

12/11-83

**сообщения
объединенного
института
ядерных
исследований
дубна**

6489 / 83

P2-83-607

В.Л.Любошиц, М.И.Подгорецкий

**О МНОГОКРАТНОМ КУЛОНОВСКОМ РАССЕЙАНИИ
УЛЬТРАРЕЛЯТИВИСТСКИХ
ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ,
ДВИЖУЩИХСЯ ПОД НЕБОЛЬШИМИ УГЛАМИ
К КРИСТАЛЛОГРАФИЧЕСКИМ ПЛОСКОСТЯМ**

1983

Пусть ультрарелятивистская частица пролетает через монокристалл под достаточно малым углом α к кристаллографическим плоскостям. Будем предполагать, что $\alpha < \bar{\alpha} \sim 10^{-2}$, где $\bar{\alpha}$ - предельный угол, при котором можно еще заменить дискретное распределение зарядов в кристалле некоторым усредненным непрерывным распределением. В этих условиях направление движения частицы может изменяться за счет взаимодействия с усредненным потенциалом U и за счет многократного рассеяния. Ниже будет показано, что существует довольно широкий интервал углов α , в котором многократное рассеяние оказывается меньшим, чем в соответствующей аморфной среде /или в том же кристалле, но при $\alpha \gg \bar{\alpha}$ /.

Мы будем считать, что частица движется по практически прямой линейной классической траектории, т.е. во время пересечения каждой из кристаллографических плоскостей изменение ее поперечного импульса удовлетворяет условиям

$$|\Delta q| \ll q = p\alpha = \gamma mc\alpha, \quad /1/$$

$$|\Delta q| \gg \hbar/d. \quad /2/$$

Здесь p - импульс частицы, d - расстояние между смежными плоскостями*. Из закона сохранения поперечной энергии

$$\frac{q^2}{2m\gamma} + U = \text{const} \quad /3/$$

следует, что по порядку величины $|\Delta q| \sim \gamma U/q \sim U/\alpha c$. Поэтому условие /1/ переписывается в виде $U/\alpha c \ll \gamma mc\alpha$, или

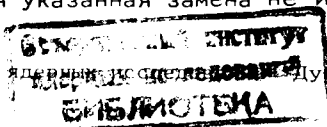
$$\alpha \gg \alpha_L, \quad /4/$$

где $\alpha_L \sim \sqrt{U/mc^2\gamma}$ - предельный угол Линдхарда. С другой стороны, из условия /2/ следует

$$\alpha \ll \frac{Ud}{\hbar c}. \quad /5/$$

Правая часть /5/ не зависит от энергии частицы и составляет для разных кристаллов примерно $10^{-1} \div 10^{-2}$, т.е. совпадает по порядку

*Если исходить из модели "плоского слоя"^{1/1/}, то $\bar{\alpha} \sim R^2/d^2 \sim 10^{-1} \div 10^{-2}$, а в условие /2/ вместо d следует подставить толщину слоя $2R$. Существенного значения указанная замена не имеет.



величины с углом $\bar{\alpha}$. Что касается угла Линдхарда, то для частиц с энергией несколько ГэВ его величина составляет примерно 10^{-4} и падает с дальнейшим ростом энергии. Поэтому для таких частиц с большим запасом выполнено двойное неравенство

$$\alpha_{\text{Л}} \ll \alpha \ll \frac{Ud}{\hbar c}, \quad /6/$$

равносильное совместному выполнению условий /1/ и /2/.

Обратимся теперь к рассеянию ультрарелятивистской частицы на атоме среды. Оно, как известно, сводится к упругому рассеянию на экранированном ядре и неупругим столкновениям, при которых изменяются квантовые состояния электронов. Если при упругом рассеянии на атоме угол рассеяния η удовлетворяет условию $\eta < \frac{\hbar}{a_{\text{я}}}$, где $a_{\text{я}}$ - размер области локализации ядра вблизи узла кристаллической решетки, то характер колебательного движения ядра с большой вероятностью не изменяется. Наоборот, при $\eta > \frac{\hbar}{a_{\text{я}}}$

велика вероятность изменения колебательного состояния ядра.

В аморфном веществе атомы расположены хаотически. То же самое фактически относится и к атомам, находящимся вблизи траектории частицы в кристалле при $\alpha > \bar{\alpha}$. Поэтому как неупругое рассеяние, так и оба вида актов упругого рассеяния частицы на атоме дают свой вклад в величину η^2 , характеризующую многократное кулоновское рассеяние /в случае тяжелых атомов неупругими столкновениями, связанными с рассеянием на электронах, можно пренебречь/. Не так обстоит дело в кристалле, если $\alpha < \bar{\alpha}$. Тогда совместное влияние тех элементарных актов рассеяния, которые не сопровождаются изменением характера движения электронов и ядер, можно учесть с помощью эффективного потенциала U , плавно изменяющегося вдоль нормали к кристаллографическим плоскостям, но остающегося хаотическим при изменении координат вдоль этих плоскостей. Поэтому многократное рассеяние становится азимутально асимметричным: для отклонений, параллельных кристаллографическим плоскостям, результат остается таким же, как в аморфной среде, в то время как в перпендикулярном направлении многократное рассеяние определяется только теми элементарными актами, которые приводят к изменению состояния движения электронов или ядер. Следовательно, средний квадрат угла отклонения частицы в направлении, перпендикулярном к кристаллографическим плоскостям, должен быть меньше, чем в аморфном теле или в кристалле при $\alpha > \bar{\alpha}^*$.

* Мы акцентируем внимание на случае ультрарелятивистских частиц, поскольку для них неравенства /6/ выполнены с большим запасом. Ясно, однако, что в менее четком виде аналогичная асимметрия имеет место и для тяжелых нерелятивистских частиц. Сказанное справедливо и при $\alpha < \alpha_{\text{Л}}$ /см. экспериментальную работу^{/2/} и краткие замечания в^{/3,4/} /.

Ясно также, что все сказанное относится в равной мере к ультрарелятивистским частицам с зарядами обоих знаков.

Согласно теории многократного кулоновского рассеяния, в аморфных веществах, а также в кристаллах при $\alpha > \bar{\alpha}$ средний квадрат угла между начальным импульсом и проекцией конечного импульса на любую плоскость, содержащую исходную прямолинейную траекторию частицы, описывается /в пренебрежении малым вкладом рассеяния на электронах/ выражением

$$\overline{\eta_{\perp}^2} = \overline{\eta_{\parallel}^2} = \frac{1}{2} \overline{\eta^2} = \frac{4\pi NZ^2 e^4 \ell}{p^2 c^2} \int_0^{\infty} F\left(\frac{pR_{\text{я}}\eta}{\hbar}\right) \left\{1 - \phi\left(\frac{pa_{\text{э}}\eta}{\hbar}\right)\right\}^2 \frac{d\eta}{\eta}. \quad /7/$$

Здесь N - число атомов в единице объема, ℓ - толщина слоя вещества, F - ядерный формфактор, $Z\phi$ - атомный формфактор, $R_{\text{я}}$ - радиус ядра, $a_{\text{э}}$ - радиус экранирования; функции $F(x)$ и $\phi(x)$ равны единице при $x = 0$ и стремятся к нулю при $x \gg 1$. Мы будем считать, что $R_{\text{я}} = 1,3 \cdot 10^{-13} A^{1/3}$ см, а $a_{\text{э}} = 5 \cdot 10^{-9} / Z^{1/3}$ см.

В кристаллах при $\alpha < \bar{\alpha}$ величина $\overline{\eta_{\perp}^2}$, соответствующая отклонениям, перпендикулярным кристаллографическим плоскостям, определяется только процессами, приводящими к изменению характера колебательного движения ядер. Поэтому в этом случае при вычислении $\overline{\eta_{\perp}^2}$ в подынтегральное выражение формулы /7/ следует ввести дополнительный множитель $(1 - e^{-2w})$, где

$$e^{-2w} = e^{-\frac{2p^2 a_{\text{я}}^2 \eta^2}{\hbar^2}}$$

фактор Дебая-Уоллера. Следовательно, уменьшение $\overline{\eta_{\perp}^2}$ в кристаллах при $\alpha < \bar{\alpha}$ по сравнению с той же величиной в аморфном теле составляет

$$\Delta \overline{\eta_{\perp}^2} = \frac{4\pi NZ^2 e^4 \ell}{p^2 c^2} \int F\left(\frac{pR_{\text{я}}\eta}{\hbar}\right) \left\{1 - \phi\left(\frac{pa_{\text{э}}\eta}{\hbar}\right)\right\}^2 e^{-2w} \frac{d\eta}{\eta}, \quad /8/$$

в то время как величина $\overline{\eta_{\parallel}^2}$, соответствующая отклонениям, параллельным кристаллографическим плоскостям, по-прежнему описывается формулой /7/. Учитывая, что $R_{\text{я}} \ll a_{\text{э}}$, можно приближенно написать

$$\Delta \overline{\eta_{\perp}^2} \approx \frac{4\pi NZ^2 e^4 \ell}{p^2 c^2} \int e^{-\frac{2p^2 a_{\text{я}}^2 \eta^2}{\hbar^2}} \left\{1 - \phi\left(\frac{pa_{\text{э}}\eta}{\hbar}\right)\right\}^2 \frac{d\eta}{\eta}. \quad /9/*$$

Таким образом, в рассматриваемых условиях угловое распределение для достаточно толстых кристаллов должно описываться двумерным

* Следует подчеркнуть, что учет вклада неупругого рассеяния на атомных электронах в величину $\overline{\eta_{\perp}^2}$ никак не влияет на соотношения /8/-/9/.

законом Гаусса с неодинаковыми среднеквадратичными отклонениями в двух указанных взаимно перпендикулярных направлениях.

Точный анализ формул /7/-/9/ требует громоздких численных расчетов. Что касается качественных оценок, то их можно получить в рамках обычного в теории многократного рассеяния логарифмического приближения. Тогда из /7/ и /9/ следует, что относительное уменьшение

$$\frac{\overline{\Delta\eta^2}}{\eta_{\perp}^2} \approx \ln\left(\frac{a_{\text{э}}}{a_{\text{я}}}\right) / \ln\left(\frac{a_{\text{э}}}{R_{\text{я}}}\right). \quad /10/$$

Поскольку область локализации ядра $a_{\text{я}}$ изменяется с температурой кристалла T , отношение $\overline{\Delta\eta^2}/\eta_{\perp}^2$, также зависит от температуры*. Численное значение параметра $a_{\text{я}}$ можно определить, зная фактор Дебая-Уоллера, или из данных по вероятности эффекта Мессбауэра. Для кубических кристаллов достаточно воспользоваться дебаевской моделью, в которой

$$a_{\text{я}}^2 = \frac{3\hbar^2}{Mk\theta} \left\{ \frac{1}{4} + \left(\frac{T}{\theta}\right)^2 \int_0^{\theta/T} \frac{tdt}{e^t - 1} \right\}, \quad /11/$$

где M - масса ядра, k - постоянная Больцмана, θ - дебаевская температура /7,8/.

Исходя из сказанного, приходим к следующим численным оценкам: для железа при $T \ll \theta$ величина $\overline{\Delta\eta^2}/\eta_{\perp}^2 \approx 10\%$ и при комнатной температуре $\overline{\Delta\eta^2}/\eta_{\perp}^2 \approx 10\%$, для кремния, вольфрама и алмаза при $T \approx 300^\circ\text{K}$ величина $\overline{\Delta\eta^2}/\eta_{\perp}^2$ равна примерно 9%, 13% и 23% соответственно. Эффект оказывается небольшим, но можно думать, что он вполне наблюдаем экспериментально. Не исключено, что он окажется полезным с точки зрения изучения некоторых свойств твердого тела**.

При прохождении через кристалл направление движения частицы может, строго говоря, изменяться также за счет взаимодействия с непрерывным плоскостным потенциалом. Следует, однако, иметь в виду, что этот потенциал симметричен по отношению к каждой из кристаллографических плоскостей. Поэтому, пересекая любую из них, частица сначала отклоняется в направлении, перпендикулярном к этой плоскости, но затем отклоняется в точности на такой же угол в противоположном направлении. Следовательно, после тех пересечений плоскостей, которые происходят целиком внутри

* Соответственно и усредненный потенциал U зависит от температуры /см., например, /5,8/.

** Аналогичный эффект имеет место и для тормозного излучения, но отсутствует для других ядерных процессов, не связанных с кулоновским взаимодействием.

кристалла, исходное направление движения частицы никак не изменяется.

Изменение направления движения возможно только за счет краевых эффектов, если расстояние между траекторией частицы и ближайшей кристаллографической плоскостью при входе в образец не совпадает с аналогичным расстоянием при выходе из образца. По порядку величины это изменение направления $|\Delta\alpha| \sim |\Delta q|/p$, где, как и прежде, $|\Delta q| \sim \frac{U}{ca}$. Поэтому $|\Delta\alpha| \sim \frac{U}{ca} = \frac{a_{\text{д}}^2}{a}$ *. В соответствии с /4/ имеем $a_{\text{д}}/a \ll 1$, т.е. $|\Delta\alpha| \ll a_{\text{д}}$ и тем более $|\Delta\alpha| \ll a$. Величина $|\Delta\alpha|$ не зависит от толщины образца, в то время как величина $\overline{\eta^2}$ растет с толщиной, причем все проведенные выше рассуждения остаются справедливыми, пока выполнено сравнительно очень мягкое условие $\sqrt{\overline{\eta^2}} \ll \frac{Ud}{\hbar c}$. Поэтому для достаточно толстых монокристаллов всегда может быть реализован случай

$\sqrt{\overline{\eta^2}} \gg |\Delta\alpha|$, в котором основную роль играет многократное рассеяние. Тогда краевыми эффектами можно пренебречь и обсуждаемое уменьшение многократного рассеяния проявляется в чистом виде. Фактически такая ситуация имеет место и для довольно тонких кристаллов. Например, в кремнии толщиной 100μ при движении частицы с энергией порядка 1 ГэВ под углом $\alpha \approx 10^{-2}$ к кристаллографическим плоскостям /110/ имеем $\sqrt{\overline{\eta^2}} \approx 3 \cdot 10^{-4}$ и $|\Delta\alpha| \approx 3 \cdot 10^{-6}$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Бонч-Осмоловский А.Г., Подгорецкий М.И. ЯФ, 1979, т.29, с.432.
2. Gibson W.M. Phys.Rev.Lett., 1965, vol.15, p.357.
3. Белошицкий В.В., Кумахов М.А. ДАН СССР, 1973, т.212, с.846.
4. Кумахов М.А. УФН, 1975, т.115, с.427.
5. Appleton B.R., Erginsoy C., Gibson W.M. Phys.Rev., 1967, vol.161, p.330.
6. Шульга Н.Ф., Трутень В.И., Фомин С.П. Препринт ХФТИ 80-32, Харьков, 1980.
7. Мессбауэр Р.Л. УФН, 1960, т.72, с.658.
8. Шапиро Ф.Л. УФН, 1960, т.72, с.685.

Рукопись поступила в издательский отдел
24 августа 1983 года.

* За счет дифракции происходит дополнительное изменение угла, равное по порядку величины \hbar/pd . При выполнении условия /5/ им можно пренебречь.

Любошиц В.Л., Подгорецкий М.И.

P2-83-607

О многократном кулоновском рассеянии
ультрарелятивистских заряженных частиц, движущихся под небольшими углами
к кристаллографическим плоскостям

Показано, что если ультрарелятивистская заряженная частица пересекает кристаллографические плоскости под достаточно малым углом α , то средний квадрат угла ее отклонения в плоскости, перпендикулярной кристаллографической, уменьшается по сравнению со случаем аморфного тела или кристалла при больших α . Эффект зависит от температуры, его величина может достигать 10-20%.

Работа выполнена в Лаборатории высоких энергий ОИЯИ.

Сообщение Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1983

Lyuboshits V.L., Podgoretskiy M.I.

P2-83-607

On the Multiple Coulomb Scattering of Ultrarelativistic Charged
Particles Moving at Small Angles to the Crystallographic Planes

It is shown that if an ultrarelativistic charged particle intersects the crystallographic planes at sufficiently small angle α , the mean square of the angle of its deflection in the plane, which is normal to the crystallographic one, decreases in comparison with the case of amorphous medium or the case of crystal at large α . This effect is dependent on temperature, its magnitude can reach 10-20%.

The investigation has been performed at the Laboratory of High Energies, JINR.

Communication of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1983

Перевод О.С.Виноградовой