27/II-84

объединенный
институт
ядерных
исследований
дубна

1121/84

Р2-83-745

А.Д.Линкевич, В.И.Саврин, В.В.Санадзе,
Н.Б.Скачков

РАЗЛОЖЕНИЕ ВИЛЬСОНА И СВЯЗЬ МЕЖДУ МОМЕНТАМИ СТРУКТУРНЫХ ФУНКЦИЙ СОСТАВНЫХ СИСТЕМ

Направлено в журнал
"Теоретическая и математическая физика"

1983

1. ВВЕДЕНИЕ

В последние годы был достигнут определенный прогресс в описании процессов глубоконеупругого лептон-адронного рассеяния в рамках теории возмущений КХД [1]. Так, в [2,3] с учетом диаграмм второго порядка по бегущей константе связи КХД $\alpha_s(Q^2)$ были рассчитаны выражения для моментов структурных функций нуклона. Полученные формулы отвечают твисту 2 и содержат логарифмическую зависимость от квадрата переданного импульса $-q^2 = Q^2$. Найденные в [2,3] выражения использовались в ряде работ для описания экспериментальных данных и нахождения значения масштабного параметра КХД Λ.

Однако в формулах для моментов Λ является не единственным параметром. Действительно, для описания глубоконеупругих процессов в КХД обычно используется операторное разложение Вильсона, которое позволяет получить моменты структурных функций через коэффициентные функции $C_{i,n}(q^2)$, рассчитываемые по теории возмущений, и матричные элементы $<P|O_n^i(0)|P>$ локальных операторов $O_n^i(0)$ между адронными состояниями $|P>$ с импульсом P. Эти матричные элементы, как отмечалось, например в [4], невозможно вычислить в рамках теории возмущений. Поэтому при получении явных выражений для моментов адронные состояния $|P>$ заменяют на кварковые /или их синглетные или несинглетные по аромату комбинации/ и глюонные состояния, а возникающим при этих матричных элементах факторам придается смысл моментов от функций распределения партонов и глюонов в произвольной фиксированной точке отсчета Q_0^2. Величины этих моментов в точке Q_0^2 $M_{q(g)}(N, Q_0^2)$ являются дополнительными свободными параметрами, которые, как и Λ, должны определяться путем сравнения с экспериментом. В принципе они могли бы быть рассчитаны, если бы были известны волновые функции, описывающие распределения партонов внутри адронов.

Замена адронных состояний $|P>$ на партонные при описании глубоконеупругих лептон-адронных взаимодействий представляет собой приближение, которое приводит к потере информации о вкладе эффектов связности партонов внутри адронов в нарушение скейлинга. Еще менее обоснованным является пренебрежение эффектами связности при рассмотрении рассеяния на ядрах.

В настоящей работе мы с использованием операторного разложения Вильсона [5] получим формулы, связывающие моменты от структурных функций составных и составляющих частиц. Мы рассмотрим два случая. В первом из них мы будем использовать разложение

БИ[illegible]

амплитуды по степеням $1/x$, а во втором воспользуемся разложением Нахтмана[6].

2. ОПЕРАТОРНОЕ РАЗЛОЖЕНИЕ И УЧЕТ ЭФФЕКТОВ СВЯЗНОСТИ ПРИ ВЫЧИСЛЕНИИ МОМЕНТОВ СТРУКТУРНЫХ ФУНКЦИЙ СОСТАВНЫХ СИСТЕМ

Амплитуду комптоновского рассеяния вперед виртуального фотона с импульсом q на некоторой составной частице, обладающей импульсом P, обычно записывают через произведение токов $J_\mu(z)$ в виде /см., например, [7]/:

$$T_{\mu\nu}(P,q) = i\int d^4z\, e^{iqz} \langle P|T\{J_\mu(z)\,J_\nu(0)\}|P\rangle . \qquad /1/$$

Точно так же, как и в работах [8,9], предположим, что составная частица /адрон или ядро/ является связанным состоянием произвольного числа составляющих, например партонов или нуклонов, которые, следуя работам[10], будем считать тождественными частицами /с массой m /. Для простоты мы также будем считать их бесспиновыми частицами. Сразу отметим, что обобщение проведенных здесь выкладок на случай спиновых составляющих частиц и векторных токов не встречает принципиальных трудностей, однако их громоздкость может затруднить понимание основных физических следствий. С учетом тождественности составляющих частиц амплитуду /1/ можно выразить через релятивистские волновые функции в соответствии с обычными правилами построения амплитуд процессов с участием составных частиц в одномерной формулировке проблемы n частиц в квантовой теории поля[11]:

$$T_{\mu\nu}(P,q) = \sum_{n'=2}\sum_{n=2} \frac{1}{\sqrt{n'!\,n!}} \int \frac{d\vec{p}\,'_1}{(2\pi)^{3/2}\,2p'^{o}_1} \cdots \int \frac{d\vec{p}\,'_{n'-1}}{(2\pi)^{3/2}\,2p'^{o}_{n'-1}} \times$$
$$\times \int \frac{d\vec{p}_1}{(2\pi)^{3/2}\,2p^{o}_1} \cdots \int \frac{d\vec{p}_{n-1}}{(2\pi)^{3/2}\,2p^{o}_{n-1}}\, \bar{\psi}_{BP}(\vec{p}\,'_1,\dots,\vec{p}\,'_{n'-1}) - i\int dz\, e^{iqz} \times \qquad /2/$$
$$\times \langle \vec{p}\,'_1,\dots,\vec{p}\,'_{n'}|T\{J^+_\mu(z)\,J_\nu(0)\}|\vec{p}_1,\dots,\vec{p}_n\rangle\, \psi_{BP}(\vec{p}_1,\dots,\vec{p}_{n-1}),$$

где $\psi_{13P}(\vec{p}_1,\dots,\vec{p}_{n-1})$ - релятивистская волновая функция составной системы с импульсом P, состоящей из n частиц с импульсами p_i $(i=1,\dots,n)$.

В импульсном приближении с учетом тождественности составляющих частиц /2/ примет вид:

$$T_{\mu\nu}(P,q) = \sum_{n=2} \frac{1}{(n-1)!} \int \frac{d\vec{p}_1}{(2\pi)^3\,2p^{o}_1} \cdots \int \frac{d\vec{p}_{n-1}}{(2\pi)^3\,2p^{o}_{n-1}} \times$$

$$\times\, \bar{\psi}_{BP}(p_1,\dots,p_{n-1})\, t_{\mu\nu}(p_n,q)\, \psi_{BP}(p_1,\dots,p_{n-1}), \qquad /3/$$

где

$$t_{\mu\nu}(p_n,q) = i\int dz\, e^{iqz} \langle p_n|T(J^+_\mu(z)\,J_\nu(0))|p\rangle \qquad /4/$$

представляет собой амплитуду комптоновского рассеяния вперед на отдельной составляющей частице.

В одновременной формулировке квантовой теории поля связь между импульсами партонов составной системы и составляющих частиц задается следующими соотношениями:

$$p_n \equiv \sum_{i=1}^{n} p_i = P\,\frac{P\cdot P_n}{M^2}, \qquad /5/$$

$$p_n = P\,\frac{PP_{n-1} + \sqrt{(PP_{n-1})^2 - M^2(P^2_{n-1} - m^2)}}{M^2} - P_{n-1}, \qquad /6/$$

где p_n - импульс n-й частицы, а P_{n-1} - импульс остальных частиц, $P_{n-1} = \sum_{i=1}^{n-1} p_i$, которые заменяют закон сохранения энергии импульса и отвечают выходу за ковариантно определенную "энергетическую поверхность"; причем импульсы всех составляющих частиц принадлежат массовому гиперболоиду: $(p^o_i)^2 - p^2_i = m^2\,(i=1,\dots,n)$.

С учетом /6/ амплитуду /3/ можно записать в следующем виде:

$$T_{\mu\nu}(P,q) = \int \frac{dp}{2p_0}\, t_{\mu\nu}(p,q)\, I(p,P),$$

где

$$I(p,P) = \sum_{n=2} \frac{1}{(n-1)!} \int \frac{d\vec{p}_1}{(2\pi)^3\,2p^{o}_1} \cdots \int \frac{d\vec{p}_{n-1}}{(2\pi)^3\,2p^{o}_{n-1}} \cdot 2p_0 \cdot \times$$
$$\times\, \delta\Big[p + P_{n-1} - P\,\frac{PP_{n-1} + \sqrt{(PP_{n-1})^2 - M^2(P^2_{n-1} - m^2)}}{M^2}\Big]\, |\psi_{BP}(\vec{p}_1,\dots,\vec{p}_{n-1})|, \qquad /7/$$

причем $p = \sqrt{p^2 + m^2}$. Функция $I(p,P)$ является плотностью распределения по импульсу p составляющей частицы.

Так как мы пренебрегли спиновыми степенями свободы, то и токи также будем рассматривать скалярными. В этом случае амплитуду с учетом релятивистской инвариантности можно записать в виде

$$T(\nu, Q^2) = \int_\Omega \frac{d\vec{p}}{2p_0}\, I(p^o)\, t(\nu_c, Q^2), \qquad /8/$$

где, как обычно, $\nu = (P\cdot q)/M$ и аналогично для отдельной составляющей $\nu_c = (p\cdot q)/m$. Интегрирование в /8/ происходит по релятивистски-инвариантному объему, границы которого мы оговорим позднее, исходя из требования сохранения правильных аналитических свойств амплитуд $T(\nu, Q^2)$ и $t(\nu_c, Q^2)$.

Следуя работе [6], представим амплитуду комптоновского рассеяния в виде разложения по полиномам Гегенбауера

$$T(\nu, Q^2) = \frac{1}{\pi} \sum_{N-\text{четн.}} C'_N\left(\frac{i\nu}{Q}\right) \sin\frac{\pi}{2}(N+1)\left(\frac{M}{Q}\right)^{N+2} \hat{M}_N(Q^2). \qquad /9/$$

Разложение /9/ отличается от использованного в [6] стандартного разложения на фактор $(M/Q)^2$, который введен нами для обеспечения перехода в асимптотике $Q^2 \to \infty$ моментов Нахтмана $\tilde{M}_N(Q^2)$ в моменты Корнуолла-Нортона $M_N(Q^2)$, поскольку мы в дальнейшем будем пользоваться структурными составными системами, нормированными на собственную массу системы соотношением

$$F = \frac{1}{2\pi M} \operatorname{Im} \nu T. \qquad /10/$$

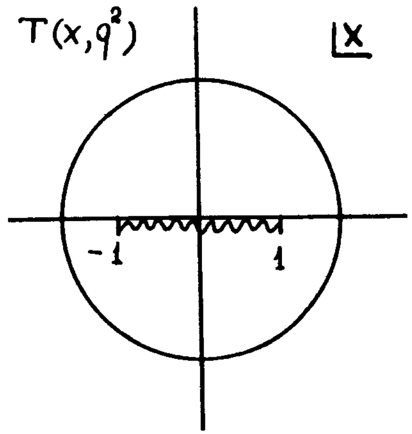
Формула /10/ по сравнению с аналогичным соотношением, примененным в [6], содержит дополнительный фактор $\nu/2\pi M$. Аргумент функции Гегенбауера в /9/ $i\nu/Q$ изменяется согласно [6] на отрезке $[-1, 1]$, т.е. сделано аналитическое продолжение по переменной ν, аналогичное тому продолжению по x, которое используется при разложении амплитуды по степеням $1/x$ $(x = Q^2/2M\nu)$ или моментам Корнуолла-нортана:

$$T(\nu, Q^2) = \frac{1}{Q^2} \sum_{i,\, N-\text{четн.}} \frac{C_{i,N}(Q^2)}{(Q^2)^i} \bar{O}_N^i x^{-N} \ . \qquad /11/$$

/Здесь суммирование по i подразумевает учет высших твистов, но в разложении операторного произведения отброшены так называемые следовые члены, содержащие обратные степени по Q^2 /. Действительно, ряд /11/ при $0 \le x \le 1$ расходится. Поэтому разложение /11/ имеет смысл лишь при подходящем выборе аналитического продолжения ряда по переменной x из физической области $0 \le x \le 1$ /переменная Q^2 при этом считается фиксированной/. При этом формула /11/ определяет амплитуду T как функцию комплексной переменной x, аналитическую при $|x_q| \to \infty$ и имеющую разрез от -1 до +1. Коэффициент при x^{-N} в разложении /11/ может быть выделен, если умножить этот ряд на νx^N и проинтегрировать вдоль контура C, изображенного на рисунке.

$$\frac{1}{2\pi i} \int_C dx\, x^N \nu T(\nu, Q^2) = \frac{1}{2M} \sum_i \frac{C_{i,N}(Q^2)}{(Q^2)^i} O_N^i \ , \qquad /12/$$

где M - масса составной системы. Отсюда для структурной функ-



ции /10/ легко получить формулу для ее моментов Корнуолла-Нортона:

$$M_N(Q^2) = \frac{1}{8\pi i} \int_C dx\, x^N \frac{\nu}{M} T(\nu, Q^2) \equiv$$

$$\equiv \int_0^1 dx\, x^N F(\nu, Q^2) = \qquad /13/$$

$$= \frac{1}{8M^2} \sum_i \frac{C_{i,N}(Q^2)}{(Q^2)^i} \bar{O}_i^N \ .$$

Точно так же из разложения /9/ N-й момент выделяется путем умножения /9/ на $C'_N(i\nu/Q)\sqrt{1-(i\nu/Q)^2}$ и использования соотношения ортогональности

$$\int_{-1}^{1} d\eta \sqrt{1-\eta^2}\, C'_N(\eta)\, C'_{N'}(\eta) = \frac{1}{2}\pi \delta_{NN'} . \qquad /14/$$

Посмотрим теперь, как видоизменится процедура выделения N-го момента при учете эффектов связанности. В выражении /9/ удобно перейти от импульса составляющей частицы /нуклонов в ядре, например/ p к ее быстроте $\chi = \ln(p^0 + |p|)/m$. В терминах быстрот энергия и импульс параметризуются следующим образом: $p_0 = m\,\mathrm{ch}\chi$, $|p| = m\,\mathrm{sh}\chi$, и элемент объема $d^3p/2p_0$ может быть записан в виде $d^3p/2p_0 = m^2 \mathrm{sh}^2\chi\, d\chi\, d\omega_{np}$. В результате

$$T(\nu, Q^2) = \pi m^2 \int_\gamma d\chi\, \mathrm{sh}^2\chi\, I(m\,\mathrm{ch}\chi) \int_{-1}^{1} dz\, t(\nu_c, Q^2) =$$

$$= \frac{\pi m^2}{\nu'} \int_\gamma d\chi\, \mathrm{sh}\chi\, I(m\,\mathrm{ch}\chi) \int_{\nu_c^{(1)}}^{\nu_c^{(1)}} d\nu_c\, t(\nu_c, Q^2), \qquad /15/$$

где

$$\nu_c = \frac{p\cdot q}{m} = \nu\,\mathrm{ch}\chi - z\nu'\,\mathrm{sh}\chi, \qquad /16/$$

причем $\nu' = \sqrt{\nu^2 + Q^2}$, а $z = \cos\theta$ - косинус угла между импульсами составляющей частицы p и фотона q в системе покоя адрона. Контур γ в /15/ представляет отрезок вещественной оси, входящий в параметризацию фигурирующего в /8/ элемента объема Ω, обеспечивающий согласованность аналитических свойств амплитуд T и t. Соотношение /15/ можно записать также в следующем виде:

$$T(\nu, Q^2) = \frac{\pi m Q^2}{2\nu'} \int_\gamma d\chi\, \mathrm{sh}\chi\, I(m\,\mathrm{ch}\chi) \int_{x_c^{(+)}}^{x_c^{(-)}} \frac{dx_c}{x_c^2}\, t(\nu_c, Q^2) \ , \qquad /17/$$

где

$$\frac{1}{x_c^{(\pm)}} = \frac{2m\nu_c^{(\pm)}}{Q^2} = \frac{m}{Mx}\left(\operatorname{ch}\chi \pm \operatorname{sh}\chi\sqrt{1+\frac{4M^2x^2}{Q^2}}\right). \qquad /18/$$

Для амплитуды комптоновского рассеяния на составляющей частице мы могли бы написать разложение, аналогичное /11/, которое соответствует операторному разложению с отброшенными следовыми членами, пропорциональными степеням $(Q^2)^{-k}$:

$$t(\nu_q, Q^2) = \frac{1}{Q^2}\sum_{i,N}\frac{C_{i,N}(Q^2)}{(Q^2)^i}\,\tilde{O}^i_N\, x_c^{-N} = \frac{8m^2}{Q^2}\sum_N \mu_N(Q^2)\, x_c^{-N}, \qquad /19/$$

где $\mu_N(Q^2)$ - моменты структурных функций составляющей частицы, определенные аналогично /13/. Разложение /19/, как и /11/, справедливо только при аналитическом продолжении по переменной x_c в нефизическую область $|x_c| > 1$. Чтобы обеспечить такое аналитическое продолжение в интеграле /17/, мы формально перейдем от интегрирования по χ вдоль действительной оси к интегрированию по мнимой оси: $\chi = i\tilde{\chi}$. В результате с учетом /19/ получим

$$\nu T(\nu, Q^2) = \frac{\pi m(2m)^2}{\sqrt{1+4M^2x^2/Q^2}}\int_{\tilde{\gamma}} d\tilde{\chi}\,\sin\tilde{\chi}\, I(m\cos\tilde{\chi})\sum_N \frac{\mu_N(Q^2)}{N+1}\times$$
$$\times\left[(\tilde{x}_c^{(-)})^{-N-1} - (\tilde{x}_c^{(+)})^{-N-1}\right], \qquad /20/$$

где

$$\frac{1}{\tilde{x}_c^{(\pm)}} = \frac{m}{Mx}\left(\cos\chi \pm i\sin\chi\sqrt{1+4M^2x^2/Q^2}\right), \qquad /21/$$

а контур $\tilde{\gamma}$ представляет собой отрезок теперь уже мнимой оси. Нетрудно видеть, что если $|x|$ взять достаточно большим, ряд в формуле /20/ будет сходиться. Соотношение /20/ после разложения подынтегрального выражения по степеням x можно представить в виде

$$\nu T(\nu, Q^2) = \frac{\pi(2m)^3}{i}\sum_n\left(\frac{m}{M}\right)^{n+1}\frac{\mu_n(Q^2)}{n+1}\sum_{\ell=0}^{[n/2]}\left(\frac{4M^2}{Q^2}\right)^{\ell} x^{-n-1+2\ell}\times$$
$$\times\sum_{k=\ell}^{[n/2]}(-1)^k\binom{n+1}{2k+1}\binom{k}{\ell}\int_{\tilde{\gamma}} d\tilde{\chi}\, I(m\cos\tilde{\chi})(\cos\tilde{\chi})^{n-2k}(\sin\tilde{\chi})^{2k+2}. \qquad /22/$$

Воспользовавшись теперь определением моментов структурных функций адрона /13/ и выбирая контур C /см. рисунок/ так, чтобы обеспечить справедливость разложения /19/ под интегралом, получим связь между моментами структурных функций всей системы и входящей в нее составляющей частицы:

$$M_N(Q^2) = 2\pi m^2\left(\frac{m}{M}\right)^{N+2}\sum_{\ell=0} A_{N,\ell}\,\frac{\mu_{N+2\ell}(Q^2)}{N+2\ell+1}\left(-\frac{4m^2}{Q^2}\right), \qquad /23/$$

где

$$A_{N,\ell} = \frac{1}{i}\sum_{k=0}^{[N/2]}(-1)^k\binom{N+2\ell+1}{N-2k}\binom{k+\ell}{k}\int_{\tilde{\gamma}} d\tilde{\chi}\, I(m\cos\tilde{\chi})(\cos\tilde{\chi})^{N-2k}\times$$
$$\times(\sin\tilde{\chi})^{2k+2\ell+2} \qquad /24/$$

и, в частности для $\ell = 0$,

$$A_{N,0} = \frac{1}{i}\int_{\tilde{\gamma}} d\tilde{\chi}\,\sin\tilde{\chi}\, I(m\cos\tilde{\chi})\left[\frac{\sin(N+1)\tilde{\chi}}{\sin\tilde{\chi}}\right]. \qquad /25/$$

Рассмотрим теперь случай, когда можно пренебречь внутренним движением составляющих частиц внутри системы /например, нуклонов внутри ядра/. Это возможно, когда плотность распределения $I(m\cos\tilde{\chi})$ быстро убывает с ростом $\tilde{\chi}$. Нетрудно видеть, что в этом случае в интеграл /24/ будут давать вклад лишь члены с малыми значениями ℓ и k, так что в сумме /23/ можно ограничиться членами с $\ell = 0$:

$$M_N(Q^2) = \left(\frac{m}{M}\right)^{N+2}\frac{2\pi m^2}{N+1}A_{N,0}\,\mu_N(Q^2). \qquad /26/$$

В том же приближении малых χ в интеграле /25/ можно заменить $\sin(N+1)\chi$ на $(N+1)\sin\chi$ и с учетом быстрого убывания плотности $I(m\operatorname{ch}\chi)$ воспользоваться соотношением нормировки

$$\int dp\, I(p^\circ) = 4\pi m^3\int_0^\infty d\chi\,\operatorname{sh}^2\chi\, I(m\operatorname{ch}\chi) = 2M \qquad /27/$$

волновых функций, аналитически продолжив его по переменной интегрирования путем замены $\chi = i\tilde{\chi}$. Тогда в этом "статическом" пределе из /20/ следует соотношение

$$M_n(Q^2) = \left(\frac{m}{M}\right)^{n+1}\mu_n(Q^2). \qquad /28/$$

Если теперь считать $M_n(Q^2)$ моментом структурной функции, например ядра, а $\mu_n(Q^2)$ - моментом структурной функции нуклона, т.е. по определению /13/

$$M_n(Q^2) = \int_0^1 dx_я F_2^я(x, Q^2)\, x^n, \quad \mu_n(Q\;) = \int_0^1 dx_N F^N(x_N, Q^2)\, x_N^n,$$

где $x_я = Q^2/2M\nu$; $x_N = Q^2/2m\nu$, то из /28/ легко получить соотношение для площадей под структурными функциями

$$\int_0^{M/m} dx_N F^я\left(\frac{m}{M}x_N, Q^2\right) = \int_0^1 dx_N F^N(x_N, Q^2)\, x.$$

Таким образом, если бы разложения /11/ и /19/ были точными выражениями, представляющими амплитуду комптоновского рассеяния в виде ряда по степеням $1/x$, то из /23/ мы могли бы заключить, что учет эффектов связанности внутри составной системы приводит в случае наличия относительного движения составляющих частиц к тому, что полный момент системы выражается через набор моментов структурных функций подсистем. При этом моменты составляющих частиц с номером, отличным от номера момента всей системы, входили бы в /23/ как коэффициенты при степенных $1/Q^2$ поправках и выражались бы через релятивистские волновые функции адрона по формуле /24/.

Однако, как хорошо известно [12], выражение /11/ само является верным лишь с точностью до степенных поправок $1/Q^2$, обязанных своим происхождением "следовым" членам в операторном разложении, опущенным в формуле /11/. Вклад этих следовых членов может скомпенсировать вклад степенных поправок в формулу /23/.

Разложение Нахтмана /9/, как известно, отличается от /11/ тем, что в нем уже учитываются все следовые члены. Произведем теперь аналогичное /9/ разложение амплитуды $t(\nu_c, Q^2)$, которая в том случае, если мы рассматриваем в качестве мишени ядро, является амплитудой рассеяния комптон-эффекта вперед на нуклоне, а если в качестве мишени рассматриваем нуклон, то она отвечает рассеянию на кварке.

$$t(\nu_c, Q^2) = \frac{1}{\pi} \sum_n C_n'\left(\frac{i\nu_c}{Q}\right) \sin\frac{\pi}{2}(n+1)\left(\frac{m}{Q}\right)^{n+2} \tilde{\mu}_n(Q^2) . \qquad /29/$$

Здесь m - масса составляющей частицы, например нуклона, в ядре, а $\nu_c = p\cdot q/m$. Это разложение справедливо в области $-1 \le i\nu_c/Q \le 1$, поэтому, как и раньше, для его использования необходимо сделать аналитическое продолжение по переменной ν_c в нефизическую область. Положив в этой области $i\nu_c/Q = \cos\phi$, мы имеем из формулы /16/:

$$\cos\phi = \cos a \operatorname{ch}\chi - iz \sin a \operatorname{sh}\chi , \qquad /30/$$

где $\cos a = i\nu/Q$ при аналогичном продолжении в нефизическую область по переменной ν. Простейшая возможность такого одновременного аналитического продолжения по переменной ν и переменной ν_q под знаком интеграла /15/ состоит в том, чтобы, как и раньше, перейти от интегрирования по χ вдоль действительной оси к интегрированию по мнимым быстротам $\chi = i\chi$. Тогда

$$\cos\phi = \cos a \cos\tilde{\chi} + z \sin a \sin\tilde{\chi} \qquad /31/$$

и, разлагая в формуле /15/ амплитуду $t(\nu_c, Q^2)$, входящую под знак интегрирования в ряд /29/, мы получаем:

$$T(\nu, Q^2) = \frac{1}{\pi} \sum_n C_n'(\cos a) \sin\frac{\pi}{2}(n+1)\left(\frac{m}{Q}\right)^{n+2} \mu_n(Q^2) \times$$
$$\times \frac{2\pi m^2}{i(n+1)} \int_{\tilde{\gamma}} d\tilde{\chi} \sin^2\tilde{\chi}\, I(m\cos\tilde{\chi})\, C_n'(\cos\tilde{\chi}), \qquad /32/$$

где мы воспользовались теоремой сложения для полиномов Гегенбауера. Сравнивая это представление с разложением /10/, мы получаем соотношение

$$M_n(Q^2) = \frac{2\pi m^2}{n+1} \mu_n(Q^2) \frac{1}{i} \int_{\tilde{\gamma}} d\tilde{\chi} \sin^2\tilde{\chi}\, I(m\cos\chi)\, C_n'(\cos\tilde{\chi}), \qquad /33/$$

связывающее моменты структурной функции адрона /ядра/ с моментами структурной функции кварка /нуклона/. Последние, как было отмечено во введении, рассчитываются в рамках теории возмущений в КХД. Вспоминая, что входящие в /33/ моменты определены следующим выражением:

$$\tilde{\mu}_n(Q^2) = m \int_{Q^2/2M}^{\infty} d\nu_c \frac{\operatorname{Im} T(\nu_c, Q^2)}{Q^2}\left[\left(\frac{\nu^2 + Q^2}{m^2}\right)^{1/2} - \frac{\nu_c}{m}\right]^{n+1} , \qquad /34/$$

мы видим, что соотношение /33/ с учетом перехода $\tilde{\mu}_n(Q^2) \to \mu_n(Q^2)$ совпадает с соотношением /23/ при $\ell = 0$, откуда мы заключаем, что все степенные поправки $1/Q^2$ в /23/, действительно, возникли за счет "следовых" членов, входящих в операторное разложение. Интеграл в /33/ имеет смысл n-го момента функции распределения партонов /нуклонов/ внутри адрона /ядра/.

С использованием условий нормировки /27/, а также считая, что в интеграл /33/ вносит вклад область малых значений $\tilde{\chi}$, мы возвращаемся к ранее полученной нами формуле /28/, связывающей моменты структурных функций адрона /ядра/ с моментами партона /нуклона/.

Вернемся вновь к соотношению /33/. Нетрудно заметить, что если мы теперь захотим вернуться к интегрированию по действительной оси $\tilde{\chi} \to i\chi$, где мы знаем волновые функции или функции распределения $I(m\cos\chi)$, то обнаружим, что функции Гегенбауера $C_n'(\operatorname{ch}\chi)$ будут экспоненциально расти с ростом χ:

$$C_n'(\operatorname{ch}\chi) = \frac{\operatorname{sh}(n+1)}{\operatorname{sh}\chi} \underset{\chi\to\infty}{\sim} e^{n\chi}. \qquad /35/$$

Тогда для плотностей $I(m\operatorname{ch}\chi)$, убывающих медленнее, чем экспонента $e^{-p/m} \simeq e^{-\operatorname{ch}\chi}$, интеграл в /33/ будет расходиться на верхнем пределе. В реальных же моделях, построенных на аргументации с привлечением КХД, взаимодействие на малых расстояниях, т.е. при больших относительных импульсах, определяется потенциалами кулоновского типа. Соответствующие волновые функции и, следовательно, плотности $I(m\,\mathrm{ch}\chi)$ в этом случае должны убывать степенным образом. Таким образом, мы сталкиваемся с проблемой регуляризации выражения /33/. Однако на самом деле этой проблемы не существует, поскольку, как отмечалось нами ранее в §2, мы должны при использовании соотношения /15/ удовлетворить требованию согласования аналитических свойств амплитуд T и t. Действительно, /15/ перепишем в виде

$$T(\bar{\xi}, Q^2) = \pi m^2 \int d\chi\, \mathrm{sh}^2\chi\, I(m\,\mathrm{ch}\chi) \int\limits_{a\bar{\xi} e^{-\chi}}^{a\bar{\xi} e^{\chi}} \frac{d\bar{\xi}_c}{\bar{\xi}_c} t(\xi_c, Q^2), \qquad /36/$$

где

$$\bar{\xi} = \frac{1}{2M}\left(\sqrt{1 + \frac{4m^2}{Q^2}} + 1\right)\left(\sqrt{\nu^2 + M^2Q^2} - 2\right); \quad \xi \in [0,1], \quad a = \frac{M(\sqrt{1+4m^2/Q^2}+1)}{m(\sqrt{1+4M^2/Q^2}+1)},$$

если теперь в /37/ потребовать, чтобы амплитуды $T(\bar{\xi}, Q^2)$ и $t(\bar{\xi}_c, Q^2)$ обладали бы одинаковыми аналитическими свойствами по переменным $\bar{\xi}$ и $\bar{\xi}_c$, т.е. имели бы разрезы $0 \le \xi \le 1$ и $0 \le \xi_c \le 1$, аналогичные разрезу, который имеет $T(x, Q^2)$ в x-плоскости, то получим ограничение на нижний предел второго интеграла /36/:

$$a\bar{\xi} e^{-\chi} > 1. \qquad /38/$$

Это дает ограничение на χ при $\xi > 1$: $\chi < \ln a$, и окончательно для моментов имеем следующую формулу:

$$M_n(Q^2) = \mu_n(Q^2)\, 2\pi m^2 \int\limits_0^{Z(Q^2)} d\chi\, \sin^2\chi\, I(m\,\mathrm{ch}\chi) \frac{C_n'(\mathrm{ch}\chi)}{n+1}, \qquad /39/$$

где $Z(Q^2) = \left| \ln \frac{M(\sqrt{1 + 4m^2/Q^2} + 1)}{m(\sqrt{1 + 4M^2/Q^2} + 1)} \right|$.

Итак, из /39/ следует, что для связанной составной системы, кроме Q^2-зависимости, присутствующей в моменте составляющей частицы, существует нарушение скейлинга, обусловленного относительным движением составляющих частиц. Характер этого отклонения от скейлинга зависит от вида функции плотности распределения $I(m\,\mathrm{ch}\chi)$.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, нами получено практически двумя разными путями с использованием разложения Вильсона по степеням $1/x$, а также по функциям Гегенбауэра соотношение между моментами структурных функций системы и ее подсистем. Нами также установлено, что учет эффектов связанности приводит к дополнительному нарушению скейлинга, определенного функцией распределения внутри подсистем составной системы. Изучение этой новой дополнительной Q^2-зависимости возможно лишь в конкретных моделях, рассмотрению которых будут посвящены наши последующие работы.

Мы считаем своим приятным долгом поблагодарить А.В.Ефремова, С.П.Кулешова, А.В.Радюшкина, И.А.Савина за интерес к работе и полезные обсуждения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Gross D.J., Wilczek F. Phys.Rev.Lett., 1973, 30, p.1343-1346; Politzer H.D. Phys.Rev.Lett., 1973, 30, p.1346-1349.
2. Floratos E.G., Ross D.A., Sachrajda C.T. Nucl.Phys., 1977, B129, p.66-88; 1979, B152, p.493-520.
3. Bardeen W.A. et al. Phys.Rev., 1978, D18, p.3998-4017.
4. Buras A.J. Rev.Mod.Phys., 1980, 52, p.199-276.
5. Wilson K. Phys.Rev., 1969, 179, p.1499-1512.
6. Nachtman O. Nucl.Phys., 1973, B63, p.237-247.
7. Ellis J. In: A Weak and Electromagnetic Interaction at High Energies. (Ed. by R.Balian and Ch.Llewellyn Smith). North Holland, Amsterdam, 1977, p.1; Ellis J., Sachrajda C.T. In: Quarks and Leptons . (Ed. by M.Levy et al.). Plenum Press, New York, 1980, p.285; Reya E. Phys.Rev., 1981, 63, p.196.
8. Саврин В.И. ТМФ, 1976, 29, № 3, с.347-356; 1979, 39, № 1, с.48-63.
9. Savrin V.I., Skachkov N.B. Nuovo Cim., 1981, 65A, p.1-14.
10. Frankfurt L.L., Strikman M.I. Nucl.Phys., 1981, B181, No.1, p.22-60.
11. Faustov R.N. Ann.Phys., 1973, 78, p.176; Proc. V Int. Symposium on Many Particle Hydrodynamics. Eisenach and Leipzig, June 4-10, 1974, p.769; Krasnikov N.V., Chetyrkin K.G. Preprint INR, P-0036, Moscow, 1976; Atakishiev N.M., Mir-Kasimov R.M., Nagiev Sh.M. JINR, P2-80-635, Dubna, 1980; Kapshay E.N. et al. Nuovo Cim., 1981, 66A, p.45; JINR, P2-81-481, Dubna, 1981; E2-82-36, Dubna, 1982; Linkevich A.D., Savrin V.I., Skachkov N.B. JINR, E2-81-611, Dubna, 1981; E2-82-130, Dubna, 1982.
12. Bardieri R. et al. Nucl.Phys., 1976, B117, p.50.

Рукопись поступила в издательский отдел
27 октября 1983 года.

НЕТ ЛИ ПРОБЕЛОВ В ВАШЕЙ БИБЛИОТЕКЕ?

Вы можете получить по почте перечисленные ниже книги, если они не были заказаны ранее.

	Труды VI Всесоюзного совещания по ускорителям заряженных частиц. Дубна, 1978 /2 тома/	7 р. 40 к.
	Труды VII Всесоюзного совещания по ускорителям заряженных частиц, Дубна, 1980 /2 тома/	8 р. 00 к.
Д11-80-13	Труды рабочего совещания по системам и методам аналитических вычислений на ЭВМ и их применению в теоретической физике, Дубна, 1979	3 р. 50 к.
Д4-80-271	Труды Международной конференции по проблемам нескольких тел в ядерной физике. Дубна, 1979.	3 р. 00 к.
Д4-80-385	Труды Международной школы по структуре ядра. Алушта, 1980.	5 р. 00 к.
Д2-81-543	Труды VI Международного совещания по проблемам квантовой теории поля. Алушта, 1981	2 р. 50 к.
Д10,11-81-622	Труды Международного совещания по проблемам математического моделирования в ядерно-физических исследованиях. Дубна, 1980	2 р. 50 к.
Д1,2-81-728	Труды VI Международного семинара по проблемам физики высоких энергий. Дубна, 1981.	3 р. 60 к.
Д17-81-758	Труды II Международного симпозиума по избранным проблемам статистической механики. Дубна, 1981.	5 р. 40 к.
Д1,2-82-27	Труды Международного симпозиума по поляризационным явлениям в физике высоких энергий. Дубна, 1981.	3 р. 20 к.
Р18-82-117	Труды IV совещания по использованию новых ядерно-физических методов для решения научно-технических и народнохозяйственных задач. Дубна, 1981.	3 р. 80 к.
Д2-82-568	Труды совещания по исследованиям в области релятивистской ядерной физики. Дубна, 1982.	1 р. 75 к.
Д9-82-664	Труды совещания по коллективным методам ускорения. Дубна, 1982.	3 р. 30 к.
Д3,4-82-704	Труды IV Международной школы по нейтронной физике. Дубна, 1982.	5 р. 00 к.
Д2,4-83-179	Труды ХУ Международной школы молодых ученых по физике высоких энергий. Дубна, 1982.	4 р. 80 к.
	Труды УШ Всесоюзного совещания по ускорителям заряженных частиц. Протвино, 1982 /2 тома/	11 р. 40 к.
Д11-83-511	Труды совещания по системам и методам аналитических вычислений на ЭВМ и их применению в теоретической физике. Дубна, 1982.	2 р. 50 к.
Д7-83-644	Труды Международной школы-семинара по физике тяжелых ионов. Алушта, 1983.	6 р. 55 к.
Д2,13-83-689	Труды рабочего совещания по проблемам излучения и детектирования гравитационных волн. Дубна, 1983.	2 р. 00 к.

Заказы на упомянутые книги могут быть направлены по адресу:
101000 Москва, Главпочтамт, п/я 79
Издательский отдел Объединенного института ядерных исследований

Линкевич А.Д. и др.

Р2-83-745

Разложение Вильсона и связь между моментами структурных функций составных систем

На основе метода операторных разложений получены формулы, связывающие между собой моменты структурных функций составной системы и входящих в нее подсистем. Коэффициенты связи выражены через волновые функции относительного движения подсистем внутри системы.

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики ОИЯИ.

Препринт Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1983

Linkevich A.D. et al.

P2-83-745

Wilson Expansion and Connection between the Moments of Structure Functions of the Compound Systems

Based on the operator product expansion method there are obtained formulae which connect the moments of structure functions of the compound system with its constituents. The coupling coefficients are expressed through the wave functions of the relative motion of subsystems inside the system.

The investigation has been performed at the Laboratory of Theoretical Physics, JINR.

Preprint of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1983

Перевод О.С.Виноградовой