24/X 83

объединенный
институт
ядерных
исследований
дубна

5450/83

Р2-83-559

С.Г.Горишний, А.Л.Катаев*, С.А.Ларин**

ШИРИНА РАСПАДА ХИГГСОВСКОГО БОЗОНА В АДРОНЫ: ТРЕХПЕТЛЕВЫЕ ПОПРАВКИ СИЛЬНЫХ ВЗАИМОДЕЙСТВИЙ

Направлено в ЯФ

*Институт ядерных исследований АН СССР, Москва.
**Московский государственный университет.

1983

1. ВВЕДЕНИЕ

Появившиеся указания на обнаружение калибровочных бозонов электрослабых взаимодействий [1] являются одним из наиболее сильных аргументов в пользу стандартной модели $SU(2) \times U(1)$. Но окончательным ее подтверждением может стать лишь наблюдение скалярного хиггсовского бозона /H-бозона/, феноменологические свойства которого подробно описаны в ряде обзоров /см., например, [2]/.

Неудачи поисков хиггсовских частиц в экспериментально изучаемой области энергий не противоречат предсказаниям стандартной модели. Действительно, теоретические расчеты показывают, что сечения рождения и ширины распадов сравнительно легких H-бозонов достаточно малы /см. [2]/. Таким образом, обнаружение даже доминирующих процессов с участием максимально тяжелых из доступных по энергиям частиц связано с серьезными экспериментальными трудностями. Однако масса H-бозона является свободным параметром теории и может изменяться в широком интервале значений /7 ГэВ $\lesssim M_H \lesssim$ 1 ТэВ/. Поэтому нельзя исключать существования тяжелых скалярных частиц, которые будут наблюдаться на ускорителях следующего поколения /обсуждение см. в [3]/.

Приготовления к поиску тяжелых H-бозонов включают в себя вычисления радиационных поправок к сечениям их рождения и ширинам последующих распадов. К числу уже изучавшихся величин относятся характеристики процессов с участием адронов, в которых заметную роль могут играть сильные взаимодействия. Так, для распада тяжелого кваркония $V \to H + \gamma$ и распада тяжелого H-бозона в адроны их вклад приводит к 20-30% поправкам порядка $O(\alpha_s)$ /см. соответственно [4] и [5]/. И если в первом случае учет отрицательной добавки [4] понижает теоретическое значение ширины распада, то во втором поправка имеет положительную величину [5], что увеличивает вероятность обнаружения такой реакции.

В настоящей работе мы вычисляем 3-петлевые поправки к $\Gamma_{tot}(H \to \text{адроны})$ в случае, когда масса H-бозона значительно превосходит массы кварков, фрагментирующих в адроны. Применение операторного разложения к двухточечной функции скалярных кварковых токов позволяет свести эту задачу к задаче нахождения 3-петлевых поправок к ее коэффициентным функциям, которые мы будем вычислять в безмассовом пределе. Возможность проведения такого расчета гарантируется двумя фактами. Во-первых, существует алгоритм вычисления 3-петлевых безмассовых размерно-регуляризованных интегралов [6]. Во-вторых, он реализован в виде программы на системе аналитических вычислений SCHOONSCHIP [7].

Однако корректный трехпетлевой анализ асимптотического поведения $\Gamma_{tot}(H \to \text{адроны})$ не может быть выполнен без привлечения дополнительной информации о соответствующих приближениях ренормгрупповых функций. Лишь учет трехпетлевых поправок к β-функции [8] и аномальной размерности массы $\gamma_m(\alpha_s)$ [9] делает его самосогласованным. Таким образом, наш расчет является примером вычисления физической величины, в котором используются трехпетлевые приближения этих ренормгрупповых функций.

Настоящая работа построена следующим образом: в разделе 2 мы опишем процедуру вычислений, в разделе 3 приводятся результаты расчетов, в разделе 4 обсуждается их применение к анализу асимптотического поведения $\Gamma_{tot}(H \to \text{адроны})$. Работу завершает заключение.

2. РЕНОРМГРУППОВОЙ ПОДХОД

Мы будем рассматривать стандартную модель $SU(2)_L \times U(1)$, в рамках которой лагранжиан взаимодействия H-бозона с кварк-антикварковой парой имеет вид

$$\mathcal{L} = -(\sqrt{2}\, G_F)^{1/2}\, \Phi \cdot J; \qquad /2.1/$$

$$J = m_q \bar{q} q; \quad q = u, d, s, c, b, t, \dots .$$

Полная ширина распада скалярного бозона в адроны определяется мнимой частью двухточечной функции скалярных кварковых токов:

$$\Gamma_{tot}(H \to \text{адроны}) = \frac{\sqrt{2}\, G_F}{M_H} \operatorname{Im} \Pi (q^2 = M_H^2); \qquad /2.2/$$

$$\Pi(Q^2 = -q^2) = i \int e^{iqx} \langle 0 | T\{J(x), J(0)\} | 0 \rangle\, d^4x .$$

Величина /2.2/ не является чисто мультипликативно-перенормируемой и требует дополнительных вычитаний, что несколько осложняет вычисления. Однако в интересующем нас приближении по массам кварков /напомним, что мы рассматриваем случай тяжелого H-бозона с массой $M_H \gg 2m_q$/ можно сконструировать ренорминвариантный объект

$$D(Q^2, m, \alpha_s) = -Q^2 \frac{d}{dQ^2}\left[\frac{\Pi(Q^2)}{Q^2}\right], \qquad /2.3/$$

удовлетворяющий уравнению ренормгруппы

$$(\mu^2\frac{\partial}{\partial\mu^2}+\beta(\alpha_s)\frac{\partial}{\partial\alpha_s}+\gamma_m(\alpha_s)\frac{\partial}{\partial m})D_R(\frac{Q^2}{\mu^2},m,\alpha_s)=0\,, \qquad /2.4/$$

в которое в виде коэффициентов при частных производных входят ренормгрупповые функции, определенные следующим образом:

$$\frac{1}{4\pi}\beta(\alpha_s)=\frac{1}{4\pi}\mu^2\frac{d\alpha_s}{d\mu^2}=-\sum_{i\geq 0}\beta_i(\frac{\alpha_s}{4\pi})^{i+2}\,,$$

$$m\gamma_m(\alpha_s)=\mu^2\frac{dm}{d\mu^2}=m\sum_{i\geq 0}\gamma_i(\frac{\alpha_s}{4\pi})^{i+1}\,. \qquad /2.5/$$

Решение уравнения /2.4/ имеет простой вид,

$$D_R(\frac{Q^2}{\mu^2},m,\alpha_s)=D(1,\bar m,\bar\alpha_s)\,, \qquad /2.6/$$

и выражается через эффективную константу связи $\bar\alpha_s(Q^2)$ и эффективную массу $\bar m(Q^2)$, которые, в свою очередь, являются решениями уравнений /2.5/ с начальными условиями $\bar\alpha_s(\mu^2)=\alpha_s$, $\bar m(\mu^2)=m$. В настоящее время коэффициенты функции $\beta(\alpha_s)$ и $\gamma_m(\alpha_s)$ вычислены вплоть до 3-петлевого приближения /см. /8, 9/ соответственно/:

$$\beta_0=11-\frac{2}{3}f\,; \qquad \gamma_0=4\,;$$

$$\beta_1=102-\frac{38}{3}f\,; \qquad \gamma_1=\frac{202}{3}-\frac{20}{9}f\,; \qquad /2.7/$$

$$\beta_2=\frac{2857}{2}-\frac{5033}{18}f+\frac{325}{54}f^2 \;/9/\,; \qquad \gamma_2=\frac{374}{3}+(\frac{160}{3}\zeta(3)-\frac{2216}{27})f-\frac{140}{81}f^2 \;/9/,$$

где f - число кварковых ароматов. Используя эти результаты, можно параметризовать эффективные константы с помощью масштабного параметра Λ. И если выражение для $\bar\alpha_s$ достаточно компактно:

$$\frac{\bar\alpha_s}{4\pi}=\frac{1}{\beta_0L}-\frac{\beta_1\ln L}{\beta_0^3L^2}+\frac{1}{\beta_0^5L^3}(\beta_1^2\ln L-\beta_1\ln L+\beta_2\beta_0-\beta_1^2)\,; \qquad /2.8/$$

$$L=\ln\frac{Q^2}{\Lambda^2}\,,$$

то аналогичное соотношение для эффективной массы $\bar m$ имеет более громоздкий вид. В этом легко убедиться, решив второе из уравнений /2.5/:

$$\bar m(Q^2)=\hat m\exp\{\int^{\bar\alpha_s}\frac{\gamma(x)}{\beta(x)}dx+\frac{\gamma_0}{\beta_0}\ln(\frac{\beta_0}{2\pi})\}=$$

$$=\hat m(\frac{\beta_0\bar\alpha_s}{2\pi})^{\gamma_0/\beta_0}\{1+(\frac{\gamma_1}{\beta_0}-\frac{\gamma_0\beta_1}{\beta_0^2})(\frac{\bar\alpha_s}{4\pi})+ \qquad /2.9/$$

$$+\frac{1}{2}[(\frac{\gamma_1}{\beta_0}-\frac{\gamma_0\beta_1}{\beta_0^2})+(\frac{\gamma_2}{\beta_0}+\frac{\beta_1^2\gamma_0}{\beta_0^3}-\frac{\gamma_0\beta_2}{\beta_0^2}-\frac{\gamma_1\beta_1}{\beta_0^2})](\frac{\bar\alpha_s}{4\pi})^2+\dots\}\,,$$

где инвариантная масса $\hat m$ - еще один числовой параметр теории, а вид аддитивной добавки в экспоненте соответствует общепринятому выбору неопределенной константы интегрирования /см. например, /5//. Переписав ряд /2.9/ в терминах параметра Λ, получим:

$$\bar m(Q^2)=\hat m(\frac{2}{L})^{\gamma_0/\beta_0}\{1+\frac{1}{\beta_0^3L}(\beta_0\gamma_1-\beta_1\gamma_0)-\frac{\ln L}{\beta_0^3L}\beta_1\gamma_0+$$

$$+\frac{1}{2\beta_0^7L^2}(\beta_0^4\gamma_2+\beta_0^3\gamma_1^2-\beta_0^3\beta_1\gamma_1-\beta_0^3\beta_2\gamma_0+\beta_0^2\beta_1^2\gamma_1-$$

$$-2\beta_0^2\beta_1\gamma_0\gamma_1+3\beta_0^2\beta_2\gamma_0^3-2\beta_0\beta_1^2\gamma_0^2-\beta_0\beta_2\gamma_0^2+\beta_1^2\gamma_0^3)+ \qquad /2.10/$$

$$+\frac{\ln L}{2\beta_0^7L^2}(-2\beta_0^3\beta_1\gamma_1+2\beta_0^2\beta_1^2\gamma_0-2\beta_0^2\beta_1\gamma_0\gamma_1-\beta_0\beta_1^2\gamma_0^2+\beta_1^2\gamma_0^3)+$$

$$+\frac{\ln^2L}{2\beta_0^7L^2}(-3\beta_0^2\beta_1^2\gamma_0+7\beta_0\beta_1^2\gamma_0^2-2\beta_1^2\gamma_0^3)\}\,,$$

В целях экономии места мы будем в дальнейшем пользоваться лишь преобразованным к численному виду первым определением $\bar m$, подразумевая дальнейшее разложение в ряд по обратным логарифмам.

Итак, для вычисления 3-петлевых поправок к $\Gamma_{tot}(H\to$ адроны$)$ необходимо, во-первых, вычислить 3-петлевую поправку к D-функции /2.3/ в пространственноподобной области $q^2=-Q^2<0$, во-вторых, применить ренормгруппу и учесть явные 3-петлевые представления /2.8/, /2.10/ и, в-третьих, восстановить вид Γ_{tot} $(H\to$ адроны$)$ во времениподобной области $q^2=-Q^2>0$ при помощи вычисления интеграла

$$\Gamma_{tot}(H \to \text{адроны}) = \frac{\sqrt{2}\,G_F M_H}{2i} \int\limits_{-M_H^2 - i\epsilon}^{-M_H^2 + i\epsilon} \frac{d\sigma}{\sigma} D(1, \bar{m}(\sigma), \bar{\alpha}_s(\sigma)). \qquad /2.11/$$

Заметим, что в этой работе мы интересуемся асимптотическим поведением $\Gamma_{tot}(H \to \text{адроны})$ вдали от областей образования резонансов, в которых существенную роль играют пороговые и резонансные кинематические особенности. Следовательно, мы также можем восстановить вид Γ_{tot} при помощи процедуры, отличающейся от изложенной выше последовательностью применения ренормгруппы и аналитического продолжения во времениподобную область /см. рисунок/.

$$\begin{tikzcd}[column sep=huge, row sep=large]
\Pi_R\left(\frac{Q^2}{\mu^2}, m, \alpha_s\right) \arrow[r, "\text{анал. продол.}", "Q^2=-q^2+i\epsilon"'] & \mathrm{Im}\,\Pi_R\left(\frac{q^2}{\mu^2}, m, \alpha_s\right) \arrow[d, "\text{РГ}\ q^2>0"] \\
D_R\left(\frac{Q^2}{\mu^2}, m, \alpha_s\right) \arrow[u, "\text{обращение (2.3)}"'] \arrow[d, "\text{РГ}\ Q^2>0"'] & \Gamma_{tot}(\bar{m}, \bar{\alpha}_s)\big|_{q^2=M_H^2} \\
D(1, \bar{m}, \bar{\alpha}_s) \arrow[r, "\text{анал. продол. + обращение}", "Q^2=-q^2+i\epsilon\quad(2.3)"'] & \frac{1}{2i}\int\limits_{-q^2-i\epsilon}^{-q^2+i\epsilon} \frac{d\sigma}{\sigma} D(1, \bar{m}(\sigma), \bar{\alpha}_s(\sigma)) \arrow[u]
\end{tikzcd}$$

Схема восстановления $\Gamma_{tot}(H \to \text{адроны})$ во времениподобной области.

3. ВЫЧИСЛЕНИЯ

Описание непосредственных расчетов, которые мы будем проводить в рамках размерной регуляризации и весьма удобной с практической точки зрения модификации схемы минимальных вычитаний - G-схемы [10], мы начнем с рассмотрения ренорминвариантного объекта /2.3/, удовлетворяющего соотношению:

$$D_R\left(\frac{Q^2}{\mu_G^2}, m, \alpha_s\right) = D_B(Q^2, m_B, \alpha_B). \qquad /3.1/$$

Нетрудно показать, что для его вычисления в 3-петлевом приближении нужно знать выражения для "голой" массы m_B в 2-петлевом приближении [11]: *

$$m_B = \Big\{1 - \frac{3}{\epsilon} C_F \left(\frac{\alpha_s}{4\pi}\right) + \Big[\frac{1}{\epsilon^2}\left(\frac{9}{2} C_F - \frac{11}{2} C_A + 2T(f)\right) + \frac{1}{\epsilon}\left(\frac{3}{4} C_F + \frac{97}{12} C_A - \frac{5}{3} T(f)\right)\Big] C_F \left(\frac{\alpha_s}{4\pi}\right)^2 \Big\} m; \qquad /3.2/$$

$$C_F = \frac{4}{3}; \quad C_A = 3; \quad T(f) = \frac{f}{2}; \quad \epsilon = 2 - \frac{D}{2};$$

"голого" заряда α_B в 1-петлевом приближении:

$$\alpha_B = \alpha_s\left(1 - \beta_0/\epsilon\left(\frac{\alpha_s}{4\pi}\right)\right), \quad \beta_0 = 11/3\, C_A - 4/3\, T(f), [12]$$

и ответы для расходящихся интегралов, дающих вклад в двухточечную функцию/2.2/.

Все диаграммы были вычислены аналитически при помощи упоминавшейся во Введении программы, представляющей собой машинную реализацию алгоритма вычисления размерно-регуляризованных скалярных интегралов пропагаторного типа вплоть до конечной части [6]. При этом в силу специфики задачи для 3-петлевых диаграмм удерживались лишь полюса по ϵ. Следует отметить, что по своей сложности рассматриваемая задача полностью аналогична первому 3-петлевому расчету в КХД - вычислению поправок порядка $O(\alpha_s^2)$ к $\sigma_{tot}(e^+e^- \to \text{адроны})$ /см., например, [10]/.

Результаты вычислений неперенормированной двухточечной функции /2.2/, представленные в таблице, удобно записать в виде

$$\Pi_B(Q^2, m_B, \alpha_B) = Q^2 \cdot \frac{m_B^2}{(4\pi)^2} \cdot \sum_{\ell=1}^{3} \left(\frac{\mu_G^2}{Q^2}\right)^{\ell\epsilon} \left(\frac{\alpha_B}{4\pi}\right)^{\ell-1} \times \sum_i \Pi_{\ell,i}\, GW_{\ell,i}\, S_{\ell,i}. \qquad /3.3/$$

Из /3.1/ и /3.3/ следует, что перенормированное выражение для D-функции может быть найдено из соотношения

---

*Напомним, что константы перенормировки не зависят от размерных параметров и, следовательно, от конкретной реализации процедуры минимальных вычитаний / MS-, $\overline{\text{MS}}$-, G-... схемы/.

$$D_R\left(\frac{Q^2}{\mu_G^2}, m, \alpha_s\right) =$$

$$= \lim_{\epsilon\to 0} \frac{m_B^2}{(4\pi)^2} \sum_{\ell=1}^{3} \ell\epsilon \left(\frac{\mu_G^2}{Q^2}\right)^{\ell\epsilon} \left(\frac{\alpha_B}{4\pi}\right)^{\ell-1} \sum_i \Pi_{\ell,i} \times GW_{\ell,i}\, S_{\ell,i} \qquad /3.4/$$

после подстановки сингулярных выражений для m_B и α_B. Переходя к общепринятой схеме $\overline{MS}$ при помощи замены $\ln Q^2/\mu_G^2 \to \ln Q^2/\mu_{\overline{MS}}^2 + 2$ /см. /10/ /*, получаем интересующий нас ответ:

$$D_R\left(\frac{Q^2}{\mu_{\overline{MS}}^2}, m, \alpha_s\right) = \frac{3}{8\pi} m^2 \Big\{1 + \frac{\alpha_s}{4\pi} C_F\Big(17 - 6\ln\frac{Q^2}{\mu_{\overline{MS}}^2}\Big) +$$

$$+ \Big(\frac{\alpha_s}{4\pi}\Big)^2 C_F\Big[\Big(\frac{925}{4} - \frac{169}{2}\zeta(3)\Big) C_A - (65 - 16\zeta(3))\, T(f) + \qquad /3.5/$$

$$+ \Big(\frac{691}{4} - 39\zeta(3)\Big) C_F + \ln\frac{Q^2}{\mu_{\overline{MS}}^2}\Big(-\frac{284}{3} C_A + \frac{88}{3} T(f) - 105 C_F\Big) +$$

$$+ \ln^2\frac{Q^2}{\mu_{\overline{MS}}^2}(11 C_A - 4T(f) + 18C_F)\Big]\Big\}.$$

В случае, когда кварки преобразуются по фундаментальному представлению группы $SU(3)\times SU(f)$, он приобретает вид:

$$D_R\left(\frac{Q^2}{\mu_{\overline{MS}}^2}, m, \alpha_s\right) = \frac{3}{8\pi^2} m^2 \Big\{1 + \frac{\alpha_s}{4}\Big(\frac{17}{3} - 2\ln\frac{Q^2}{\mu_{\overline{MS}}^2}\Big) +$$

$$+ \Big(\frac{\alpha_s}{\pi}\Big)^2 \Big[\Big(\frac{11089}{144} - \frac{611}{24}\zeta(3) - \frac{65}{24} f + \frac{2}{3}\zeta(3) f\Big) + \qquad /3.6/$$

$$+ \ln\frac{Q^2}{\mu_{\overline{MS}}^2}\Big(-\frac{106}{3} + \frac{11}{9} f\Big) + \ln^2\frac{Q^2}{\mu_{\overline{MS}}^2}\underbrace{\Big(\frac{19}{4} - \frac{1}{6} f\Big)}_{c_3}\Big]\Big\},$$

---

* Переход к схеме MS осуществляется заменой $\ln(Q^2/\mu_G^2) \to \ln(Q^2/\mu_{MS}^2) + 2 + \ln 4\pi - \gamma$.

где поправка порядка $O(\alpha_s)$ воспроизводит ранее известный результат /5,13/, а коэффициенты логарифмических членов связаны с полюсными частями m_B и α_B соотношениями, вытекающими из требований сокращения расходимостей в перенормированном ответе. Для коэффициента c_3 связь выглядит особенно просто: $c_3 = (2\gamma_0^2 + \beta_0\gamma_0)/16$. Вместе с аналогичными условиями для других коэффициентов это соотношение позволяет произвести дополнительную проверку расчетов.

Полученный результат имеет несколько приложений, среди которых - вычисление значений масс легких кварков при помощи правил сумм, связывающих двухточечные функции вида /2.2/ с моделями физических спектров в каналах скалярных и псевдоскалярных мезонов /14/. В настоящей работе мы остановимся на рассмотрении второго применения.

4. ПОПРАВКИ К Γ_{tot} (H → АДРОНЫ)

Все вычисления, описанные в предыдущем разделе, проводились в глубокоевклидовой области. Однако непосредственный физический интерес представляет изучение предсказаний теории возмущений в светоподобной области. Связь между этими двумя областями осуществляется посредством процедуры аналитического продолжения, которую можно применять как до, так и после ренормгруппового улучшения результата /3.6/ /см. рисунок/. При этом в окончательном ответе могут появиться дополнительные поправки, пропорциональные π^2. Действительно, после применения ренормгруппы к /3.6/ и замены перенормированных параметров на эффективные /см. /2.8/, /2.10//, выражение для Γ_{tot} приобретает вид /см. /2.11//:

$$\Gamma_{tot}(H \to \text{адроны}) = \sqrt{2}\, G_F M_H \sum_{\substack{0\le i\le 2\\ 0\le j\le i}} c_{ij} \frac{1}{2i} \int_{-M_H^2 - i\epsilon}^{-M_H^2 + i\epsilon} \frac{ds}{s} \frac{\ln^j L_s}{L_s^{a+i}}, \qquad /4.1/$$

где $a = 2\gamma_0/\beta_0$, $L = \ln(s/\Lambda^2)$, а $c_{i,j}$ - числовые коэффициенты, зависящие от числа валентностей кварков. Интегрирование лидирующего члена суммы /4.1/ приводит к появлению дополнительной поправки того же порядка, что и вычисленные трехпетлевые члены:

$$\frac{1}{2i} \int_{-M_H^2 - i\epsilon}^{-M_H^2 + i\epsilon} \frac{ds}{sL_s^a} = \frac{1}{b\cdot L_M^b} \cdot \frac{\sin(b\cdot \operatorname{arctg}(\pi/L_M))}{(1 + \pi^2/L_M^2)^{b/2}} = \qquad /4.2/$$

Таблица 1.

Результаты вычислений диаграмм в калибровке Фейнмана

№	Диаграмма	Групповой вес, $G_{\ell,i}$	Симметр. коэфф., $S_{\ell,i}$	Результат расчета в G -схеме, $\Pi_{\ell,i}$
1.1		C_A	1	$\frac{2}{\varepsilon}$
2.1		$C_A C_F$	1	$\frac{8}{\varepsilon^2} + \frac{6}{\varepsilon} + 27 - 24\zeta(3)$
2.2		— " —	2	$-\frac{1}{\varepsilon^2} - \frac{1}{2\varepsilon} - \frac{11}{4}$
3.1		$C_A C_F^2$	1	$\frac{64}{3\varepsilon^3} + \frac{128}{3\varepsilon^2} + \frac{688}{3\varepsilon} - \frac{192\cdot\zeta(3)}{\varepsilon}$
3.2		— " —	1	$\frac{2}{3\varepsilon^3} + \frac{2}{3\varepsilon^2} + \frac{16}{3\varepsilon}$
3.3		— " —	2	$\frac{2}{3\varepsilon^3} + \frac{2}{3\varepsilon^2} + \frac{14}{3\varepsilon}$
3.4		— " —	2	$\frac{1}{3\varepsilon^3} + \frac{1}{2\varepsilon^2} + \frac{37}{12\varepsilon}$
3.5		— " —	4	$-\frac{4}{\varepsilon^3} - \frac{8}{\varepsilon^2} - \frac{110}{3\varepsilon} + \frac{24\zeta(3)}{\varepsilon}$
3.6		$C_A C_F(C_F - \frac{C_A}{2})$	1	$-\frac{8}{3\varepsilon^2} - \frac{76}{3\varepsilon} + \frac{40\zeta(3)}{\varepsilon}$
3.7		— " —	2	$\frac{8}{3\varepsilon^3} + \frac{4}{3\varepsilon^2} + \frac{72}{3\varepsilon} - \frac{32\zeta(3)}{\varepsilon}$
3.8		— " —	2	$-\frac{2}{3\varepsilon^3} - \frac{1}{3\varepsilon^2} - \frac{31}{6\varepsilon}$
3.9		$C_A C_F T(f)$	1	$-\frac{8}{3\varepsilon^3} - \frac{8}{\varepsilon^2} - \frac{112}{3\varepsilon} + \frac{32\zeta(3)}{\varepsilon}$
3.10		— " —	2	$\frac{2}{3\varepsilon^2} + \frac{7}{8\varepsilon}$
3.11		$C_A^2 C_F$	1	$\frac{10}{3\varepsilon^3} + \frac{34}{3\varepsilon^2} + \frac{72}{\varepsilon} - \frac{40\zeta(3)}{\varepsilon}$
3.12		— " —	2	$-\frac{5}{6\varepsilon^2} - \frac{29}{12\varepsilon}$
3.13		$-\frac{C_A^2 C_F}{2}$	2	$-\frac{8}{\varepsilon^3} - \frac{56}{3\varepsilon^2} - \frac{72}{\varepsilon} + \frac{96\zeta(3)}{\varepsilon}$
3.14		— " —	2	$\frac{2}{3\varepsilon^3} + \frac{17}{3\varepsilon^2} + \frac{53}{2\varepsilon} - \frac{8\zeta(3)}{\varepsilon}$

$$= \frac{\pi}{L_M^a}\cdot[1 - (\frac{4\pi}{\beta_0 L_M})^2\cdot\frac{c_3}{3} + \dots], \qquad /4.2/$$

где $b = a - 1$, $L_M = \ln(M_H^2/\Lambda^2)$, $c_3 = (2\gamma_0^2 + \beta_0\gamma_0)/16$. Происхождение этой поправки легко понять, если учесть, что при изменении последовательности применения ренормгруппы и процедуры аналитического продолжения /см. рисунок/ она возникает из последнего члена /3.6/ после замены $\ln(Q^2/\mu^2) \to \ln(s/\mu^2) \pm i\pi$. Отметим, что вопрос последовательного учета эффектов аналитического продолжения подробно обсуждался в [15,16]. В частности, для минимизации возникающих при этом поправок авторами работ [16] было предложено дополнительно переопределять константу разложения во времениподобной области. Однако в настоящем случае имеет смысл пользоваться стандартным разложением. Действительно, подставляя /4.2/ в /4.1/, мы получим выражение для полной ширины распада тяжелого H-бозона в адроны:

$$\Gamma_{tot}^{\overline{MS}}(H \to \text{адроны}) =$$

$$= \frac{3\sqrt{2}}{8\pi} G_F M_H \sum_f \overline{m}_f^2 \{1 + \frac{\overline{a}_s}{\pi} 5{,}667 + (\frac{\overline{a}_s}{\pi})^2 [46{,}403 - \pi^2 1{,}583 - \qquad /4.3/$$

$$- f(1{,}906 - \pi^2 0{,}056)]|_{M_H} .$$

При этом поправки порядка $\underline{O}(\pi^2 a_s^2)$ лишь улучшают сходимость ряда теории возмущений в $\overline{MS}$-схеме, уменьшая вклад трехпетлевых членов.

Воспользовавшись соотношением /2.9/, которое является решением ренормгруппового уравнения /2.5/ в трехпетлевом приближении и устанавливает связь между двумя эффективными параметрами теории / $\overline{m}$ и $\overline{a}_s$/, можно переписать /4.3/ следующим образом:

$$\frac{\Gamma_{tot}^{\overline{MS}}}{M_H} = \frac{3\sqrt{2}}{8\pi} G_F \{\hat{m}_s^2 [1 + \frac{\overline{a}_s}{\pi} 7{,}457 + (\frac{\overline{a}_s}{\pi})^2 43{,}061] (\frac{9\overline{a}_s}{2\pi})^{8/9} +$$

$$/4.4/$$

$$+ \hat{m}_c^2 [1 + \frac{\overline{a}_s}{\pi} 7{,}695 + (\frac{\overline{a}_s}{\pi})^2 44{,}490] (\frac{25\overline{a}_s}{6\pi})^{24/25} +$$

$$+\ \hat{m}_b^2\left[1+\frac{\bar{a}_s}{\pi}8{,}016+\left(\frac{\bar{a}_s}{\pi}\right)^2 46{,}916\right]\left(\frac{23\bar{a}_s}{6\pi}\right)^{24/23}+$$

$$+\ \hat{m}_t^2\left[1+\frac{\bar{a}_s}{\pi}8{,}463+\left(\frac{\bar{a}_s}{\pi}\right)^2 50{,}879\right]\left(\frac{7\bar{a}_s}{2\pi}\right)^{8/7}\Big\}\Big|_{M_H}, \qquad /4.4/$$

где $\hat{m}_u = \hat{m}_d \approx 0$, $\hat{m}_s = 0{,}3$ ГэВ [14], $\hat{m}_c \approx 1{,}8$ ГэВ, $\hat{m}_b \approx 7{,}6$ ГэВ, $\hat{m}_t > 16$ ГэВ /см. обзор [17]/.

Еще одной интересной особенностью этого ряда является схемная зависимость сразу двух его членов. Как всегда в подобных случаях, возникает известный вопрос о том, какая схема наиболее предпочтительна с точки зрения минимизации поправок теории возмущений. Оставляя его без подробных обсуждений, отметим лишь, что этому критерию удовлетворяет G-схема [10], для которой ответ /4.4/ принимает вид:

$$\frac{\Gamma^{G}_{tot}}{M}=\frac{3\sqrt{2}}{8\pi}G_F\Big\{\hat{m}_s^2\left[1+\frac{\bar{a}_s}{\pi}3{,}457-\left(\frac{\bar{a}_s}{\pi}\right)^2 10{,}433\right]\left(\frac{9\bar{a}_s}{2\pi}\right)^{8/9}+$$

$$+\ \hat{m}_c^2\left[1+\frac{\bar{a}_s}{\pi}3{,}694-\left(\frac{\bar{a}_s}{\pi}\right)^2 8{,}179\right]\left(\frac{25\bar{a}_s}{6\pi}\right)^{24/25}+$$

$$+\ \hat{m}_b^2\left[1+\frac{\bar{a}_s}{\pi}4{,}018-\left(\frac{\bar{a}_s}{\pi}\right)^2 5{,}266\right]\left(\frac{23\bar{a}_s}{6\pi}\right)^{24/23}+ \qquad /4.5/$$

$$+\ \hat{m}_t^2\left[1+\frac{\bar{a}_s}{\pi}4{,}463-\left(\frac{\bar{a}_s}{\pi}\right)^2 1{,}304\right]\left(\frac{7\bar{a}_s}{2\pi}\right)^{8/7}\Big\}\Big|_{M_H}.$$

Отрицательные знаки трехпетлевых коэффициентов говорят о том, что в случае /4.5/ вклад не зависящего от схемы члена порядка $O(\pi^2 a_s^2)$ превышает суммарный вклад трехпетлевых интегралов.

Оценим теперь суммарную величину всей поправки, рассматривая конкретный пример: распад H-бозона с массой $M_H \approx 50$ ГэВ на $\bar{b}b$-пару. Подставляя в /4.4/ значение $\Lambda_{\overline{MS}} \approx 0{,}15$ ГэВ, извлеченное в [15] путем обработки данных по адронным ширинам ψ- и γ-мезонов с учетом эффектов аналитического продолжения, мы приходим к выводу, что вычисленная поправка составляет 10% от лидирующего члена. Эта поправка в три раза меньше двухпетлевого вклада. Таким образом, даже несмотря на достаточно большой коэффициент трехпетлевого члена, можно заключить, что теория возмущений хорошо работает в рассмотренном примере и дает полезную информацию о величине полной ширины адронного распада H-бозона.

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей работе мы вычислили трехпетлевые поправки сильных взаимодействий к полной ширине адронного распада тяжелого H-бозона в пренебрежении пороговыми эффектами. Они составляют 10% от лидирующего члена, что в три раза меньше двухпетлевого вклада. Таким образом, учет радиационных поправок повышает вероятность обнаружения распада приблизительно на 40%.

Проведенные вычисления представляют собой пример первого расчета физической величины в третьем порядке теории возмущений в КХД, в котором явным образом использовалась информация о трехпетлевых коэффициентах ренормгрупповых функций $\beta(a_s)$ и $\gamma_m(a_s)$. Они показали, что решающую роль в формировании всей трехпетлевой поправки играют трехпетлевые приближения к коэффициентным функциям. Действительно, из сравнения /4.3/ и /4.4/ следует, что на них приходится более 70% от вклада члена порядка $O(a_s^2)$. Таким образом, в нашем случае попытка оценить трехпетлевые поправки к физическим величинам, исходя из низших приближений теории возмущений и результатов для ренормгрупповых функций, предпринимавшаяся в [18] при изучении процесса глубоконеупругого лептон-адронного рассеяния, представляется неоправданной.

В заключение мы выражаем благодарность В.А.Матвееву и А.Н.Тавхелидзе за постоянную поддержку. Мы признательны Н.В.Красникову за полезные обсуждения и О.В.Тарасову за сообщение о своем результате [9]. Мы благодарны дирекции ОИЯИ и в особенности И.С.Златеву за предоставление возможности работать в вычислительном центре ОИЯИ.

ЛИТЕРАТУРА

1. Arnison G. et al. Phys.Lett., 1983, 122B, p. 103; Banner M. et al. Phys.Lett., 1983, 122B, p. 476.

2. Вайнштейн А.И., Захаров В.И., Шифман М.А. УФН, 1980, 131, с. 537;
Ali A. Preprint DESY 81-060, 1981.
3. Cline D. Proc. of International Seminar Quarks-82, Moscow, 1983, p. 11.
4. Vysotsky M.I. Phys.Lett., 1980, 97B, p. 159.
5. Sakai N. Phys.Rev., 1981, D22, p. 2220;
Inami T., Kobota T. Nucl.Phys., 1981, B179, p. 171.
6. Tkachov F.V. Phys.Lett., 1981, 100B, p. 65;
Chetyrkin K.G., Tkachov F.V. Nucl.Phys., 1981, B192, p. 159.
7. Strubbe H. Comp.Phys.Comm., 1974, 8, p. 1.
8. Tarasov O.V., Vladimirov A.A., Zharkov A.Yu. Phys.Lett., 1980, 93B, p. 429.
9. Tarasov O.V. Preprint JINR, P2-82-900, Dubna, 1982.
10. Chetyrkin K.G., Kataev A.L., Tkachov F.V. Nucl.Phys., 1980, V174, p. 345; Preprint INR, P-0170, 1980.
11. Tarrach R. Nucl.Phys., 1981, B183, p. 384;
Nachtmann O., Wetzell W. Nucl.Phys., 1981, B187, p. 333.
12. Polytzer H.D. Phys.Rev.Lett., 1973, 39, p. 1346;
Gross D.J., Wilczek F. Phys.Rev.Lett., 1973, 31, p.1343.
13. Becchi C. et al. Z.Phys., 1981, B191, p. 301.
14. Gorishny S.G., Kataev A.L., Larin S.A. Preprint JINR, E2-83-533, Dubna, 1983.
15. Krasnikov N.V., Pivovarov A.A. Phys.Lett., 1982, 116B, p. 168.
16. Penninaton M.R., Ross G.G. Phys.Lett., 1981, 102B, p. 167;
Radyushkin A.V. Preprint JINR, E2-82-159, Dubna, 1982.
17. Gasser J., Leutwyller H. Phys.Rep., 1982, 87, p. 79.
18. Moshe M. Phys,Rev.Lett., 1979, 43, p. 1951.

Горишний С.Г., Катаев А.Л., Ларин С.А. P2-83-559
Ширина распада хиггсовского бозона в адроны: трехпетлевые поправки сильных взаимодействий

Вычислена трехпетлевая пертурбативная поправка КХД к полной ширине адронного распада хиггсовского бозона. Для хиггсовского бозона с массой M = 50 ГэВ она составляет величину порядка 10% от лидирующего члена, что в три раза меньше двухпетлевого вклада. Проведенное вычисление представляет собой первый пример расчета физической величины в третьем порядке теории возмущений с учетом трехпетлевых поправок к ренормгрупповым функциям КХД $\beta(a_s)$ и $\gamma_m(a_s)$.

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики ОИЯИ.

Препринт Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1983

Gorishny S.G., Kataev A.L., Larin S.A. P2-83-559
The Width of Higgs Boson Decay into Hadrons: Three-Loop Corrections of Strong Interactions

The three-loop perturbative QCD correction to the total hadronic decay width of the Higgs boson is calculated. For the Higgs boson mass M = 50 GeV it amounts to about 10% of the leading term and is three times as less as the next-to-leading one. The result of the calculation is the first physical one obtained in the next-next-to-leading order with the account taken of the three-loop corrections to the QCD renormalization group functions $\beta(a_s)$ and $\gamma_m(a_s)$.

The investigation has been performed at the Laboratory of Theoretical Physics, JINR.

Preprint of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1983

Перевод О.С.Виноградовой