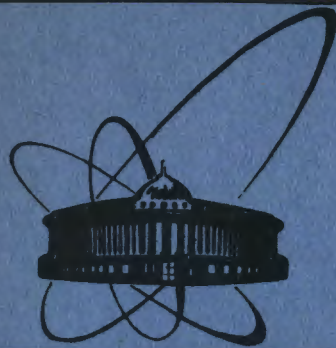


12/III-84



ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ
ДУБНА

1299/84

P2-83-843

Ю.П.Иванов, С.Г.Коваленко

О ВЕЛИЧИНЕ ПАРАМЕТРА Δ .
МОДЕЛЬНО-НЕЗАВИСИМАЯ ФОРМУЛИРОВКА
ПРЕДСКАЗАНИЙ КХД
ДЛЯ ГЛУБОКОНЕУПРУГОГО РАССЕЯНИЯ

Направлено в журнал "Ядерная физика"

1983

ВВЕДЕНИЕ

По существующему мнению, квантовая хромодинамика /КХД/ прочно заняла место всеобъемлющей теории сильных взаимодействий элементарных частиц. В настоящее время не существует теории, способной сколько-нибудь серьезно конкурировать с КХД.

И все же, каков ее экспериментальный статус? Настолько ли он прочен? В частности, согласуются ли предсказания КХД с обширным массивом экспериментальных данных по глубоконеупругому рассеянию, которым мы располагаем. К настоящему моменту, к сожалению, утвердительный ответ на последний вопрос отражает скорее всеобщую приверженность к калибровочным теориям, чем действительное положение вещей. Правильнее было бы сказать, что окончательный и однозначный ответ пока не получен. Во всяком случае, предстоит разрешить немало весьма серьезных вопросов. Ниже мы затронем лишь один из них, а именно: модельную зависимость результатов сравнения предсказаний КХД с экспериментальными данными. Среди остальных наиболее известны все еще весьма остро стоящие вопросы о степенных поправках и слабой сходимости рядов теории возмущений по бегущей константе кварк-глюонного взаимодействия $\alpha_s(Q^2)$.

Напомним основные предсказания КХД для структурных функций $F_k(x, Q^2)$ глубоконеупругого рассеяния лептонов /ГНР/. Это уравнения эволюции по переменной Q^2 /ЗУ/. Рассмотрим для простоты лишь эволюцию несинглетных компонент структурных функций $F_k^{NS}(x, Q^2)$ в лидирующем порядке по $\alpha_s(Q^2)$:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{df(x, s)}{ds} = \int_x^1 \frac{dy}{y} P\left(\frac{x}{y}\right) f(y, s), \\ f(x, 0) = f^{IC}(x), \end{array} \right. \quad /B.1/$$

где

$$f(x, s) = F_{1,3}(x, Q^2), \quad F_2(x, Q^2)/x; \quad /B.2/$$

$$s = \frac{2}{\beta_0} \ln \frac{\alpha_s(Q_0^2)}{\alpha_s(Q^2)}; \quad /B.3/$$

Q_0^2 - точка нормировки эволюционной переменной s . Явный вид функции расщепления $P(x)$, а также $\alpha_s(Q^2)$ и β_0 дан в приложении А.

Уравнения эволюции, записанные в форме /В.1/, известны как уравнения Липатова-Алтарелли-Паризи^{1/} /ЛАП/. От этих уравнений легко перейти к алгебраическим уравнениям для моментов $\langle f \rangle_n$ структурной функции $f(x, s)$:

$$\langle f(s) \rangle_n = \langle f^{IC} \rangle_n \cdot e^{\langle P \rangle_n \cdot s}, \quad /B.4/$$

по определению,

$$\langle f(s) \rangle_n \equiv \int_0^1 dx \cdot x^{n-1} \cdot f(x, s). \quad /B.5/$$

Отметим тот факт, что уравнения /В.1/ и /В.4/ математически эквивалентны. Как видно, для их решения необходимо знать начальные условия $f^{IC}(x)$, то есть структурную функцию при $Q^2 = Q_0^2$ ($s = 0$). Эти величины не могут быть вычислены методами теории возмущений и в рамках КХД остаются пока неопределенными. Подчеркнем, что такого рода неопределенности - результат отсутствия адекватных методов работы с КХД в масштабах характерных адронных размеров. Так или иначе, для проверки предсказаний КХД необходимо задать $f^{IC}(x)$ и решить уравнения /В.1/ или /В.4/. На данном этапе необходимо привлечение моделей, определяющих вид этой функции феноменологически. Таким образом, результаты сравнения предсказаний КХД с экспериментальными данными оказываются зависящими от типа используемой модели. Велика ли эта зависимость? Если да, то нельзя ли ее устранить или хотя бы ослабить?

Казалось бы, ответ очевиден. Не будем апеллировать ни к одной модели, а прямо подберем такую функцию $f^{IC}(x) = f(x, Q_0^2)$, чтобы она проходила по экспериментальным точкам. Иначе говоря, извлечем ее непосредственно из экспериментальных данных. Однако такая процедура неоднозначна. Совершенно различные функции могут одинаково хорошо идти по точкам, но значительно различаться в кинематической области, где точек нет. Следовательно, в этом подходе выделяется не одна, а целый класс функций. В принципе, его можно сузить путем дальнейших экспериментальных измерений. Однако полностью исправить произвол невозможно. Существуют области, которые в силу своей специфики практически выпадают из экспериментальных данных. Таковыми являются области близ границ физической области $x \in [0, 1]$. Ввиду кинематических ограничений экспериментальное продвижение в направлении предельных точек $x \rightarrow 0, 1$ крайне затруднено, не говоря уже о том, что вопрос об асимптотическом поведении $f(x, Q^2)$ экспериментально неразрешим. Итак, в подобном подходе модельная зависимость результатов сравнения предсказаний КХД с экспериментальными данными остается. Пренебречь этой зависимостью можно только в том случае, если предсказания не будут содержать вклада областей, где нет данных для $f(x, Q^2)$. Между тем в уравнениях /В.1/ и /В.4/

такой вклад присутствует. Он отвечает области больших значений x , включая граничную точку $x = 1$. Выяснить, насколько существенны указанные обстоятельства, - одна из целей настоящей работы. С точки зрения обсуждаемых вопросов область больших x обладает и другими негативными свойствами. Именно здесь становятся существенными плохо контролируемые высшие $\alpha_s(Q^2)$ - и $1/Q^2$ -поправки, неограниченно растущие с увеличением x . Таким образом, начиная с некоторого значения x асимптотически свободная теория возмущений перестает работать. Кроме того, область больших x - это область резонансов. Учет вклада в рамках КХД пока весьма неоднозначен. Поэтому экспериментально наблюдаемое в данной области поведение структурной функции $f^3(x, Q^2)$ чрезвычайно трудно связать с поведением функции $f(x, Q^2)$, фигурирующей в уравнениях /В.1/, /В.4/. Напомним, что $f(x, Q^2)$ есть асимптотическая форма структурной функции в пределе больших значений Q^2 .

Итак, было бы весьма желательно исключить из рассмотрения область $x \rightarrow 1$ или сделать соотношения КХД в ГНР малочувствительными к ней. По существу, речь идет о новой формулировке предсказаний КХД для структурных функций.

Можно дать различные математически эквивалентные формулировки предсказаний КХД, более или менее удобные для экспериментальной проверки. Распространены только две из них: в виде ЗУ для структурных функций и их моментов. Они нами уже обсуждены. В /5/ нами предложена иная формулировка предсказаний КХД, основанная на использовании так называемых локализованных моментов.

Введем величину $\bar{f} = \int_0^1 dx R(x) f(x)$. Назовем \bar{f} локализованным моментом функции $f(x)$, если $(\int_0^1 dx R(x) f(x) / \int_0^1 dx R(x) f(x)) \ll 1$. Реально интервал $[a, b] \subset [0, 1]$ должен покрывать область, наиболее насыщенную экспериментальными точками. В разделе 1 получены локализованные моменты в рамках КХД и определены уравнения, которым они удовлетворяют. В разделе 2 проведен анализ экспериментальных данных по глубоконеупругому рассеянию μ -мезонов на водороде. Обсуждается экспериментальный статус КХД и величина фундаментального параметра Λ .

1. ЛОКАЛИЗОВАННЫЕ МОМЕНТЫ В КХД

Предлагается следующий путь решения сформулированной задачи. Будем исходить из уравнения ЛАП /В.1/. Применим к обеим его частям интегральное преобразование:

$$\langle f \rangle_n^{(m)} = \int_0^1 dx \cdot x^{n-1} \cdot \ln^m x \cdot f(x). \quad /1.1/$$

Отмечая, что

$$\frac{d^m \langle f \rangle_n}{dn^m} = \frac{d^m}{dn^m} \int_0^1 dx \cdot x^{n-1} \cdot f(x) = \int_0^1 dx \cdot x^{n-1} \ln^m x f(x) = \langle f \rangle_n^{(m)},$$

приходим к следующему соотношению:

$$\langle f(s) \rangle_n^{(m)} = \sum_{k=0}^m C_n^k \langle f(0) \rangle_n^{(k)} (e^{\langle P \rangle_n \cdot s})^{(m-k)} \quad /1.2/$$

Величины $\langle f \rangle_n^{(m)}$ являются вспомогательными локализованными моментами. Основной вклад в значение $\langle f \rangle_n^{(m)}$ дает область интегрирования вблизи точки $x = m/(n-1)$. Нежелательный вклад окрестностей грани физической области $x = 0,1$ подавлен тем сильнее, чем больше n и m . Введение такого подавления и является нашей целью. Между тем соотношение /1.2/ содержит плохо локализованные моменты $\langle f \rangle_n^{(m)}$ с малыми $0 \leq m \leq \ell$ / ℓ - некоторая требуемая минимальная степень локализации/. Исключим их с помощью простой алгебраической процедуры. Составим систему из ℓ уравнений, каждое из которых есть уравнение /1.2/ при разных значениях индекса $m = \ell \div (2\ell - 1)$:

$$\begin{cases} \langle f(s) \rangle_n^{(\ell)} = \sum_{k=0}^{\ell} C_{\ell}^k \langle f(0) \rangle_n^{(k)} (e^{\langle P \rangle_n \cdot s})^{(\ell-k)}, \\ \langle f(s) \rangle_n^{(2\ell-1)} = \sum_{k=0}^{2\ell-1} C_{2\ell-1}^k \langle f(0) \rangle_n^{(k)} (e^{\langle P \rangle_n \cdot s})^{(2\ell-1-k)}. \end{cases}$$

Выразим отсюда ℓ плохо локализованных моментов $\langle f(0) \rangle_n^{(k)}$ с индексами $k = 0 \div (\ell - 1)$ через сильно локализованные моменты $\langle f(s) \rangle_n^{(k)}$, $\langle f(0) \rangle_n^{(k)}$ с индексами $k \geq \ell$. Найденные выражения подставим в /1.2/ с $m = 2\ell$. В результате получим уравнение

$$\langle f(s) \rangle_n^{(2\ell)} - \sum_{k=\ell}^{2\ell-1} R_n^{\ell,k}(s) \langle f(s) \rangle_n^{(k)} = \langle f(0) \rangle_n^{(2\ell)} - \sum_{k=\ell}^{2\ell-1} R_n^{\ell,k}(-s) \langle f(0) \rangle_n^{(k)} e^{\langle P \rangle_n \cdot s} \quad /1.3/$$

В нем не содержится плохо локализованных моментов. Явный вид $R_n^{\ell,k}(s)$ - дробно-рациональных функций s дан в приложении Б. Соотношение /1.3/ удобно переписать в виде

$$\int_0^1 dx \mathcal{R}_n^{\ell}(x, s) \cdot f(x, s) = \int_0^1 dx \mathcal{Q}_n^{\ell}(x, s) \cdot f(x, 0), \quad /1.4/$$

где

$$\mathcal{R}_n^{\ell}(x, s) = x^{n-1} \left[\ln^{\ell} x - \sum_{k=\ell}^{2\ell-1} \ln^k x \cdot R_n^{\ell,k}(s) \right], \quad \mathcal{Q}_n^{\ell}(x, s) = \mathcal{R}_n^{\ell}(x, -s) e^{\langle P \rangle_n \cdot s}.$$

Рис.1. Оценка эффективного интервала x по максимумам крайних членов: I - $m = 2\ell$, $x_{\min} = e^{-2a}$, II - $m = \ell$, $x_{\max} = e^{-a}$, $a = \ell/(n-1)$.

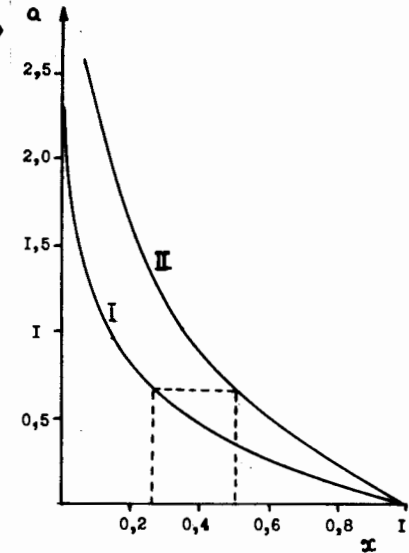
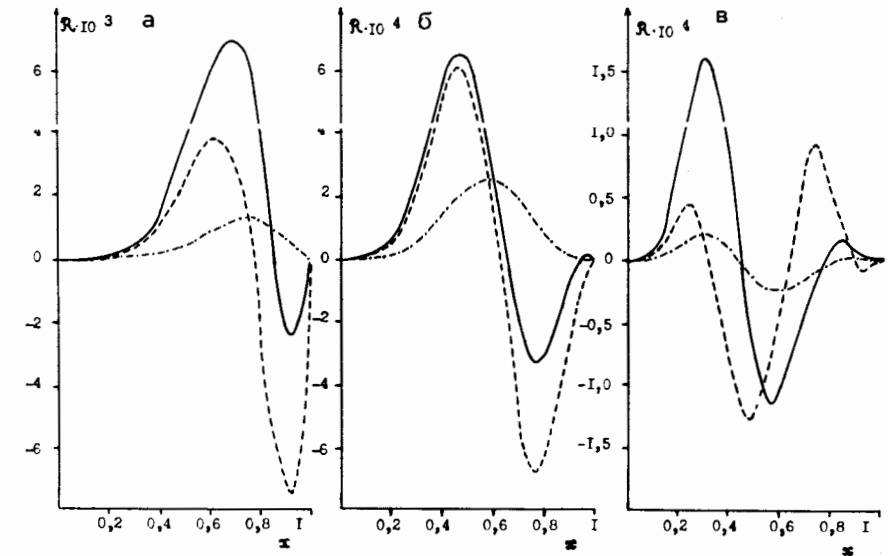


Рис.2. Зависимости $\mathcal{R}_n^{\ell}(x, s)$ и $\mathcal{Q}_n^{\ell}(x, s)$ от x при $n = 8$ и $\ell = 1/a$, $\ell = 2/6$, $\ell = 3/5$. Сплошная кривая - $\mathcal{R}_n^{\ell}(x, 0) = \mathcal{Q}_n^{\ell}(x, 0)$, пунктирная - $\mathcal{R}_n^{\ell}(x, s)$ и штрихпунктирная - $\mathcal{Q}_n^{\ell}(x, s)$ для $s = 0,4$.



Основной вклад в уравнение /1.4/ дает интервал интегрирования

$e^{-2\ell/(n-1)} \leq x \leq e^{-\ell/(n-1)}$. Соответствующим выбором ℓ и n можно выделить любой интересующий нас интервал внутри физической области x . На рис.1 приведен график, представляющий алгоритм этого выбора, а на рис.2 - \mathcal{R}_n^{ℓ} и \mathcal{Q}_n^{ℓ} для некоторых ℓ , n и s .

Формулы /1.1/, /1.3/, /1.4/ дают искомое решение поставленной задачи. Мы получили локализованные моменты, не чувствительные к поведению функции $f(x, s)$ вне заданного интервала по x , и установили уравнения, которым они удовлетворяют в КХД.

В заключение раздела сделаем следующее замечание. Изложенный метод подавления области больших x в рамках КХД оказывается едва ли не единственно приемлемым. Так, например, добиться того же результата путем каких-то алгебраических манипуляций с уравнениями /В.1/ и /В.4/ невозможно /см. приложение В/.

2. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ДАННЫЕ И ЗНАЧЕНИЕ Λ . РЕЗУЛЬТАТЫ ПОДХОДА

Перейдем к сравнению предсказаний КХД с экспериментальными данными. Наша основная цель будет состоять в определении величины параметра Λ , характеризующего интенсивность кварк-глюонного взаимодействия на малых расстояниях.

1. Начнем с обычной формулировки /В.4/, использующей моменты /В.3/. Напомним общепринятую схему анализа данных. Прежде всего требуется установить экспериментальные значения моментов $\langle f_i \rangle_n$ при различных Q_1^2 . Поскольку измеряются не сами моменты, а функции $f(x, Q^2)$, используется следующий метод. Выбирается некоторая параметризация

$$f(x, Q^2) = f(x, \{a\}) \quad /2.1/$$

с набором свободных параметров $\{a\}$. Для каждой совокупности экспериментальных точек, полученных при $Q^2 = Q_1^2$, определяется свой набор $\{a_i\}$ исходя из условия наилучшего согласия параметризации /2.1/ с этими данными. Далее выполняется интегрирование аналитических выражений /2.1/ по формуле /В.3/ и определяются экспериментальные значения моментов $\langle f_i^3 \rangle_n$. Ошибки $\Delta \langle f_i^3 \rangle_n$ выражаются через неопределенности в измерении функции $f(x, Q_1^2)$ посредством параметров $\{a_i\}$. Зная $\langle f_i^3 \rangle_n$, можно приступить к проверке соотношения /В.4/. Для этого составляется функционал

$$\chi^2(\{a_0\}, \Lambda) = \sum_{i,n} \left(\frac{\langle f_i^3 \rangle_n - \langle f^T(\{a_0\}, s(Q_1^2, \Lambda)) \rangle_n}{\Delta \langle f_i^3 \rangle_n} \right)^2, \quad /2.2/$$

где в соответствии с /В.4/

$$\langle f^T(\{a_0\}, s(Q_1^2, \Lambda)) \rangle_n = \langle f(\{a_0\}) \rangle_n e^{\langle P \rangle_n \cdot s(Q_0^2, \Lambda)}$$

Неизвестными здесь являются параметры начальных условий $\{a_0\}$ и КХД параметр Λ . Их значения определяются путем минимизации χ^2 . Таков обычный подход. Его серьезным недостатком является модельная зависимость процедуры нахождения $\langle f_i^3 \rangle_n$, то есть зависимость от вида параметризации /2.1/. Возникает неопределенность, существенно снижающая достоверность не только извлекаемых значений Λ , но и выводов, касающихся экспериментального статуса КХД в целом*. Это уже отмечалось во введении. Далее будет показано, насколько существенна эта модельная зависимость.

2. Наш анализ строится в основном по описанной схеме. Отличие состоит в том, что исходными являются не уравнения /В.4/ для обычных моментов /В.3/, а полученные нами уравнения /1.3/ для локализованных моментов /1.1/, то есть в /2.2/ проведена замена

$$\langle f \rangle_n \rightarrow \langle f \rangle_n^{(2\ell)} = \sum_{k=\ell}^{2\ell-1} R_n^{\ell, k} \langle f \rangle_n^{(k)}.$$

Это позволяет значительно снизить модельную зависимость результатов анализа. Напомним, что в /1.3/ подавлен вклад области $x \rightarrow 1$, привносящей наибольшую неопределенность из-за отсутствия в ней экспериментальных точек.

Воспользуемся результатами, полученными коллаборацией EMC^{/2/}, измерения структурной функции $F_2(x, Q^2)$ ($f = F_2/x$) глубокоэнергетического рассеяния μ мезонов на водороде. Во избежание дополнительных неопределенностей данные по рассеянию на ядрах с $A > 1$, а также экспериментальные точки, лежащие ниже $Q^2 = 27 \text{ ГэВ}^2$, рассматривать не будем. В указанном эксперименте максимальное значение переменной x составляет $x_{\text{max}} = 0,65$. Выполним проверку соотношения /В.4/ при $n = 4 \div 7$ / $n \geq 4$ - условие применимости несинглетного приближения/, а /1.3/ - при $\ell = 3$ и $n = 6 \div 9$. Такие значения ℓ и n выделяют в последнем случае область $0,2 \leq x \leq 0,7$ /см. рис.1/, содержащую экспериментальные точки.

Моменты $\langle f_i^3 \rangle_n, \langle f_i^3 \rangle_n^{(k)}$ будем находить, используя два типа параметризаций: простейшую $A x^\alpha (1-x)^\beta$ и более сложную, вытекающую из модели /3/. Кроме того, будем фиксировать параметры $\{a\}$, используя поочередно данные, лежащие в двух диапазонах: $x = 0,05 \div 0,65$ и $x = 0,25 \div 0,65$. Ни то ни другое не может вызвать заметного различия между кривыми, моделирующими функцию в области $0,25 \leq x \leq 0,65$. Здесь имеется значительное количество экспериментальных точек с малыми ошибками, что заключает все кривые в весьма узкий допустимый коридор. Противоположная ситуация в области $0,65 < x < 1$, где экспериментальные точки отсут-

* Тот же недостаток присущ и подходам, где исходными являются не соотношения для моментов, а уравнения ЛАП для функций $f(x, Q^2)$.

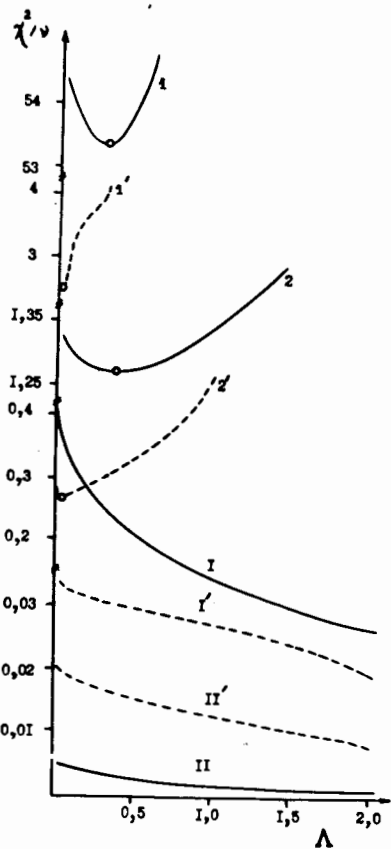


Рис.3. Зависимость χ^2/ν от Λ /ГэВ/: 1 - параметризация $Ax^\alpha(1-x)^\beta$, 2 - по модели /3/. Сплошная кривая - для нахождения $\{a_i\}$ используется диапазон $x = 0,05 \div 0,65$, пунктирная - $x = 0,25 \div 0,65$. 1, 1', 2, 2' - обычный способ, то есть $\ell = 0$, I, I', II, II' - $\ell = 3$ /о - положения минимумов/.

ствуют. Здесь отклонения различных моделирующих кривых друг от друга могут быть как угодно велики. Следовательно, использование соотношений /1.3/, где эта область подавлена, должно приводить к устойчивому конечному результату. Соотношения же /B.4/ могут давать значительный разброс в величине определяемого нами параметра Λ . Все это отражено на рис.3, где представлены результаты выполненного нами анализа. Мы приводим зависимость $\chi^2(\Lambda)/\nu$ во всех перечисленных выше вариантах / $\nu = N_{rel} - N_\alpha - 1$ - число степеней свободы при минимизации χ^2 , N_{rel} - число используемых соотношений в сумме /2.2/, N_α - число параметров $\{a_0\}$ при Q_0^2 /.

Таким образом, можно говорить о том, что применение предсказаний КХД в форме уравнений /1.3/ позволяет ответить на вопрос, что реально дает для проверки КХД область ныне достигнутых значений x . Как видно из рис.3, допустимые значения фундаментального КХД параметра Λ лежат в весьма широком интервале. Столь малые ошибки Λ , получаемые при использовании обычных соотношений /B.4/, - следствие дополнительных предположений об асимптотическом поведении $f(x, Q^2)$ при $x \rightarrow 1$. Фактически как бы добавляются несуществующие экспериментальные точки, отвечающие данному конкретному выбору асимптотики $f(x, Q^2)$.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Итак, нами дана новая формулировка предсказаний КХД для структурных функций глубокоупругого рассеяния лептонов. По-

лученные на ее основе выводы об экспериментальном статусе КХД в ГНР обладают существенно сниженной модельной зависимостью по сравнению с традиционными формулировками. Это подтверждено путем прямого анализа данных. Нами установлены ограничения на величину Λ , вытекающие из рассмотренных экспериментальных данных. К сожалению, они оказались весьма слабыми. Приходится признать, что сравнительно небольшие ошибки Λ /-20÷50%/⁴, получаемые при обычном анализе и широко цитируемые в литературе, - следствие предположений об аналитическом виде начальных условий эволюционных уравнений КХД, точнее, его поведении при $x \rightarrow 1$. Таким образом, для уточнения величины Λ и экспериментального статуса КХД в целом потребуются дополнительные более точные измерения структурных функций в более широком кинематическом диапазоне. К сожалению, предъявить к эксперименту более конкретные требования, например такие, исходя из которых можно было бы ожидать необходимой точности в определении Λ , весьма сложно.

Заключительное замечание состоит в том, что учет синглетных компонент структурных функций, а также α_s - и $1/Q^2$ -поправок к формулам /B.1/, /B.4/ не может существенно изменить сделанных выводов. Это обусловлено малостью указанных поправок и доминирующей ролью несинглетных компонент в рассмотренных нами диапазонах x . Вместе с тем мы планируем провести прямую проверку этого утверждения.

Авторы признательны С.А.Бунятову за интерес к работе, а также Б.М.Барбашову, А.В.Ефремову, П.С.Исаеву, Д.И.Казakovу, А.В.Радюшкину и Н.Б.Скачкову за стимулирующие обсуждения.

ПРИЛОЖЕНИЕ А

Бегущая константа кварк-глюонного взаимодействия равна

$$\alpha_s(Q^2) = \frac{4\pi}{\beta_0 \cdot \ln Q^2/\Lambda^2},$$

где $\beta_0 = 11 - \frac{2}{3}n_f$, n_f - число типов кварков /при анализе мы использовали $n_f=4$ /. А $P(x)$ в /B.1/ имеет вид

$$P(x) = \frac{4}{3} \left[\frac{1+x^2}{(1-x)_+} + \frac{3}{2} \delta(1-x) \right],$$

где $1/(1-x)_+$ - обобщенная функция, определяемая следующим правилом интегрирования с регулярными в точках $x=0,1$ функциями $f(x)$:

$$\int_0^1 dx \frac{f(x)}{(1-x)_+} \equiv \int_0^1 dx \frac{f(x) - f(1)}{1-x}.$$

ПРИЛОЖЕНИЕ Б

Функции $R_n^{\ell, k}(s)$ имеют следующий вид /здесь и далее в этом приложении индекс n опущен/:

$$R^{\ell, k}(s) = \frac{\sum_{i=0}^{\ell^2 + \ell - k} D_i^{\ell, k} s^i}{2^{\ell-1} \sum_{i=0}^{\ell-1} N_i s^{2i}},$$

где $D_i^{\ell, k}$ и N_i^{ℓ} выражаются через

$$P_m = \langle P \rangle_n^{(m)} = \begin{cases} \frac{4}{3} \left[-\frac{1}{2} + \frac{1}{n(n+1)} - 2 \sum_{j=2}^n \frac{1}{j} \right], & m=0, \\ \frac{4}{3} (-1)^m m! \left[\frac{1}{n^{m+1}} + \frac{1}{(n+1)^{m+1}} + 2 \sum_{j=2}^{\infty} \frac{1}{(n+j)^{m+1}} \right], & m>0, \end{cases}$$

а именно:

$$\begin{aligned} N_0^1 &= P_1, D_0^{1,1} = P_2, D_1^{1,1} = P_1^2, N_0^2 = -2P_1 P_2 + 3P_2^2, N_1^2 = P_1^4, D_0^{2,2} = 3P_1 P_2 - 4P_3^2, \\ D_1^{2,2} &= 3(P_1 P_2^2 - 4P_1 P_2 P_3 + 3P_3^2), D_2^{2,2} = P_1^2(4P_1 P_2 - 9P_2^2), D_3^{2,2} = -3P_1 P_4, \\ D_4^{2,2} &= -P_1^6, D_0^{2,3} = 2(-P_1 P_2 + 2P_1 P_3), D_1^{2,3} = 2P_1(-2P_1 P_2 + 3P_2^2), D_2^{2,3} = 4P_1 P_3^2, \\ D_3^{2,3} &= 2P_1^5, D_4^{2,3} = -12P_1 P_2 P_3 + 10P_1 P_2^2 + 15P_1^2 P_3 - 4P_1 P_3^2 + 4P_1 P_4^2, \\ N_1^3 &= 3P_1(2P_1 P_2^3 - 20P_1 P_2 P_3^2 + 60P_1 P_2^2 P_4 - 45P_4^2), N_2^3 = 6P_1^5(-2P_1 P_2 + 3P_2^2), N_3^3 = P_1^9, \\ D_0^{3,3} &= -30P_1 P_2 P_3 + 40P_1 P_2^2 + 36P_2^3 - 120P_1 P_2 P_3 + 75P_3^2, \\ D_1^{3,3} &= -30P_1 P_2 P_3^2 + 120P_1 P_2 P_3 P_4 - 90P_1 P_2^3 + 36P_1^2 P_4^2 - 180P_1 P_2 P_3 P_4 - 240P_1 P_3^2 P_4 + \\ &+ 360P_1 P_2 P_3^2 + 300P_1^2 P_2 P_3 + 225P_1^2 P_4^2 - 900P_1 P_2 P_3 P_4 + 400P_3^4, \\ D_2^{3,3} &= 5(-8P_1 P_2 P_3^3 + 18P_1 P_2^2 P_4^2 + 12P_1 P_2 P_3^3 - 108P_1 P_2^3 P_4 - 90P_1^2 P_2 P_4^2 + 60P_1 P_3^2 P_4^2 + \\ &+ 360P_1 P_2 P_3^2 + 45P_1 P_4^4 - 240P_1^3 P_2 P_3 - 60P_1^2 P_3^2), \\ D_3^{3,3} &= 5(6P_1 P_2 P_3^4 - 24P_1 P_2 P_3^3 - 36P_1 P_2^2 P_4^3 + 15P_1^2 P_4^4 + 180P_1 P_2 P_3^2 P_4 + 80P_1^3 P_3^3 - 180P_1^2 P_2 P_4^2 - \\ &- 180P_1 P_3^4 + 135P_4^6), \\ D_4^{3,3} &= 2P_1^2(5P_1 P_2^4 - 54P_1 P_2 P_3^3 - 60P_1 P_2^3 P_4 + 225P_1 P_2^2 P_4^2 + 450P_1^2 P_2 P_4^2 - 1200P_1 P_3^2 P_4 + \\ &+ 675P_4^5), D_5^{3,3} = 3P_1^4(4P_1 P_2^3 - 60P_1 P_2 P_3^2 + 20P_1^2 P_4^2 + 120P_1 P_2^2 P_4 - 75P_4^4), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} D_6^{3,3} &= 15P_1^6(-P_1 P_2^2 + 4P_2^3), D_7^{3,3} = 5P_1^8(-4P_1 P_2 + 9P_2^2), D_8^{3,3} = 6P_1^2 P_1^{10}, D_9^{3,3} = P_1^{12}, \\ D_0^{3,4} &= 3(5P_1 P_2 P_3 - 10P_1 P_2 P_3^2 - 6P_1^2 P_3^2 + 15P_1 P_2 P_3 + 20P_1^2 P_3^2 - 25P_1^2 P_3^2), \\ D_1^{3,4} &= 15(2P_1 P_2 P_3^2 - 3P_1^2 P_3^2 - 3P_1 P_2 P_3^2 + 9P_1 P_3^3 + 15P_1^2 P_2 P_3 - 10P_1 P_2^2 P_3 - 3CP_1 P_3^2 + \\ &+ 20P_1^3 P_3^2), \\ D_2^{3,4} &= 15(-2P_1 P_2 P_3^3 + 8P_1 P_2 P_3^3 + 9P_1 P_2^2 P_3^2 - 5P_1^2 P_3^3 - 30P_1 P_3^3 P_4 - 20P_1^3 P_3^2 + 30P_1^2 P_2 P_3 + \\ &+ 15P_1^4 P_3^4), \\ D_3^{3,4} &= 15P_1(-7P_1 P_4^4 + 9P_1 P_2 P_3^3 + 10P_1 P_2 P_3^3 - 30P_1 P_2^2 P_3^2 - 60P_1^2 P_2 P_3^2 + 120P_1 P_3^3 P_4 - 45P_1^5 P_2^5), \\ D_4^{3,4} &= 3P_1^3(-7P_1 P_3^3 + 90P_1 P_2 P_3^2 - 30P_1^2 P_3^2 - 150P_1 P_2^2 P_3 + 75P_1^4 P_2^4), \\ D_5^{3,4} &= 30P_1^5(P_1 P_2^2 - 3P_2^3), D_6^{3,4} = 45P_1^7(P_1 P_2 - 2P_2^2), D_7^{3,4} = -15P_1^9 P_2^9, \\ D_8^{3,4} &= -3P_1^{11}, D_9^{3,5} = 3(-4P_1 P_2 P_3 + 6P_1 P_2^2 + 6P_1 P_2 P_3 - 12P_1 P_2 P_3 - 15P_1^2 P_2 + 20P_1^2 P_2^2), \\ D_0^{3,5} &= 3P_1(-12P_1 P_2 P_3 + 18P_1 P_2^2 + 15P_1^2 P_3 - 60P_1 P_2 P_3 + 40P_1^3 P_3^3), \\ D_1^{3,5} &= 3(2P_1 P_2^4 - 12P_1 P_2 P_3^3 - 40P_1 P_2 P_3^3 + 120P_1^2 P_2 P_3^2 - 60P_1 P_3^3 P_4 - 45P_1^5 P_2^5), \\ D_2^{3,5} &= 9P_1^2(2P_1 P_2^3 - 20P_1 P_2 P_3^2 + 60P_1 P_2^2 P_3 - 45P_1^4 P_2^4), \\ D_3^{3,5} &= 6P_1^4(-2P_1 P_2^2 - 6P_1 P_2 P_3 + 15P_1^3 P_2^2), D_4^{3,5} = 18P_1^6(-2P_1 P_2 + 3P_2^2), D_5^{3,5} = 9P_1^8 P_2^8, \\ D_6^{3,5} &= 3P_1^{10}. \end{aligned}$$

ПРИЛОЖЕНИЕ В

Произвольной линейной комбинации моментов $\langle \hat{f} \rangle_n = \sum C_{nj} \langle f \rangle_j$ соответствует интегрирование /В.1/ с полиномами $Q_n(x) = \sum C_{nj} x^{j-1}$, причем $Q_n(1) = 0$ /для подавления области $x \rightarrow 1$ /. Для получения эволюции $\langle \hat{f} \rangle_n$ необходимо разрешить систему уравнений $\langle \hat{f} \rangle = C \langle f \rangle$. Однако эта система вырождена: из условия $Q_n(1) = 0$ следует $\sum C_{nj} = 0$, то есть линейная зависимость элементов матрицы перехода. Таким образом, в этом случае не удастся получить эволюцию, в которую входили бы только новые моменты.

ЛИТЕРАТУРА

1. Липатов Л.Н. ЯФ, 1974, 20, с.181; Altarelli G., Parisi G. Nucl.Phys., 1977, B126, p.298.
2. Aubert J.J. et al. Phys.Lett., 1981, 105B, p.315.
3. Isaev P.S., Kovalenko S.G. Hadronic Journal, 1980, 3, p.919.
4. Wahlen H. WU B 81-15, Wuppertal, 1981; Matteuzzi C. SLAC-PUB-2827, Stanford, 1981; Kato K., Shimizu Y. UT-371, Tokyo, 1982; Isaev P.S., Ivanov Yu.P. JINR, E2-82-794, Dubna, 1982; Devoto A. Phys.Rev., 1983, D27, p.508.
5. Иванов Ю.П., Коваленко С.Г. ОИЯИ, P2-83-842, Дубна, 1983.

Рукопись поступила в издательский отдел
14 декабря 1983 года.

Иванов Ю.П., Коваленко С.Г.

P2-83-843

О величине параметра Λ . Модельно-независимая формулировка предсказаний КХД для глубоконеупругого рассеяния

Дана новая формулировка предсказаний КХД для глубоконеупругого рассеяния. Основное ее отличие состоит в переходе от обычных к так называемым локализованным моментам. Это позволяет избавиться от ряда теоретических неопределенностей, присутствующих в традиционных формулировках. Устранение подобных неопределенностей обычно осуществляется путем привлечения моделей. Проанализирована чувствительность к модельным предположениям как традиционной, так и новой формулировок. В первом случае она оказалась весьма существенной, в последнем - мало заметной. В связи с этим обсуждается экспериментальный статус КХД и величина параметра Λ .

Работа выполнена в Лаборатории ядерных проблем ОИЯИ.

Препринт Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1983

Ivanov Yu.P., Kovalenko S.G.

P2-83-843

The Value of Λ Parameter. Model-Independent Formulation of QCD Predictions for Deep Inelastic Scattering

The new formulation of QCD predictions for deep inelastic scattering has been given. The main element of the formulation is the transition from usual moments to the so-called "localized moments". It allows to avoid some theoretical uncertainties presented in traditional formulations. Usually one draws the models to remove the ambiguities. The influence of model assumptions have been analyzed for old as well as for new formulations. In the former this influence is noticeable, in the last one - insignificant. The experimental status of QCD and Λ value have been discussed.

The investigation has been performed at the Laboratory of Nuclear Problems, JINR.

Preprint of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1983

Перевод авторов