ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ
ДУБНА

Р2 - 8339

С.В.Голоскоков, С.П.Кулешов, В.К.Митрюшкин,
М.А.Смондырев

АСИМПТОТИЧЕСКИЙ МЕТОД РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЙ ДЛЯ ЧАСТИЦ СО СПИНАМИ. 2

1974

ЛАБОРАТОРИЯ
ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

P2 - 8339

С.В.Голоскоков, С.П.Кулешов, В.К.Митрюшкин,
М.А.Смондырев

АСИМПТОТИЧЕСКИЙ МЕТОД РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЙ ДЛЯ ЧАСТИЦ СО СПИНАМИ. 2

Направлено в ТМФ

Настоящая работа посвящена исследованию квазипотенциального рассеяния частиц со спинами 1/2 в пределе высоких энергий и фиксированных передач импульсов на основе развитого в работах [1,2] асимптотического метода.

1. Рассмотрим квазипотенциальное уравнение для волновой функции двух частиц со спинами 1/2 и массами m в системе центра масс [3]

$$[E-\hat{1}\otimes H(-i\vec{\nabla})-H(i\vec{\nabla})\otimes\hat{1}-\gamma_0\otimes\gamma_0\, g\tilde{V}(\vec{r};E)]\Psi(\vec{r})=0, \quad /1.1/$$

где

$$H(i\vec{\nabla})=m\gamma_0+i\vec{\alpha}\vec{\nabla}, \quad /1.2/$$

$$E=2\sqrt{m^2+\vec{p}^{\,2}}=2\sqrt{m^2+\vec{p}^{\,\prime 2}}=2\omega_p, \quad /1.3/$$

$\vec{p}$ и $\vec{p}^{\,\prime}$ - импульсы частицы в начальном и конечном состояниях, а $\hat{1}$ - единичная матрица 4×4.

Выберем квазипотенциал $V(\vec{r};E)$ в виде *

$$\tilde{V}(\vec{r};E)=\gamma_0\otimes\gamma_0\, V(\vec{r};E), \quad /1.4/$$

где $V(\vec{r};E)$ - скалярная функция.

---

* Отметим, что излагаемый в работе метод позволяет провести аналогичное рассмотрение для квазипотенциалов более общего вида.

Для решения уравнения /1.1/ представим шестнадцатикомпонентную величину $\Psi(\vec{r})$ в виде прямого произведения двух биспиноров

$$\Psi(\vec{r}) = \begin{pmatrix} \Psi_1 \\ \Psi_1' \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} \Psi_2 \\ \Psi_2' \end{pmatrix}, \qquad /1.5/$$

где Ψ_1, Ψ_1', Ψ_2, Ψ_2' - двухкомпонентные функции.

Введем далее восьмикомпонентные величины

$$\Phi(\vec{r}) = \begin{pmatrix} \Psi_1 \otimes \Psi_2 \\ \Psi_1' \otimes \Psi_2' \end{pmatrix}, \qquad /1.6/$$

$$\chi(\vec{r}) = \begin{pmatrix} \Psi_1 \otimes \Psi_2' \\ \Psi_1' \otimes \Psi_2 \end{pmatrix}. \qquad /1.7/$$

Тогда уравнение /1.1/ с потенциалом /1.4/ приводит к следующей системе:

$$(E - gV - 2m\hat{\gamma}_0)\Phi + i(\partial_1 - \partial_2)\chi = 0, \qquad /1.8/$$

$$(E - gV)\chi + i(\partial_1 - \partial_2)\Phi = 0, \qquad /1.9/$$

где использованы обозначения

$$\partial_1 = \begin{pmatrix} \vec{\sigma}^{(1)}\vec{\nabla} & 0 \\ 0 & \vec{\sigma}^{(1)}\vec{\nabla} \end{pmatrix}, \quad \partial_2 = \begin{pmatrix} 0 & \vec{\sigma}^{(2)}\vec{\nabla} \\ \vec{\sigma}^{(2)}\vec{\nabla} & 0 \end{pmatrix}, \qquad /1.10/$$

$$\hat{\gamma}_0 = \begin{pmatrix} \hat{1} & 0 \\ 0 & -\hat{1} \end{pmatrix}, \qquad /1.11/$$

$$\vec{\sigma}^{(1)} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \otimes \vec{\sigma}, \quad \vec{\sigma}^{(2)} = \vec{\sigma} \otimes \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \qquad /1.12/$$

а $\vec{\sigma}$ - обычные матрицы Паули.

Из /1.8/ следует

$$(\partial_1 + \partial_2)(E - gV - 2m\hat{\gamma}_0)\Phi = 0. \qquad /1.13/$$

Действуя на обе части /1.13/ оператором ∂_1, получим

$$(E - gV + 2m\hat{\gamma}_0)\partial_1\partial_2\Phi = g\partial_1\partial_2 V\Phi + g\partial_1 V\partial_2\Phi +$$

$$+ g\partial_2 V\partial_1\Phi - (E - gV - 2m\hat{\gamma}_0)\vec{\nabla}^2\Phi + g\vec{\nabla}^2 V\Phi + 2g\vec{\nabla}V\vec{\nabla}\Phi. \qquad /1.14/$$

Из /1.9/ вытекает

$$i(\partial_1 - \partial_2)\chi = \frac{(\partial_1 - \partial_2)gV}{(E - gV)^2}(\partial_1 - \partial_2)\Phi + \frac{1}{E - gV}(2\vec{\nabla}^2 - 2\partial_1\partial_2)\Phi \qquad /1.15/$$

Подставляя /1.15/ в /1.8/ и используя /1.14/, для Φ имеем

$$[(E - gV)^2 - 4m^2]\Phi + \frac{E - gV + 2m\hat{\gamma}_0}{(E - gV)^2}g(\partial_1 V - \partial_2 V)(\partial_1 - \partial_2)\Phi +$$

$$+ \frac{1}{E - gV}[(E - gV)2\vec{\nabla}^2\Phi - 2g\partial_1\partial_2 V\Phi - 2g\partial_1 V\partial_2\Phi -$$

$$-2g\partial_2 V\partial_1\Phi - 2g\vec{\nabla}^2 V\Phi - 4g\vec{\nabla}V\vec{\nabla}\Phi] = 0 \qquad /1.16/$$

или

$$(\vec{\nabla}^2 + p^2)\Phi = \hat{V}_{\text{эф}}\Phi , \qquad /1.17/$$

где

$$\hat{V}_{\text{эф.}} = \frac{1}{4}\left(2EgV - g^2V^2 + 2\frac{g\,\partial_1\partial_2 V + g\vec{\nabla}^2 V}{E - gV}\right) +$$

$$+ \frac{1}{4}\left[- \frac{E - gV + 2m\hat{\gamma}_0}{(E - gV)^2} g(\partial_1 V - \partial_2 V)(\partial_1 - \partial_2) + \right.$$

$$\left. + \frac{2g}{E - gV}(\partial_1 V\partial_2 + \partial_2 V\partial_1 + 2\vec{\nabla}V\vec{\nabla})\right]. \qquad /1.18/$$

С помощью /1.13/ $\hat{V}_{\text{эф.}}$ можно преобразовать к виду

$$\hat{V}_{\text{эф.}} = \frac{1}{4}\left\{ 2EgV - g^2V^2 + 2g\frac{\partial_1\partial_2 V + \nabla^2 V}{E - gV} + 2g^2\frac{\partial_1 V\partial_2 V + (\vec{\nabla}V)^2}{(E - gV)^2} + \right.$$

$$\left. + \frac{4}{(E - gV)(E - gV + 2m\hat{\gamma}_0)} g^2[\partial_1 V\partial_2 V + (\vec{\nabla}V)^2]\right\} +$$

$$+ \frac{1}{E - gV} g\vec{\nabla}V\vec{\nabla} - \frac{1}{E - gV + 2m\hat{\gamma}_0}(g\partial_1 V\partial_1 + g\partial_2 V\partial_2). \qquad /1.19/$$

Введем представление

$$\Phi = \begin{pmatrix} \Phi^{(+)} \\ \Phi^{(-)} \end{pmatrix} \qquad /1.20/$$

и для $\Phi^{(+)}(\vec{r})$ и $\Phi^{(-)}(\vec{r})$ получим систему уравнений

$$(\vec{\nabla}^2 + p^2)\Phi^{(+)} = \hat{V}^{(++)}\Phi^{(+)} + \hat{V}^{(+-)}\Phi^{(-)} , \qquad /1.21/$$

$$(\vec{\nabla}^2 + p^2)\Phi^{(-)} = \hat{V}^{(--)}\Phi^{(-)} + \hat{V}^{(-+)}\Phi^{(+)} , \qquad /1.22/$$

где

$$\hat{V}^{(++)} = \frac{1}{4}\left[2EgV - g^2V^2 + 2\frac{g\vec{\nabla}^2 V}{E - gV} + 2\frac{(g\vec{\nabla}V)^2}{(E - gV)^2} + 4\frac{(g\vec{\nabla}V)^2}{(E - gV)(E - gV + 2m)}\right] +$$

$$+ \left[\frac{1}{E - gV} g\vec{\nabla}V\vec{\nabla} - \frac{g}{E - gV + 2m}(\vec{\sigma}^{(1)}\vec{\nabla}V\vec{\sigma}^{(1)}\vec{\nabla} + \vec{\sigma}^{(2)}\vec{\nabla}V\vec{\sigma}^{(2)}\vec{\nabla})\right], \qquad /1.23/$$

$$\hat{V}^{(+-)} = \frac{g}{2(E - gV)}\vec{\sigma}^{(1)}\vec{\nabla}\vec{\sigma}^{(2)}\vec{\nabla}V + \frac{3E - 3gV + 2m}{2(E - gV)^2(E - gV + 2m)} g^2\vec{\sigma}^{(1)}\vec{\nabla}V\vec{\sigma}^{(2)}\vec{\nabla}V, \qquad /1.24/$$

$$\hat{V}^{(--)} = \frac{1}{4}\left[2EgV - g^2V^2 + 2\frac{g\vec{\nabla}^2 V}{E - gV} + 2\frac{(g\vec{\nabla}V)^2}{(E - gV)^2} + 4\frac{(g\vec{\nabla}V)^2}{(E - gV)(E - gV - 2m)}\right] +$$

$$+ \left[\frac{1}{E - gV} g\vec{\nabla}V\vec{\nabla} - \frac{g}{E - gV - 2m}(\vec{\sigma}^{(1)}\vec{\nabla}V\vec{\sigma}^{(1)}\vec{\nabla} + \vec{\sigma}^{(2)}\vec{\nabla}V\vec{\sigma}^{(2)}\vec{\nabla})\right], \qquad /1.25/$$

$$\hat{V}^{(-+)} = \frac{g}{2(E-gV)}\vec{\sigma}^{(1)}\vec{\nabla}\vec{\sigma}^{(2)}\vec{\nabla}V + \frac{3E-3gV-2m}{2(E-gV)(E-gV-2m)}g^2\vec{\sigma}^{(1)}\vec{\nabla}V\vec{\sigma}^{(2)}\vec{\nabla}V. \qquad /1.26/$$

Из /1.13/ следует

$$\vec{\sigma}^{(1)}\vec{\nabla}(E-gV-2m)\Phi^{(+)} + \vec{\sigma}^{(2)}\vec{\nabla}(E-gV+2m)\Phi^{(-)} = 0, \qquad /1.27/$$

$$\vec{\sigma}^{(1)}\vec{\nabla}(E-gV+2m)\Phi^{(-)} + \vec{\sigma}^{(2)}\vec{\nabla}(E-gV-2m)\Phi^{(+)} = 0. \qquad /1.28/$$

Исключая с помощью /1.21/, /1.27/ и /1.28/ $\Phi^{(-)}$ из /1.22/, получим уравнение для функции

$$(\vec{\nabla}^2 + p^2)\Phi^{(+)} = \overset{\approx}{V}\Phi^{(+)}, \qquad /1.29/$$

где

$$\overset{\approx}{V}(\vec{r};\vec{\nabla}) = \hat{V}^{(++)} + (p^2+A)^{-1}\Big[B + \frac{E-gV-2m}{E-gV+2m}\hat{V}^{(+-)}\vec{\sigma}^{(1)}\vec{\nabla}\vec{\sigma}^{(2)}\vec{\nabla} +$$

$$+ \frac{-E+gV+2m}{(E-gV)(E-gV+2m)}g\vec{\nabla}V\vec{\nabla}(\vec{\nabla}^2 + p^2 - \hat{V}^{(++)})\Big], \qquad /1.30/$$

$$A = \frac{g\vec{\nabla}^2V - 2(\hat{V}^{(+-)})^{-1}g\vec{\nabla}V\vec{\nabla}\hat{V}^{(+-)}}{E-gV+2m} + \frac{2g^2(\vec{\nabla}V)^2}{(E-gV)^2-4m^2} +$$

$$+ \frac{(\hat{V}^{(+-)})^{-1}g\vec{\nabla}V\vec{\nabla}\hat{V}^{(+-)}}{E-gV} - \frac{1}{4}\Big[2EgV - g^2V^2 + \frac{2g\vec{\nabla}^2V}{E-gV} + 2\frac{(g\vec{\nabla}V)^2}{(E-gV)^2} +$$

$$+ 4\frac{(g\vec{\nabla}V)^2}{(E-gV)(E-gV-2m)}\Big], \qquad /1.31/$$

$$B = \frac{g\vec{\sigma}^{(1)}\vec{\nabla}\vec{\sigma}^{(2)}\vec{\nabla}V}{E-gV+2m}\hat{V}^{(+-)} - \frac{2g^2}{(E-gV)^2-4m^2}\vec{\sigma}^{(1)}\vec{\nabla}V\vec{\sigma}^{(2)}\vec{\nabla}V\hat{V}^{(+-)} +$$

$$+ \hat{V}^{(+-)}\hat{V}^{(-+)}. \qquad /1.32/$$

Ищем решение уравнения /1.29/ в виде

$$\Phi^{(+)}(\vec{r}) = e^{i\vec{p}\vec{r}}e^{W(\vec{r};\vec{p})}\Phi_0^{(+)}(\vec{p}), \qquad /1.33/$$

где

$$\Phi_0(\vec{p}) = \phi_0\Big(\frac{\vec{p}}{|\vec{p}|}\Big) \otimes \phi_0\Big(-\frac{\vec{p}}{|\vec{p}|}\Big), \qquad /1.34/$$

а $\phi_0 \equiv \phi_0^{\lambda}$ - обычные спиноры, описывающие свободные частицы со спиральностью λ.

Из /1.29/ для функции e^W получаем

$$(\vec{\nabla}^2 + 2i\vec{p}\vec{\nabla})e^W = \overset{\approx}{V}(\vec{r};\vec{\nabla} + i\vec{p})e^W \qquad /1.35/$$

или

$$e^{W(\vec{r};\vec{p})} = 1 + \frac{1}{(2\pi)^3}\int d\vec{q}\,d\vec{r}\,'e^{iq(\vec{r}-\vec{r}\,')}K(\vec{q})\times$$

$$\times\overset{\approx}{V}(\vec{r}\,';\vec{\nabla} + i\vec{p})e^{W(\vec{r}\,';\vec{p})}, \qquad /1.36/$$

где

$$K = -\frac{1}{2\vec{p}\vec{q} + \vec{q}^{\,2} - i\epsilon}. \qquad /1.37/$$

Представим $W(\vec{r};\vec{p})$ в виде ряда по степеням эффективного потенциала $\overset{\approx}{V}(\vec{r};\vec{\nabla})$:

$$W = \sum_n \tilde{g}^n \, W_n , \qquad /1.38/$$

где $\tilde{g}$ - параметр, который введен для удобства и в конечном ответе будет приравнен к единице.

Будем искать W_n последовательными итерациями. Тогда из /1.36/ найдем

$$W_1 = \frac{1}{(2\pi)^3} \int d\vec{q}\, d\vec{r}\, e^{i\vec{q}(\vec{r}-\vec{r}\,')} K(\vec{q}) \tilde{\tilde{V}} (\vec{r}\,'; \vec{\nabla} + i\vec{p}) \times 1 , \qquad /1.39/$$

$$W_2 = -\frac{1}{2} W_1^2 + \frac{1}{(2\pi)^3} \int d\vec{q}\, d\vec{r}\,' e^{i\vec{q}(\vec{r}-\vec{r}\,')} K(\vec{q}) \times$$

$$\times \tilde{\tilde{V}} (\vec{r}\,'; \vec{\nabla} + i\vec{p}) W_1 (\vec{r}\,'; \vec{p}), \qquad /1.40/$$

и т.д.

2. Выберем $\vec{p}$ и $\vec{p}\,'$ такие, что

$$\vec{p} = (-\frac{\vec{\Delta}_\perp}{2}, p_z),$$

$$\vec{p}\,' = (\frac{\vec{\Delta}_\perp}{2}, p_z), \qquad /2.1/$$

где $\vec{\Delta}_\perp = \vec{p}\,' - \vec{p}$ - передача импульса.

Разлагая $K(\vec{q})$ и $\tilde{\tilde{V}}(\vec{r}; \vec{\nabla} + i\vec{p})$ в ряд по степеням $\frac{1}{p_z} \equiv \frac{1}{p}$, получим

$$K(\vec{q}) = -\frac{1}{2p(q_z - i\epsilon)} + \frac{\vec{q}^{\,2} - \vec{q}_\perp \vec{\Delta}_\perp}{4p^2(q_z - i\epsilon)^2} + \dots , \qquad /2.2/$$

$$\tilde{\tilde{V}}(\vec{r}; \vec{\nabla} + i\vec{p}) = gpV - \frac{i}{2} g (\vec{\sigma}^{(1)} \vec{\nabla} V \sigma_z^{(1)} + \vec{\sigma}^{(2)} \vec{\nabla} V \sigma_z^{(2)}) -$$

$$- \frac{g}{4p} \vec{\sigma}^{(1)} \vec{\nabla} \vec{\sigma}^{(2)} \vec{\nabla} V \sigma_z^{(1)} \sigma_z^{(2)} - \frac{1}{4} g^2 V^2 + \frac{i}{2} g \partial_z V + \dots /2.3/$$

Отметим, что в данном разложении мы учли наряду с главным и первым поправочным членом также и член более высокого порядка малости по $\frac{1}{p}$, а именно, $-\frac{1}{4p} g \vec{\sigma}^{(1)} \vec{\nabla} \vec{\sigma}^{(2)} \vec{\nabla} V \sigma_z^{(1)} \sigma_z^{(2)}$, который, как будет показано ниже, определяет двойной переворот спина.

Используя /2.1/-/2.3/, $W_1(\vec{r}; \vec{p})$ и $W_2(\vec{r}; \vec{p})$ можно представить в виде

$$W_1 = W_{10} + \frac{1}{p} W_{11} + \dots , \qquad /2.4/$$

$$W_2 = \frac{1}{p} W_{20} + \dots , \qquad /2.5/$$

где

$$W_{10} = \frac{g}{2i} \int_{-\infty}^{z} dz \, V(\sqrt{z^2 + \vec{r}_\perp^{\,2}}; E), \qquad /2.6/$$

$$\frac{1}{p} W_{11} = \frac{g}{2p} V - \frac{\vec{\nabla}_\perp^2 - i\vec{\Delta}_\perp \vec{\nabla}_\perp}{4p} \int_{-\infty}^{z} dz\,'(z\,' - z) g V +$$

$$+ \frac{1}{2pi} \int_{-\infty}^{z} dz\,' [-\frac{ig}{2} (\vec{\sigma}^{(1)} \vec{\nabla} V \sigma_z^{(1)} + \vec{\sigma}^{(2)} \vec{\nabla} V \sigma_z^{(2)}) -$$

$$- \frac{1}{4p} g \vec{\sigma}^{(1)} \vec{\nabla} \vec{\sigma}^{(2)} \vec{\nabla} V \sigma_z^{(1)} \sigma_z^{(2)} - \frac{1}{4} g^2 V^2] , \qquad /2.7/$$

$$\frac{1}{p} W_{20} = \frac{1}{8pi} \int_{-\infty}^{z} dz' \, [g^2 V^2 + (\vec{\nabla}_\perp \int_{-\infty}^{z'} dz'' g V)^2]. \qquad /2.8/$$

В пределе

$$p_z \to \infty, \qquad \vec{\Delta}_\perp \text{ -фиксировано,} \qquad /2.9/$$

при $g \sim \mathrm{const}$ главный вклад дает $W_{10}(\vec{r}, \vec{p})$, а остальные члены - поправки. Следовательно, e^W можно представить как

$$e^W = e^{W_{10}} \, [1 + \frac{1}{p} W_{11} + \frac{1}{p} W_{20} + O(\frac{1}{p^2})]. \qquad /2.10/$$

Установим теперь связь между четырехкомпонентной функцией $\Psi(\vec{q})$ и амплитудой рассеяния.

Амплитуда $G_1^{(+)}$ связана с шестнадцатикомпонентной функцией $\Psi(\vec{q})$ соотношением /3/

$$\Psi(\vec{q}) = \Psi_0(\vec{p}) \delta(\vec{p} - \vec{q}) + F(\vec{q}) G_1^{(+)}(\vec{q}, \vec{p}), \qquad /2.11/$$

где

$$F(\vec{q}) = [E - \hat{1} \otimes H(\vec{q}) - H(-\vec{q}) \otimes \hat{1}]^{-1} \; \gamma_0 \otimes \gamma_0, \qquad /2.12/$$

$$\Psi_0(\vec{p}) = U(\vec{p}) \otimes U(-\vec{p}), \qquad /2.13/$$

а $U(\vec{p}) = U^{\lambda}(\vec{p})$ - обычный биспинор, соответствующий свободной частице со спиральностью λ /4/.

Нетрудно видеть тогда, что $F(\vec{q})$ можно представить в виде

$$F(\vec{q}) = \frac{E^2 + E[\hat{1} \otimes H(\vec{q}) + H(-\vec{q}) \otimes \hat{1}] - 2\omega_q^2 + 2H(\vec{q}) \otimes H(-\vec{q})}{4E(\vec{p}^2 - \vec{q}^2)} \gamma_0 \otimes \gamma_0. \qquad /2.14/$$

Введем величину $G^{(+)}(\vec{q}, \vec{p})$, равную

$$G^{(+)}(\vec{q}, \vec{p}) = \frac{E^2 + E[\hat{1} \otimes H(\vec{q}) + H(-\vec{q}) \otimes \hat{1}] - 2\omega_q^2 + 2H(\vec{q}) \otimes H(-\vec{q})}{4E} \times$$

$$\times \gamma_0 \otimes \gamma_0 \; G_1^{(+)}(\vec{q}, \vec{p}). \qquad /2.15/$$

При этом на энергетической поверхности

$$|\vec{p}|^2 = |\vec{p}'|^2 = \frac{E^2 - 4m^2}{4} \qquad /2.16/$$

будем иметь

$$U^*(\vec{p}') \otimes U^*(-\vec{p}') G^{(+)}(\vec{p}'; \vec{p}) = \frac{E}{2} \bar{U}(\vec{p}') \otimes \bar{U}(-\vec{p}') G_1^{(+)}(\vec{p}', \vec{p}). \qquad /2.17/$$

Из /2.15/ и /2.11/ следует

$$\Psi(\vec{q}) = \Psi_0(\vec{p}) \delta(\vec{q} - \vec{p}) + \frac{1}{\vec{p}^2 - \vec{q}^2} G^{(+)}(\vec{q}, \vec{p}). \qquad /2.18/$$

Учитывая /2.18/, из /1.1/ в пределе $|r| \to \infty$ получим

$$[E - \hat{1} \otimes H(\vec{p}') - H(-\vec{p}') \otimes 1] \, G^{(+)}(\vec{p}', \vec{p}) = 0. \qquad /2.19/$$

Отсюда следует, что $G^{(+)}(\vec{p}', \vec{p})$ можно представить в виде

$$G^{(+)}(\vec{p}', \vec{p}) = \begin{pmatrix} F \\ \\ \dfrac{\vec{\sigma}\vec{p}'}{\omega_p + m} F \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} G \\ \\ -\dfrac{\vec{\sigma}\vec{p}'}{\omega_p + m} G \end{pmatrix} \frac{\omega_p + m}{2\omega_p}, \qquad /2.20/$$

где F и G - двухкомпонентные величины.

Определяя $T(\vec{p}', \vec{p})$ с помощью выражения

$$T(\vec{p}', \vec{p}) \, \Phi_0^{(+)}(\vec{p}) = F \otimes G, \qquad /2.21/$$

из /2.20/ получаем соотношение

$$\bar{U}(\vec{p}') \otimes \bar{U}(-\vec{p}') G^{(+)}(\vec{p}', \vec{p}) = \Phi_0^{(+)*}(\vec{p}) \, T(\vec{p}', \vec{p}) \, \Phi_0^{(+)}(\vec{p}), \qquad /2.22/$$

которое означает, что матричный элемент амплитуды сводится к матричному элементу 4×4 от $T(\vec{p}', \vec{p})$.

Используя /1.6/, /1.2O/ и /2.11/, получим стандартную связь между $\Phi^{(+)}(\vec{r})$ и четырехкомпонентной амплитудой $T(\vec{p}\,',\vec{p})$

$$\Phi^{(+)}(\vec{r}) = \Phi_0^{(+)}(\vec{p})e^{i\vec{p}\vec{r}} + \frac{e^{ipr}}{r} T(\vec{p}\,',\vec{p})\,\Phi_0^{(+)}(\vec{p}), \qquad /2.23/$$

где

$$T(\vec{p}\,',\vec{p})\,\Phi_0^{(+)}(\vec{p}) = -\frac{1}{4\pi}\int d\vec{r}\, e^{-i\vec{p}\,'\vec{r}}\, \tilde{\tilde{V}}(\vec{r};\vec{\nabla})\,\Phi^{(+)}(\vec{r}) =$$

$$= -\frac{1}{4\pi}\int d\vec{r}\, e^{-i\vec{\Delta}_\perp \vec{r}_\perp}\, \tilde{\tilde{V}}(\vec{r};\vec{\nabla}+i\vec{p})\, e^{W(\vec{r};\vec{p})}\,\Phi_0(\vec{p}). \qquad /2.24/$$

Подставляя в /2.24/ разложения /2.3/ и /2.1O/, где W_{10}, W_{11} и W_{20} определены формулами /2.6/-/2.8/, наконец, получаем

$$T = T_1 + T_2 + T_3, \qquad /2.25/$$

где амплитуда без переворота спина

$$T_1 = \frac{p}{2\pi i}\int d\vec{r}_\perp e^{-i\vec{\Delta}_\perp \vec{r}_\perp}\{\exp[\frac{g}{2i}\int_{-\infty}^{\infty} dz\, V(\sqrt{z^2+\vec{r}_\perp^{\,2}};E)] - 1\} +$$

$$+\frac{1}{4\pi}\int d\vec{r}_\perp e^{-i\vec{\Delta}_\perp \vec{r}_\perp} \exp[\frac{g}{2i}\int_{-\infty}^{\infty} dz\, V(\sqrt{z^2+\vec{r}_\perp^{\,2}};E)]\int_{-\infty}^{\infty} dz'\,\frac{g^2}{4}V^2(\sqrt{z'^2+\vec{r}_\perp^{\,2}};E) -$$

$$-\frac{1}{4\pi}\int d\vec{r}\, e^{-i\vec{\Delta}_\perp \vec{r}_\perp}\exp[\frac{g}{2i}\int_{-\infty}^{z} dz'\, V(\sqrt{z'^2+\vec{r}_\perp^{\,2}};E)] \times$$

$$\times\{\frac{1}{4}g^2V^2(\sqrt{z^2+\vec{r}_\perp^{\,2}};E) - \frac{1}{4}gV(\sqrt{z^2+\vec{r}_\perp^{\,2}};E)(\vec{\nabla}_\perp^2 - i\vec{\Delta}_\perp\vec{\nabla}_\perp) \times$$

$$\times\int_{-\infty}^{z} dz'(z'-z)\,gV(\sqrt{z'^2+\vec{r}_\perp^{\,2}};E) + gV(\sqrt{z^2+\vec{r}_\perp^{\,2}};E)\,\frac{1}{8i} \times$$

$$\times[\int_{-\infty}^{z} dz'\,g^2V^2(\sqrt{z'^2+\vec{r}_\perp^{\,2}};E) + \int_{-\infty}^{z} dz'(\vec{\nabla}_\perp\int_{-\infty}^{z'} dz''\,gV(\sqrt{z''^2+\vec{r}_\perp^{\,2}};E))^2]\}, \qquad /2.26/$$

амплитуда с переворотом спина

$$T_2 = -\frac{1}{4\pi}\int d\vec{r}_\perp e^{-i\vec{\Delta}_\perp \vec{r}_\perp}\exp[\frac{g}{2i}\int_{-\infty}^{\infty} dz\, V(\sqrt{z^2+\vec{r}_\perp^{\,2}};E)] \times$$

$$\times\int_{-\infty}^{\infty} dz\,\frac{g}{2i}(\vec{\sigma}_\perp^{(1)}\vec{\nabla}_\perp V\sigma_z^{(1)} + \vec{\sigma}_\perp^{(2)}\vec{\nabla}_\perp V\sigma_z^{(2)}), \qquad /2.27/$$

амплитуда с двойным переворотом спина

$$T_3 = \frac{1}{4\pi}\int d\vec{r}_\perp e^{-i\vec{\Delta}_\perp \vec{r}_\perp}\exp[\frac{g}{2i}\int_{-\infty}^{\infty} dz\, V(\sqrt{z^2+\vec{r}_\perp^{\,2}};E)] \times$$

$$\times\frac{g}{4p}\int_{-\infty}^{\infty} dz\,\vec{\sigma}_\perp^{(1)}\vec{\nabla}_\perp\vec{\sigma}_\perp^{(2)}\vec{\nabla}_\perp V(\sqrt{z^2+\vec{r}_\perp^{\,2}};E)\,\sigma_z^{(1)}\sigma_z^{(2)}. \qquad /2.28/$$

В заключение авторы считают своим приятным долгом выразить глубокую благодарность Н.Н.Боголюбову и А.Н.Тавхелидзе за интерес к работе и ценные замечания, а также В.А.Матвееву, В.А.Мещерякову, М.В.Савельеву, А.Н.Сисакяну, Н.Б.Скачкову и Р.Н.Фаустову за стимулирующие и плодотворные дискуссии.

Литература

1. *С.П.Кулешов, В.А.Матвеев, А.Н.Сисакян, М.А.Смондырев. ТМФ, 14, 325 /1973/.*
2. *С.В.Голоскоков, С.П.Кулешов, В.К.Митрюшкин, М.А.Смондырев. ОИЯИ, Р2-8338, Дубна, 1974.*
3. *А.А.Хелашвили. ОИЯИ, Р2-4327, Дубна, 1969.*
4. *Н.Н.Боголюбов, Д.В.Ширков. Введение в теорию квантованных полей. "Наука", М., 1973.*

Рукопись поступила в издательский отдел 23 октября 1974 года.