31/X-83

объединенный
институт
ядерных
исследований
дубна

5747/83

9/IX-83

Р2-83-459

К.В.Рерих

О НЕГОЛОМОРФНОСТИ ФУНКЦИЙ, ОПРЕДЕЛЯЮЩИХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ УРАВНЕНИЕ ГРУППЫ ИТЕРАЦИЙ УРАВНЕНИЙ ЧУ-ЛОУ

Направлено в ТМФ

1983

1. ВВЕДЕНИЕ. СУЩЕСТВО ПРОБЛЕМЫ

Уравнения Чу-Лоу для p -волн πN рассеяния, предложенные [1] более 20 лет назад, представляют собой простейший пример нетривиальной модели, в которой одновременно учитываются такие фундаментальные требования дисперсионного подхода, как аналитичность, унитарность и перекрестная симметрия [2].

Развитая в [3] изящная формулировка этих уравнений, полученная путем перехода от последних к нелинейной краевой задаче на матричные элементы S - матрицы, и введение униформизующей переменной $w = \pi^{-1} \arcsin \omega$ / ω - энергия пиона в лабораторной системе/ свели проблему нахождения решений уравнений Чу-Лоу к решению следующей системы нелинейных разностных уравнений вида [3,4]

$$S_i(w)\, S_i(1-w) = 1, \qquad /1/$$

$$S_i(w+1) = 1/\sum_j A_{ij}\, S_j(w)$$

в классе мероморфных действительных функций комплексного переменного w. В /1/ A_{ij} - элементы матрицы кроссинг-симметрии со свойствами $A^2 = E$, $\sum_j A_{ij} = 1$,

$$A_{ij} = \frac{1}{9}\begin{pmatrix} 1 & -8 & 16 \\ -2 & 7 & 4 \\ 4 & 4 & 1 \end{pmatrix}, \qquad /2/$$

а $S_j(w)$ - матричные элементы S -матрицы в состояниях j , которые должны удовлетворять следующим локальным условиям:

$$S_i(w) = 1 + O\left(\left(w - \frac{1}{2}\right)^3\right) \qquad \text{- пороговое поведение,} \qquad /3.1/$$

$$S_i(w) = \frac{4}{3\pi} f^2 \frac{\lambda_i}{w} + \text{const} + O(w) \qquad \text{- поведение в борновском полюсе,} \qquad /3.2/$$

$$\lim |w^{-N} S_i(w)| < \infty \qquad \text{- полиномиальная ограниченность.} \qquad /3.3/$$

$$|w| \to \infty, \quad \text{Re}\, w = \text{const}$$

Объединенный институт ядерных исследований БИБЛИОТЕКА

Заметим, что система /1/ сразу же показывает достоинство развитой в [3] формулировки этих классических уравнений на языке разностных уравнений, позволяет существенно расширить арсенал математических методов для решения этой труднейшей нелинейной проблемы /см., например, [3–7] /. Действительно, из /1/ сразу выясняется характер неоднозначности решения [3] - если $S_i(w)$ - решение /1/, то решением будет также $S_i(w + \beta(w)) \cdot D(w)$, где

$$\beta(-w) = -\beta(w), \qquad \beta(w+1) = \beta(w) \qquad /4/$$

$$D(-w) = D(w), \qquad D(1-w)\,D(w) = 1 .$$

Там же, в [3], построено известное решение /1/ с матрицей /2/, регулярное, если не принимать во внимание произвол /4/, в точке $w = \infty$, т.е. являющееся рациональной функцией w, и доказана единственность этого решения /1/ в классе рациональных мероморфных функций. Из этого результата необходимо следует важный вывод:

все решения /1/, кроме найденного в [3], как частные, так и общие, обязательно будут иметь существенную особенность при $w = \infty$.

Как отмечено в [4], это известное рациональное решение /1/ даже с учетом произвола /4/ не удовлетворяет условию /3.2/, которому, как указано в /4/, можно удовлетворить только в рамках общего решения уравнений /1/, построению которого посвящены работы [5–12].

В подходе, развитом в [5], было предложено рассматривать множество всех итераций уравнений /1/ в более удобной модифицированной форме [13]:

$$x' = f(x,y), \qquad f(x,y) = \frac{x + 2x^2 - xy - 2y^2}{1 + 3x + 3y - 2x^2 - 3xy - 2y^2}, \qquad /5/$$

$$y' = g(x,y) \qquad g(x,y) = -f(y,x),$$

$$x' = x(w+1), \quad y' = y(w+1), \quad x(-w) = -x(w), \quad y(-w) = y(w),$$

$$t' t(w) = (1 - 2y' - x')(1 - 2y + x), \qquad /6/$$

$$t' = t(w+1), \quad t(-w) = t(w).$$

Функции $x(w)$, $y(w)$, $t(w)$ из /5/, /6/ связаны с $S_i(w)$ из /1/ следующим образом:

$$S_i(w) = (\xi_i + \eta_i\, y(w) + \lambda_i\, x(w))/t(w),$$

а ξ, η, λ - собственные векторы матрицы A из /2/;

$$A(\xi, \eta) = (\xi, \eta), \qquad A\lambda = -\lambda,$$

$$\xi = (1,1,1), \quad \eta = (4, -2, 1), \quad \lambda = (-4, -1, 2).$$

Определим множество всех итераций /5/:

$$x^{(k)} = F(x, y; k) \qquad /7/$$

$$y^{(k)} = G(x, y; k),$$

где функции F и G задаются итерациями:

$$F(x, y; k) = f(F(x, y; k-1),\ G(x, y; k-1)),$$
$$G(x, y; k) = g(F(x, y; k-1),\ G(x, y; k-1)) \qquad /8/$$

и $F(x, y; 0) \equiv x, \quad G(x, y; 0) \equiv y.$

Это множество образует бесконечную абелеву группу со следующим законом умножения:

$$x^{(n)}(x^{(m)}, y^{(m)}) = x^{(m)}(x^{(n)}, y^{(n)}) = x^{(m+n)}(x, y), \qquad /9/$$

$$y^{(n)}(x^{(m)}, y^{(m)}) = y^{(m)}(x^{(n)}, y^{(n)}) = y^{(m+n)}(x, y)$$

Рассмотрение подгруппы четных итераций /7/ дает основание считать справедливыми /7/ и /9/ не только при целых k, но и при действительных $k = 2r$. Тогда дифференцирование групповых уравнений /9/ дает дифференциальное уравнение группы итераций [5,9]:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{Q(x,y)}{P(x,y)}, \qquad \text{где} \qquad /10/$$

$$Q(x,y) = \frac{dy^{(2r)}(x,y)}{d\,2r}\Big|_{r=0}, \qquad P(x,y) = \frac{dx^{(2r)}(x,y)}{d\,2r}\Big|_{r=0},$$

а функции $P(x,y)$ и $Q(x,y)$ есть решения следующей системы линейных функциональных уравнений

$$P(f(x,y), g(x,y)) = f_x(x,y)\,P(x,y) + f_y(x,y)\,Q(x,y), \qquad /11/$$

$$Q(f(x,y), g(x,y)) = g_x(x,y)\,P(x,y) + g_y(x,y)\,Q(x,y),$$

полученной в [9].

Исследуя /10/ на основе качественной теории дифференциальных уравнений /14/, в /6/ впервые установили качественную зависимость общего решения уравнений /1/ от третьей произвольной функции $C(w)$ со свойствами

$$C(w+1) = -C(w), \quad C(-w) = C(w), \qquad /12/$$

которые означают, что $C(w)$ имеет существенную особенность при $w = \infty$.

В подходе /7/, основанном на использовании теории преобразований Кремона, получена структура общих интегралов уравнений Чу-Лоу $-C(w)$ и $w + \beta(w)$, а в /12/ разработан метод построения общих интегралов и общего решения уравнений /1/, удовлетворяющего условию /3.2/ при следующем поведении $C(w)$ в нуле:

$$C(w) = -w^2 + O(w^4).$$

Однако в работе /8/ сделан противоречащий этому вывод о невозможности построения общего решения в виде ряда по степеням $C(w)$, поскольку, как утверждается в /8/, для общего решения /1/, удовлетворяющего /3.2/, $C(0) \neq 0$, и более того, дается оценка $C(0) = -265{,}25$, что нельзя считать малым (авторы /8/ с помощью итераций /5/ фактически вычисляют асимптотическое значение величины $[y(w) - x^2(w)]/x^4(w)$ при $w = n \to \infty$, исходя из начальных значений $n = 0$, $y = \mathrm{const}$, $x = \infty$, соответствующих борновскому полюсу. Эта величина лишь в первом приближении по $C(w)$ совпадает с $C(w)$). В действительности, как это будет следовать из настоящей работы, выводы /8/ являются несостоятельными, поскольку они основаны на некорректных /см. ниже/ результатах одного из авторов /8/ /Г.В.П./:

1. Уравнения /5/ имеют непрерывное семейство решений вида

$$y = x^2 + \sum_{i \geq 2} \beta_i(C)\, x^{2i}, \qquad /13/$$

где $\beta_i(C)$ - полиномы по $C(w)$ из /12/, а ряд /13/ сходится в окрестности $x = 0$.

2. Общее решение уравнений /5/ представимо в виде рядов

$$x(w) = \sum_{i \geq 0}^{\infty} \frac{\lambda_i(C(w))}{w^{2i+1}}, \qquad y(w) = \sum_{i \geq 0}^{\infty} \frac{\mu_i(C(w))}{w^{2i+2}}, \qquad /14/$$

сходящихся в некоторой окрестности $w = \infty$. Утверждения о сходимости рядов /13/ и /14/ получены /6/ в результате исследования уравнения /10/ на основе качественной теории дифференциальных уравнений /14/, в котором функции P и Q из /10/ полагались голоморфными в окрестности точки $x = y = 0$, что необходимо для применимости результатов качественной теории дифференциальных уравнений /см. /14/, с. 381-409/.

Вопрос о голоморфности функций P и Q обсуждался в литературе, и, как видно из приведенного выше, является принципиально важным. Однако до настоящего времени вопрос о голоморфности функций $P(x,y)$ и $Q(x,y)$ в окрестности точки $x = y = 0$ не выяснен с необходимой строгостью до конца. Ниже, решая полученные в /9/ функциональные уравнения /11/ для функций $P(x,y)$ и $Q(x,y)$ из /10/, мы докажем их неголоморфность в окрестности точки $x = y = 0$.

Таким образом, будет показана несостоятельность утверждений о сходимости рядов /13/, /14/ и основанных на них выводах /8/ о значении $C(0)$ для решений /1/, удовлетворяющих /3.2/. Заметим также, что сходимость рядов /14/ в окрестности точки $w = \infty$ при $C(w) \neq 0$ проиворечит строгому результату /3/ о единственности известного решения, регулярного в окрестности $w = \infty$ /см. вывод из /3/, приведенный ниже /4//.

II. НЕГОЛОМОРФНОСТЬ ФУНКЦИЙ $P(x,y)$ И $Q(x,y)$ В ОКРЕСТНОСТИ ТОЧКИ $x = y = 0$

Для наших целей удобней рассматривать уравнение /10/ не в переменных x и y, а x и $u = y - x^2$, в которых уравнение /10/ примет вид

$$\frac{du}{dx} = \frac{\bar{Q}(x,u)}{\bar{P}(x,u)},$$

где связь $\bar{Q}(x,u)$ и $\bar{P}(x,u)$ с $Q(x,y)$ и $P(x,y)$ из /6/ дается формулой:

$$P(x,y) = \bar{P}(x, y - x^2) \qquad /15/$$

$$Q(x,y) = \bar{Q}(x, y - x^2) + 2x\,\bar{P}(x, y - x^2).$$

Уравнения /5/ для u и x примут вид /11/:

$$x' = \bar{f}(x,u), \quad \bar{f}(x,u) = f(x, u + x^2)$$

$$u' = \bar{g}(x,u) \quad \bar{g}(x,u) = g(x, u + x^2) - f^2(x, u + x^2),$$

где

$$f(x,u) = \frac{x(1+x)^{-1} - x(1+4x)\,p(x)\,u - 2p(x)\,u^2}{1 + (3 - 3x - 4x^2)\,p(x)\,u - 2p(x)\,u^2},$$

$$\bar g(x,u) = -\frac{u\,[1+4(1+2x)^{-2}u]\,[1+(1-x)^{-2}u]}{(1+x)^4\,[1+(3-3x-4x^2)\,p(x)u - 2p(x)u^2]^2},$$

а $p(x) = [(1-x)(1+x)^2\,(1+2x)]^{-1}$.

Полученные в [9] функциональные уравнения для функций $P(x,y)$ и $Q(x,y)$ примут следующий вид для $\bar P(x,u)$ и $\bar Q(x,u)$:

$$\left.\begin{aligned} &\bar P(\bar f(x,u),\ \bar g(x,u)) = \bar f_x(x,u)\,\bar P(x,u) + \bar f_u(x,u)\,\bar Q(x,u),\\ &\bar Q(\bar f(x,u),\ \bar g(x,u)) = \bar g_x(x,u)\,\bar P(x,u) + \bar g_u(x,u)\,\bar Q(x,u). \end{aligned}\right\} \qquad /16/$$

Допустим противное, что функции $P(x,y)$ и $Q(x,y)$ голоморфны в некоторой окрестности U начала координат $|x| < r$, $|y| < r$, где выберем $r < 1/7$ /это условие гарантирует отличие от нуля в U знаменателей преобразования $\bar f, \bar g$ /. Тогда функции $\bar P(x,u)$ и $\bar Q(x,u)$ с учетом /15/ будут также голоморфными в области $\bar U$: $|x| \le r$, $|u| \le r(1-r)$, что нетрудно показать.

Под действием преобразования $\{\bar f, \bar g\}$, для которого точка $x = u = 0$ является неподвижной, область $\bar U$ перейдет в $\bar U'$, имеющую общую часть с $\bar U$. Определим область $\Delta\bar U \subset \bar U$ такую, что ее образ $\Delta\bar U' \subset \bar U$. Пусть $\bar U''$ есть образ $\bar U$ относительно обратного преобразования [7] $\bar f^{-1}, \bar g^{-1}$: $\{\bar f^{-1}(x,u) = -\bar f(-x,u),\ \bar g^{-1}(x,u) = \bar g(-x,u)\}$.

Тогда $\Delta\bar U = \bar U \cap \bar U''$. /Проекция $\Delta\bar U$ на $u = 0$ есть $|x| \le \frac{r}{1+r}$).

Будем решать систему функциональных уравнений /16/, разлагая левые и правые части /16/ в $\Delta\bar U$ в функциональные ряды по переменной u и, подставляя в /16/ вместо функций соответствующие функциональные ряды /ряды Хартогса/:

$$\bar f(x,u) = \sum_{n=0}^{\infty} f_n(x)\,u^n, \qquad /17/$$

$$\left.\begin{aligned} &\bar g(x,u) = \sum_{n=0}^{\infty} g_n(x)\,u^n, \qquad g_0(x) \equiv 0,\\ &\bar P(x,u) = \sum_{n=0}^{\infty} p_n(x)\,u^n,\\ &\bar Q(x,u) = \sum_{n=0}^{\infty} q_n(x)\,u^n. \end{aligned}\right\} \qquad /18/$$

В результате получим систему уравнений на $p_n(x)$ и $q_n(x)$:

$$\left.\begin{aligned} &\frac{(-1)^n}{(1+x)^{4n}}\,p_n\!\left(\frac{x}{1+x}\right) - \frac{1}{(1+x)^2}\,p_n(x) + \frac{2x(2+x)}{(1+x)^3(1-x)(1+2x)}\,q_n(x) = \\ &= \sum_{k=0}^{n-1} R_{n,k}(p_k(x), q_k(x))\\ &\frac{(-1)^n}{(1+x)^{4n}}\,q_n\!\left(\frac{x}{1+x}\right) + \frac{1}{(1+x)^4}\,q_n(x) = \sum_{k=0}^{n-1} S_{n,k}(p_k(x), q_k(x))\\ &n = 0,1,2,\dots, \end{aligned}\right\} \qquad /19/$$

где $R_{n,k}(p_k(x), q_k(x))$ и $S_{n,k}(p_k(x), q_k(x))$ заданы выражениями:

$$\begin{aligned} R_{n,k}(p_k(x), q_k(x)) &= f'_{n-k}(x)\,p_k(x) + (n-k+1)\,f_{n-k+1}(x)\,q_k(x) - \\ &- \sum_{m=0}^{n-k} \frac{1}{m!}\,G_k^{(n-m)}(x)\left[\frac{d^m}{du^m}\,p_k(\bar f(x,u))\right]_{u=0}, \end{aligned} \qquad /20/$$

$$\begin{aligned} S_{n,k}(p_k(x), q_k(x)) &= g'_{n-k}(x)\,p_k(x) + (n-k+1)\,g_{n-k+1}\,q_k(x) - \\ &- \sum_{m=0}^{n-k} \frac{1}{m!}\,G_k^{(n-m)}(x)\left[\frac{d^m}{du^m}\,q_k(\bar f(x,u))\right]_{u=0}. \end{aligned}$$

Здесь $f_n(x)$, $g_n(x)$ - коэффициенты разложения в ряды /17/ известных функций $\bar f(x,u)$ и $\bar g(x,u)$. Величины $G_k^{(m)}(x)$, входящие в /20/, вводятся следующим образом:

$$[\bar g(x,u)]^k = \left(\sum_{m=1}^{\infty} g_m(x)\,u^m\right)^k = \sum_{m=k}^{\infty} G_k^{(m)}(x)\,u^m$$

и определяются рекуррентным соотношением

$$G_k^{(m)}(x) = \sum_{\ell=1}^{m-k+1} G_{k-1}^{(m-\ell)}(x)\,G_1^{(\ell)}(x), \quad G_1^{(m)}(x) \equiv g_m(x), \quad G_0^{(m)}(x) \equiv \delta_{m,0}.$$

В соответствии со свойствами $P(x,y)$ и $Q(x,y)$ [6,9] $P(-x,y) = P(x,y)$, $Q(-x,y) = -Q(x,y)$ коэффициенты функциональных рядов /18/ будут удовлетворять соотношениям

$$p_n(-x) = p_n(x), \qquad q_n(-x) = -q_n(x).$$

Согласно теореме о голоморфности коэффициентов ряда Хартогса для голоморфной функции /см.[15], стр. 298/, коэффициенты функциональных рядов /18/ $p_n(x)$ и $q_n(x)$ должны быть голоморфными при $|x|<r(1+r)^{-1}$, если справедливо допущение о голоморфности $P(x,y)$ и $Q(x,y)$.

Отметим, что ряды /18/, после подстановки в них решений системы /19/, будут представлять в $\Delta\bar{U}$ функции $\bar{P}(x,u)$ и $\bar{Q}(x,u)$, удовлетворяющие исходной системе /16/, а вне $\Delta\bar{U}$ - определять аналитическое продолжение $\bar{P}(x,u)$ и $\bar{Q}(x,u)$ в соответствии с решением системы /19/.

Как легко заметить, система уравнений /19/ путем замены $p_n(x) \to \bar{p}_n(\frac{1}{x})$, $q_n(x) \to \bar{q}_n(\frac{1}{x})$; $\frac{1}{x} \to z$ превращается в линейную неоднородную /при $n \geq 1$/ систему разностных уравнений с правыми частями, зависящими от ранее найденных $p_k(x)$ и $q_k(x)$ с $k \leq n-1$. Метод решения подобных разностных уравнений известен - это разложение на элементарные дроби. Естественно, что решение этой системы при каждом n неоднозначно с точностью до произвольной периодической функции z нужной четности. Поскольку мы ищем голоморфные в точке $x = 0$ решения /если это возможно/ для $p_n(x)$ и $q_n(x)$, то выбор однозначен - периодические функции $z = \frac{1}{x}$, имеющие обязательно при $x = 0$ существенную особенность, должны быть исключены.

Опуская детали вычислений, приведем результат решения системы /19/ для $n = 0,1,2$:

$$q_0(x) \equiv 0, \quad p_0(x) = -x^2, \qquad /21/$$

$$q_1(x) = -4x, \quad p_1(x) = -\frac{2x^2(3-x^2)}{(1-x^2)^2}, \qquad /22/$$

$$q_2(x) = \frac{4}{9}\,\frac{x(4+9x^2-x^4)}{(1-x^2)^3} + \frac{2}{3x^4}\left[x^3 + \phi'(\tfrac{1}{x})\right]$$

$$/23/$$

$$p_2(x) = \frac{1}{3}\,\frac{(-1+27x^2+13x^4+9x^6)}{(1-x^2)^4} + \frac{4}{3x^3(1-x^2)}\,\phi'(\tfrac{1}{x}) + \frac{1}{x^6}\left[-x^4 + \bar{\psi}'(\tfrac{1}{x})\right].$$

Функции $\phi(\frac{1}{x})$ и $\bar{\psi}(\frac{1}{x})$, производные которых входят в /23/, являются решениями разностных уравнений

$$\phi(z+1) + \phi(z) = \frac{1}{z(z+1)},$$

$$\bar{\psi}(z+1) - \bar{\psi}(z) = \frac{1}{z^2(z+1)^2} \qquad /24/$$

и выражаются через известные G и ψ функции Эйлера [16] следующим образом[11]:

$$\phi(z) = G(z) - \frac{1}{z} - \frac{\pi}{\sin \pi z}, \qquad /25/$$

$$\bar{\psi}(z) = \frac{2}{z} - 2\frac{d}{dz}\left(\psi(z) + \frac{1}{2z} + \frac{\pi}{2}\,\mathrm{ctg}\,\pi z\right).$$

Функции $\phi(z)$ и $\bar{\psi}(z)$ имеют представления в виде рядов[11]:

$$\phi(z) = \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left(\frac{1}{z+n} - \frac{1}{z-n}\right), \qquad /26/$$

$$\bar{\psi}(z) = \frac{2}{z} - \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{(z+n)^2} - \frac{1}{(z-n)^2}\right),$$

из которых наглядно видно, что $\phi(z)$ и $\bar{\psi}(z)$ имеют существенную особенность при $z = \infty$. Отметим, что уравнения /24/ вообще не имеют регулярных при $z = \infty$ решений. Действительно, общие решения уравнений /24/, как линейных разностных уравнений с постоянными коэффициентами, есть частные решения плюс произвольные антипериодическая или периодическая /для второго уравнения/ функции w. Из рассмотрения в качестве частных решений /24/ решений /25/ без тригонометрических функций в правых частях /25/ и с учетом того, что G и ψ функции Эйлера есть мероморфные функции с полюсами при $z = -n$, где $n = 0,1,2,\ldots$, следует вывод, что и любое решение /24/ будет обязательно иметь точку сгущения полюсов на бесконечности. Однако предполагая, что регулярные при $z = \infty$ решения /24/ есть, можно построить формальные /расходящиеся/ разложения в ряд в окрестности бесконечно-удаленной точки

$$\phi(z) = \sum_{n=1}^{\infty} (2^{2n} - 1)\, n^{-1} B_{2n}\, z^{-2n},$$

$$\bar{\psi}(z) = -\sum_{n=1}^{\infty} 2B_{2n} z^{-(2n+1)}.$$

Подставляя эти разложения при $z = \frac{1}{x}$ в /23/, разлагая /22/, /23/ в ряды по степеням x в окрестности $x = 0$ и используя /15/, /18/, получим функции $P(x, y)$ и $Q(x, y)$, совпадающие с таковыми из /6/ с точностью до учтенных членов.

Таким образом, как видно из /23/ и /26/, $p_2(x)$ и $q_2(x)$ имеют существенную особенность в нуле и не являются голоморфными в окрестности точки $x = 0$. Мы пришли к противоречию со сделанным выше допущением о голоморфности $P(x, y)$ и $Q(x, y)$, и, следовательно, $P(x, y)$ и $Q(x, y)$ неголоморфны в окрестности точки $x = 0$, $y = 0$, что и требовалось доказать.

Автор благодарен Б.Н.Хоромскому за полезное обсуждение.

ЛИТЕРАТУРА

1. Chew G.F., Low F.E. Phys.Rev., 1956, 101, N5, p. 1570.
2. Ширков Д.В., Серебряков В.В., Мещеряков В.А. Дисперсионные теории сильных взаимодействий при низких энергиях. М., "Наука", 1967.
3. Мещеряков В.А. ОИЯИ, Р-2369, Дубна, 1965.
4. Meshcheryakov V.A., Rerikh K.V. Ann. of Phys., 1970, 59, N2, p. 408; ТМФ, 1970, 3, в.1, с. 78.
5. Мещеряков В.А. ОИЯИ, Р2-7047, Дубна, 1973.
6. Гердт В.П., Мещеряков В.А. ТМФ, 1975, 24, в. 2, с. 155.
7. Рерих К.В. ТМФ, 1982, 50, №2, с. 251.
8. Гердт В.П., Жарков А.Ю. ТМФ,1983, 55, в.3, с.469.
9. Рерих К.В. ОИЯИ, Р2-12714, Дубна, 1979.
10. Гердт В.П. ТМФ, 1981, 48, №3, с. 346.
11. Рерих К.В. ОИЯИ, Р2-81-701, Дубна, 1981.
12. Рерих К.В. ОИЯИ, Р2-82-813, Дубна, 1982.
13. Мещеряков В.А. ОИЯИ, Р2-5906, Дубна,1971.
14. Еругин Н.П., Книга для чтения по общему курсу дифференциальных уравнений. "Наука и техника", Минск, 1972.
15. Шабат Б.В. Введение в комплексный анализ. "Наука", М., 1969.
16. Бейтмен Г., Эрдейи А. Высшие трансцендентные функции. "Наука", М., 1973, т.1.

Рукопись поступила в издательский отдел
12 сентября 1983 года.

НЕТ ЛИ ПРОБЕЛОВ В ВАШЕЙ БИБЛИОТЕКЕ?

Вы можете получить по почте перечисленные ниже книги, если они не были заказаны ранее.

Д3-11787	Труды III Международной школы по нейтронной физике. Алушта, 1978.	3 р. 00 к.
Д13-11807	Труды III Международного совещания по пропорциональным и дрейфовым камерам. Дубна, 1978.	6 р. 00 к.
	Труды VI Всесоюзного совещания по ускорителям заряженных частиц. Дубна, 1978 /2 тома/	7 р. 40 к.
Д1,2-12036	Труды V Международного семинара по проблемам физики высоких энергий. Дубна, 1978	5 р. 00 к.
Д1,2-12450	Труды XII Международной школы молодых ученых по физике высоких энергий. Приморско, НРБ, 1978.	3 р. 00 к.
	Труды VII Всесоюзного совещания по ускорителям заряженных частиц, Дубна, 1980 /2 тома/	8 р. 00 к.
Д11-80-13	Труды рабочего совещания по системам и методам аналитических вычислений на ЭВМ и их применению в теоретической физике, Дубна, 1979	3 р. 50 к.
Д4-80-271	Труды Международной конференции по проблемам нескольких тел в ядерной физике. Дубна, 1979.	3 р. 00 к.
Д4-80-385	Труды Международной школы по структуре ядра. Алушта, 1980.	5 р. 00 к.
Д2-81-543	Труды VI Международного совещания по проблемам квантовой теории поля. Алушта, 1981	2 р. 50 к.
Д10,11-81-622	Труды Международного совещания по проблемам математического моделирования в ядерно-физических исследованиях. Дубна, 1980	2 р. 50 к.
Д1,2-81-728	Труды VI Международного семинара по проблемам физики высоких энергий. Дубна, 1981.	3 р. 60 к.
Д17-81-758	Труды II Международного симпозиума по избранным проблемам статистической механики. Дубна, 1981.	5 р. 40 к.
Д1,2-82-27	Труды Международного симпозиума по поляризационным явлениям в физике высоких энергий. Дубна, 1981.	3 р. 20 к.
Р18-82-117	Труды IV совещания по использованию новых ядерно-физических методов для решения научно-технических и народнохозяйственных задач. Дубна, 1981.	3 р. 80 к.
Д2-82-568	Труды совещания по исследованиям в области релятивистской ядерной физики. Дубна, 1982.	1 р. 75 к.
Д9-82-664	Труды совещания по коллективным методам ускорения. Дубна, 1982.	3 р. 30 к.
Д3,4-82-704	Труды IV Международной школы по нейтронной физике. Дубна, 1982.	5 р. 00 к.

**Заказы на упомянутые книги могут быть направлены по адресу:
101000 Москва, Главпочтамт, п/я 79
Издательский отдел Объединенного института ядерных исследований**

ТЕМАТИЧЕСКИЕ КАТЕГОРИИ ПУБЛИКАЦИЙ ОБЪЕДИНЕННОГО ИНСТИТУТА ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

Индекс	Тематика
1.	Экспериментальная физика высоких энергий
2.	Теоретическая физика высоких энергий
3.	Экспериментальная нейтронная физика
4.	Теоретическая физика низких энергий
5.	Математика
6.	Ядерная спектроскопия и радиохимия
7.	Физика тяжелых ионов
8.	Криогеника
9.	Ускорители
10.	Автоматизация обработки экспериментальных данных
11.	Вычислительная математика и техника
12.	Химия
13.	Техника физического эксперимента
14.	Исследования твердых тел и жидкостей ядерными методами
15.	Экспериментальная физика ядерных реакций при низких энергиях
16.	Дозиметрия и физика защиты
17.	Теория конденсированного состояния
18.	Использование результатов и методов фундаментальных физических исследований в смежных областях науки и техники
19.	Биофизика

Рерих К.В. Р2-83-459

О неголоморфности функций, определяющих дифференциальное уравнение группы итераций уравнений Чу-Лоу

Используется известная формулировка уравнений Чу-Лоу в виде системы нелинейных разностных уравнений. Исследуется полученное ранее из рассмотрения группы итераций этих уравнений дифференциальное уравнение вида $dy/dx = Q(x,y)/P(x,y)$, где функции $Q(x,y)$ и $P(x,y)$ являются решениями системы линейных функциональных уравнений, полученных ранее автором. Путем решения последних доказывается неголоморфность $Q(x,y)$ и $P(x,y)$ в окрестности точки $x = y = 0$, в отличие от принятой ранее на основе косвенных аргументов голоморфности этих функций. Исходя из этого критически анализируются некоторые известные результаты, основанные на голоморфности этих функций. Показана несостоятельность выводов и части результатов /8/.

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики ОИЯИ.

Препринт Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1983

Rerikh K.V. P2-83-459

On the Nonholomorphicity of Functions, Defining the Differential Equation of the Iteration Group of the Chew-Low Equations

The known formulation of the Chew-Low equations as a system of nonlinear difference equations is used. The differential equation of the form $dy/dx = Q(x,y)/P(x,y)$, obtained earlier by using the iteration group of these equations, in which $Q(x,y)$ and $P(x,y)$ are solutions of the system of linear functional equations derived by the author is investigated. By solving the functional equations we prove nonholomorphicity of $Q(x,y)$ and $P(x,y)$ in the vicinity of the point $x = y = 0$, unlike the holomorphicity accepted earlier for these functions based on indirect arguments. Proceeding from this certain famous results, based on holomorphicity of these functions, are analysed critically. Also, we demonstrate groundlessness of the conclusions and of some results of ref. /8/.

Preprint of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1983

Перевод Г.Г.Сандуковской.