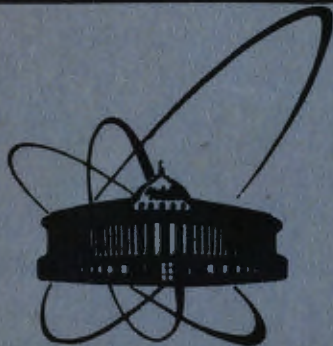


12/xii-83



объединенный  
институт  
ядерных  
исследований  
дубна

6373/83

P2-83-638

А.Б.Пестов

ТОЖДЕСТВА ЭЙНШТЕЙНА  
И ВОЛНОВОЕ УРАВНЕНИЕ

Направлено в "Письма в ЖЭТФ"

1983

Следуя Эйнштейну, структуру пространств с римановой метрикой и абсолютным параллелизмом будем описывать четверкой векторных полей  $h_i^\mu$ ,  $\mu = 0, 1, 2, 3$ ,  $i = 0, 1, 2, 3$ , которые образуют фундаментальный тензор. Коэффициенты связности  $\Gamma_{\mu\nu}^\sigma$  и метрический тензор  $g_{\mu\nu}$  выражаются через  $h_i^\mu$ :

$$\Gamma_{\mu\nu}^\sigma = h_i^\sigma \partial_\mu h_\nu^i, \quad g_{\mu\nu} = \eta_{ij} h_\mu^i h_\nu^j,$$

где  $\eta_{ij} = \text{diag}(1, -1, -1, -1)$ ,  $h_\mu^i$  - ковекторные поля, которые определяются как нормированные миноры величин  $h_i^\mu$ ,  $h_i^\mu h_\nu^i = \delta_\nu^\mu$ . Так как  $\Gamma_{\mu\nu}^\sigma$  несимметричны по нижним индексам, то тензор кручения  $K_{\mu\nu}^\sigma = \frac{1}{2}(\Gamma_{\mu\nu}^\sigma - \Gamma_{\nu\mu}^\sigma)$  и ковектор кручения  $K_\mu = K_{\sigma\mu}^\sigma$  не равны нулю. Оператор ковариантного дифференцирования, который задается  $\Gamma_{\mu\nu}^\sigma = h_i^\sigma \partial_\mu h_\nu^i$ , обозначим через  $\nabla_\mu$ . Замечательное общее свойство пространств с абсолютным параллелизмом выражается тождествами Эйнштейна /1/. Отсюда Эйнштейн вывел /1/, что из величин  $h_i^\mu$ , их первых и вторых производных можно построить тензор  $E^{\mu\nu}$ , который удовлетворяет уравнениям

$$\nabla_\mu E^{\mu\nu} - 2K_\mu E^{\mu\nu} = 0 \quad /1/$$

тождественно. Соответственно этому Эйнштейн предложил уравнения  $E^{\mu\nu} = 0$  для величин  $h_i^\mu$ .

Если по аналогии с уравнениями Эйнштейна

$$R^{\mu\nu} - \frac{1}{2}g^{\mu\nu} R = -\kappa T^{\mu\nu}$$

записать уравнения

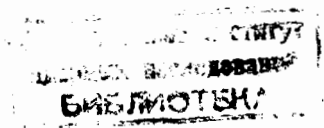
$$E^{\mu\nu} = \ell S^{\mu\nu}, \quad /2/$$

где  $\ell$  - постоянная, то /1/ влечет за собой равенство

$$\nabla_\mu S^{\mu\nu} - 2K_\mu S^{\mu\nu} = 0. \quad /3/$$

Тензорное поле  $S^{\mu\nu}$ , порождаемое материей, должно удовлетворять этому условию, чтобы уравнения /2/ были согласованными.

Покажем, что в рамках общековариантного волнового уравнения существует тензорное поле  $S^{\mu\nu}$ , удовлетворяющее /3/. Волновую функцию  $\Psi$  удобно представить в виде полинома от грассмановых переменных  $v^a$ :



$$\Psi \equiv \Psi(x, v) = \sum_{p=0}^4 \frac{1}{p!} \psi_{a_1 \dots a_p} v^{a_1} \dots v^{a_p} =$$

$$= \psi(x) + \psi_a(x) v^a + \frac{1}{2} \psi_{a\beta}(x) v^a v^\beta + \frac{1}{3!} \psi_{a\beta\mu}(x) v^a v^\beta v^\mu +$$

$$+ \frac{1}{4!} \psi_{a\beta\mu\nu}(x) v^a v^\beta v^\mu v^\nu.$$

Так как  $v^a$  преобразуются по векторному представлению общеквариантной группы, то в разложении /4/  $\psi(x)$  - скалярное поле,  $\psi_a(x)$  - ковекторное поле и далее идут антисимметричные ковариантные тензорные поля. Структура волнового уравнения определяется инвариантным оператором внешнего дифференцирования  $d = v^a \partial_a$ :

$$d\Psi(x, v) = \sum_{p=0}^4 \frac{1}{p!} p \partial_{[a_1} \psi_{a_2 \dots a_p]} v^{a_1} \dots v^{a_p}.$$

В пространстве с абсолютным параллелизмом волновое уравнение, совместное с общим принципом относительности, выражается системой линейных дифференциальных уравнений первого порядка ( $\hbar = c = 1$ ):

$$D^\sigma \psi_\sigma = m\psi,$$

$$D^\sigma \psi_{\sigma a} - D_a \psi = m\psi_a, \quad /5/$$

$$D^\sigma \psi_{\sigma a \beta} - D_a \psi_\beta + D_\beta \psi_a = m\psi_{a\beta},$$

$$D^\sigma \psi_{\sigma a \beta \mu} - D_a \psi_{\beta \mu} - D_\beta \psi_{\mu a} - D_\mu \psi_{a\beta} = m\psi_{a\beta\mu},$$

$$D_\nu \psi_{a\beta\mu} - D_a \psi_{\beta\mu\nu} + D_\beta \psi_{\mu\nu a} - D_\mu \psi_{\nu a\beta} = m\psi_{a\beta\mu\nu}$$

для мультиплета полей /4/. В волновом уравнении  $D_a = \nabla_a - K_a$ ,  $D^\sigma = g^{\sigma a} D_a$ . Можно показать, что система уравнений /5/ допускает группу преобразований, которые касаются функций  $\psi_{a_1 \dots a_p}(x)$ , не затрагивая координат. Отсюда выводится тензор

$$S^{\mu\tau} = \sum_{p=0}^4 \frac{(-1)^{p+1}}{p!} \left( \frac{1}{2} g^{\mu\tau} \psi_{a_1 \dots a_p} \bar{\psi}^{a_1 \dots a_p} + \right.$$

$$\left. + \psi^{\mu a_1 \dots a_p} \bar{\psi}^{\tau a_1 \dots a_p} + \psi^{\mu \tau a_1 \dots a_p} \bar{\psi}_{a_1 \dots a_p} \right) + \text{к.с.}$$

При выполнении /5/ тензор /6/ удовлетворяет /3/. Таким образом, система уравнений /2/, /5/, /6/ является совместной системой для величин  $h_1^\mu$ ,  $\psi_{a_1 \dots a_p}$ ,  $p = 0, 1, 2, 3, 4$ .

Физическая интерпретация волнового уравнения /5/ вытекает из его свойств симметрии. Волновое уравнение описывает сущность, различные состояния которой представляют собой заряженные лептоны, число которых равно четырем. Таким образом, утверждается, что наряду с лептонами  $e, \mu, \tau$  должен существовать еще один и только один вид заряженных лептонов. Как известно, это предсказание может быть в ближайшем будущем проверено экспериментально.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Эйнштейн А. Собрание научных трудов, "Наука", 1965, т. II, с. 342, 343.

### НЕТ ЛИ ПРОБЕЛОВ В ВАШЕЙ БИБЛИОТЕКЕ?

Вы можете получить по почте перечисленные ниже книги, если они не были заказаны ранее.

D3-11787	Труды III Международной школы по нейтронной физике. Алушта, 1978.	3 р. 00 к.
D13-11807	Труды III Международного совещания по пропорциональным и дрейфовым камерам. Дубна, 1978.	6 р. 00 к.
	Труды VI Всесоюзного совещания по ускорителям заряженных частиц. Дубна, 1978 /2 тома/	7 р. 40 к.
D1,2-12036	Труды V Международного семинара по проблемам физики высоких энергий. Дубна, 1978	5 р. 00 к.
D1,2-12450	Труды XIII Международной школы молодых ученых по физике высоких энергий. Приморско, НРБ, 1978.	3 р. 00 к.
	Труды VII Всесоюзного совещания по ускорителям заряженных частиц, Дубна, 1980 /2 тома/	8 р. 00 к.
D11-80-13	Труды рабочего совещания по системам и методам аналитических вычислений на ЭВМ и их применению в теоретической физике, Дубна, 1979	3 р. 50 к.
D4-80-271	Труды Международной конференции по проблемам нескольких тел в ядерной физике. Дубна, 1979.	3 р. 00 к.
D4-80-385	Труды Международной школы по структуре ядра. Алушта, 1980.	5 р. 00 к.
D2-81-543	Труды VI Международного совещания по проблемам квантовой теории поля. Алушта, 1981	2 р. 50 к.
D10,11-81-622	Труды Международного совещания по проблемам математического моделирования в ядерно-физических исследованиях. Дубна, 1980	2 р. 50 к.
D1,2-81-728	Труды VI Международного семинара по проблемам физики высоких энергий. Дубна, 1981.	3 р. 60 к.
D17-81-758	Труды II Международного симпозиума по избранным проблемам статистической механики. Дубна, 1981.	5 р. 40 к.
D1,2-82-27	Труды Международного симпозиума по поляризационным явлениям в физике высоких энергий. Дубна, 1981.	3 р. 20 к.
P18-82-117	Труды IV совещания по использованию новых ядерно-физических методов для решения научно-технических и народнохозяйственных задач. Дубна, 1981.	3 р. 80 к.
D2-82-568	Труды совещания по исследованиям в области релятивистской ядерной физики. Дубна, 1982.	1 р. 75 к.
D9-82-664	Труды совещания по коллективным методам ускорения. Дубна, 1982.	3 р. 30 к.
D3,4-82-704	Труды IV Международной школы по нейтронной физике. Дубна, 1982.	5 р. 00 к.

Заказы на упомянутые книги могут быть направлены по адресу:  
101000 Москва, Главпочтамт, п/я 79  
Издательский отдел Объединенного института ядерных исследований

Пестов А.Б. P2-83-638  
Тождества Эйнштейна и волновое уравнение

Установлено, что уравнения гравитационного поля, открытые Эйнштейном при исследовании римановых пространств с абсолютным параллелизмом, и общековариантное волновое уравнение могут быть слиты в единую согласованную систему уравнений.

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики ОИЯИ.

Препринт Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1983

Pestov A.B. P2-83-638  
Einstein Identities and Wave Equation

It is shown that the equations of gravitational field discovered by Einstein when studying the Riemannian space with absolute parallelism and general covariant wave equation may be combined into a consistent system of equations.

The investigation has been performed at the Laboratory of Theoretical Physics, JINR.

Preprint of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1983

Перевод О.С.Виноградовой