta_- = \frac{M}{2m} \left[(1-x) + \frac{m^2 \omega}{M^2(\omega-1)} \right] - \frac{M}{2m} \cdot \frac{1}{Q^2} \left[\frac{m^2 \omega^2 (M^2 - m^2)}{M^2 (\omega-1)^2} - \frac{M^2}{\omega^3} - \frac{m^2}{\omega(\omega-1)} \right] + o\left(\frac{1}{Q^2}\right), \quad \eta_+ = \frac{1}{2m} \frac{Q^2}{2Mx}. \quad /33/$$

Как мы видим, вклад от верхнего предела η_+ будет экспоненциально убывать с ростом Q^2 , и основной вклад в асимптотику структурной функции будет давать нижний предел, причем первое слагаемое в η_- не зависит от Q^2 , в то время как второе слагаемое задает нарушение скейлинга.

Посмотрим теперь, каким будет асимптотическое поведение структурной функции $F_2(x, \nu)$, определяемой соотношениями /25/ и /32/. Для этого мы подставим в /32/ асимптотические выражения для пределов /33/ и ограничимся лишь первой поправкой по $1/\nu$. В результате находим

$$F_2(x, \nu) = e^{-b \frac{M}{2m} \left[(1-x) + \frac{m^2 \omega}{M^2(\omega-1)} \right]} \left\{ f_2^{\text{СК}}(x) - \frac{1}{\nu} f_2^{\text{прСК}}(x) \right\}. \quad /34/$$

Здесь $f_2^{\text{СК}}(x)$ - это та часть структурной функции, которая не зависит от переданного импульса /склеялиновая часть/. Она имеет вид

$$f_2^{\text{СК}}(x) = \left\{ \frac{-x}{2b(1-x)} + \frac{M}{m} \frac{x}{b^2} \right\}. \quad /35/$$

Функция $f_2^{\text{прСК}}(x)$ - предскейлиновая часть, т.е. первая поправка к F_2 по степеням $1/\nu$, имеет следующий вид

$$f_2^{\text{прСК}}(x) = (8x^2 - x - 3) \frac{M^3 x}{bm^2} + \frac{x}{b(1-x)} \left(-M + \frac{2m}{b} + \frac{m^3}{M^2} + \frac{3Mx}{2b} \right) +$$

$$+ \frac{Mx}{b} \left(\frac{M}{mb} + \frac{2}{b^3} + \frac{1}{2} + \frac{Mx}{mb^2} \right) - \frac{1}{8(1-x)} \left[\frac{m}{(1-x)^2} + \frac{m^3}{M^2(1-x)^2} + \right. \\ \left. + \frac{M^2 x^3}{m} + \frac{mx^3}{(1-x)^2} \right] + \frac{2mx}{b} + \frac{M^2(1-x)^2}{mb} \quad /36/$$

Рассмотрим Q^2 - поведение структурных функций в двух предельных случаях: когда $x \rightarrow 1$ и когда $x \rightarrow 0$. В первом случае ($x \rightarrow 1$) наиболее сингулярный член в /36/ в действительности в структурной функции нет сингулярностей, так как, согласно /34/, при $x \rightarrow 1$ $F_2(x, Q^2)$ стремится к нулю/ имеет вид

$$f_2^{\text{прск}}(x) = - \frac{1}{8(1-x)} \left[\frac{m}{(1-x)^2} + \frac{m^3}{M^2(1-x)^2} + \frac{mx^3}{(1-x)^2} \right], \quad /37/$$

и поправка к $f_2^{\text{СК}}(x)$ в /34/ будет входить с положительным знаком. Поэтому структурная функция с ростом Q^2 будет убывать степенным образом.

В случае $x \rightarrow 0$ основной вклад в член, пропорциональный $1/\nu$, будет давать выражение

$$f_2^{\text{СК}}(x) = \frac{M^2(1-x)^2}{mb} - \frac{m}{8(1-x)^3} - \frac{m^3}{8M^2(1-x)^3}. \quad /38/$$

Функция $F_2(x, \nu)$ при малых значениях переменной x с ростом Q^2 будет расти в случае, когда $f_2^{\text{прск}}(x) > 0$. Это неравенство реализуется при следующем условии на массу кварка:

$$\left(\frac{m}{M}\right)^2 \left(\frac{m}{2\omega}\right) \left[\left(\frac{m}{M}\right)^2 + 1\right] < 8.$$

5. ОПИСАНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ДАННЫХ

В силу отсутствия пионной мишени экспериментальные данные по структурным функциям π -мезона извлекаются из обработки процессов Дрелла-Яна /9/. При этом структура нуклона считается известной и параметризуется согласно партонной модели. Поэтому, строго говоря, эти данные являются модельно-зависимыми. Отметим, что в /9/ эти данные приводятся как функция x при некотором фиксированном значении Q^2 .

Для сравнения с экспериментальными данными /9/ мы пользовались для структурной функции π -мезона формулами /26/, /27/. В качестве волновой функции мы использовали как волновую функцию, отвечающую одноглюонному обмену /16/, так и волновую функцию /31/, отвечающую осцилляторному взаимодействию. Заметим также, что в области малых значений x , где необходимо учитывать вклад "морских" кварк-антикварковых пар, экспериментальные данные отсутствуют.

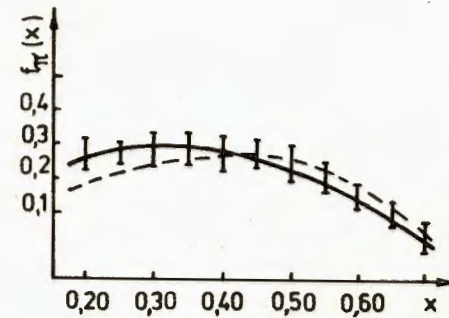


Рис. 4

Результаты фитирования данных из интервала $x = 0,2-0,75$ по формулам /26/, /27/ отражены на рис.4, где сплошная линия отвечает осцилляторной волновой функции, а пунктирная линия - волновой функции /16/. Хорошее согласие данных с формулами достигается при следующем значении свободных параметров модели: 1/ в случае осцилляторного взаимодействия масса кварка равна $m = /214 \pm 6/$ МэВ, а собственная частота есть $\omega' =$

$= /233 \pm 30/$ МэВ; 2/ в случае хронодинамического взаимодействия мы рассмотрели два случая: когда для бегущей константы связывалось ее выражение в однопетлевом приближении и когда использовалось двухпетлевое выражение. В однопетлевом приближении зависимость от Λ выпадает и для единственного свободного параметра модели-массы кварка нашлось следующее значение $m = /202 \pm 6/$ МэВ.

Асимптотическое выражение для волновой функции в случае двухпетлевого приближения

$$\frac{\alpha_s(Q^2)}{16\pi^2} = \frac{1}{\beta_0 \ln Q^2/\Lambda^2} \left(1 - \frac{\beta_1}{\beta_0^2} \frac{\ln \ln Q^2/\Lambda^2}{\ln^2 Q^2/\Lambda^2} \right), \quad \beta_1 = 102 - \frac{38}{3} N_f \quad /40/$$

находится из /14/ путем подстановки в /14/ выражения /12/ с $\alpha_s(Q^2)$, определенной формулой /40/. Использование такой волновой функции возможно лишь при достаточно больших значениях переменной интегрирования η в выражении /27/, что реализуется в случае $x \rightarrow 1$, когда оба предела в интеграле становятся достаточно большими*.

В результате обработки данных с $x > 0,4$ было получено, что при том же значении массы кварка хорошее описание экспериментальных данных возможно при значении масштабного параметра КХД $\Lambda = /90 \pm 20/$ МэВ. Это значение параметра Λ находится в хорошем согласии с результатом по глубоконеупругому мюон-углеродному рассеянию /12/.

* Нормировочный коэффициент определяется из требования наименьшего значения разности двух функций, определяемых формулами /14/ и /16/ в области больших импульсов.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, в рамках гамильтоновой формулировки квантовой теории поля нами получены структурные функции π -мезона, которые рассматривались как связанное состояние спинорных кварка и антикварка. Показано, что характер нарушения скейлинга определяется видом волновых функций связанного состояния. Нами изучены скейлинговые свойства структурных функций. Полученные формулы хорошо согласуются с экспериментальными данными.

Авторы благодарны В.Г.Кадышевскому, А.В.Сидорову и Ф.Г.Ткебучаве за интерес к работе и полезные обсуждения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Logunov A.A., Tavkhelidze A.N. Nuovo Cim., 1963, 29, p.380-399.
2. Кадышевский В.Г. ЖЭТФ, 1964, т.64, № 46, с.654-662; 1964, т. 46, № 3, с.871-883.
3. Kadyshevsky V.G. Nucl.Phys. 1968, B6, p. 125-148.
4. Kadyshevsky V.G., Mateev M.D. Nuovo Cimento, 1968, v. 55A, p.275.
5. Скачков Н.Б., Соловцов И.Л. ТМФ, 1979, 41, № 2, с.205-219.
6. Скачков Н.Б., Соловцов И.Л. ТМФ, 1980, 43, № , с.330-342.
7. Саврин В.И., Скачков Н.Б. Тюменков Г.Ю. ТМФ, 1983, 54, № 2, с.162-173.
8. Линкевич А.Д. и др. ТМФ, 1983, 54, № 2, с.173-182.
9. Кулешов С.П., Сидоров А.В., Скачков Н.Б. ОИЯИ, P2-82-7, Дубна, 1982; Капшай В.П., Кулешов С.П., Скачков Н.Б. ОИЯИ, P2-82-271, Дубна, 1982.
10. Newman C.B. et al. Phys.Rev.Letters, 1979, 42, p.951.
11. Fadeev N.G. et al. Phys.Lett., 1982, 117B, No.5, p.349-353.

Рукопись поступила в издательский отдел
10 января 1984 года

Крючков С.В. и др.

P2-84-10

Описание структурных функций π -мезона
в релятивистской теории связанных состояний

В рамках ковариантной гамильтоновой формулировки квантовой теории поля получены формулы для структурных функций π -мезона, который рассматривался как связанное состояние спинорных кварка и антикварка. Изучены скейлинговые свойства структурных функций и проведено сравнение их с экспериментальными данными.

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики ОИЯИ.

Препринт Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1984

Перевод О.С.Виноградовой

Kryuchkov S.V. et al.

P2-84-10

Description of π -Meson Structure Functions
in Relativistic Theory of Bound States

In the framework of covariant Hamiltonian formulation of quantum field theory the formulas for structure functions of π -meson are obtained. It is considered as the bound state of spinor quark and antiquark. Scaling properties of structure functions are investigated, and comparison with experimental data is performed.

The investigation has been performed at the Laboratory on Theoretical Physics, JINR.

Preprint of the Joint Institute for Nuclear Research, Dubna 1984