ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

ДУБНА

Р2 - 8258

Нгуен Суан Хан, А.А.Леонович, В.В.Нестеренко

ВЫСОКОЭНЕРГЕТИЧЕСКОЕ РАССЕЯНИЕ СОСТАВНЫХ ЧАСТИЦ В ФУНКЦИОНАЛЬНОМ ПОДХОДЕ

1974

ЛАБОРАТОРИЯ
ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

P2 - 8258

Нгуен Суан Хан,* А.А.Леонович*, В.В.Нестеренко

ВЫСОКОЭНЕРГЕТИЧЕСКОЕ РАССЕЯНИЕ СОСТАВНЫХ ЧАСТИЦ В ФУНКЦИОНАЛЬНОМ ПОДХОДЕ

Направлено в ТМФ

---

* Московский государственный университет.

Нгуен Суан Хан, Леонович А.А., Нестеренко В.В. P2 - 8258

Высокоэнергетическое рассеяние составных частиц в функциональном подходе

Предлагается метод построения амплитуды рассеяния с участием составных частиц при помощи функционального интегрирования в квантовой теории поля. Полученное выражение для амплитуды рассеяния элементарной частицы на составной ("дейтроне") в области высоких энергий переходит в глауберовское представление амплитуды рассеяния на слабосвязанной системе.

Препринт Объединенного института ядерных исследований. Дубна, 1974

Nguyen Suan Han, Leanovich A.A., Nesterenko V.V. P2 - 8258

High-Energy Scattering of Composite Particles in the Functional Approach

The method is suggested for constructing the scattering amplitudes involving compound particles with the help of the functional integration in the quantum field theory. The obtained expression for the amplitude of the elementary particle scattering by the compound particle (deuteron) in the high energy region is transformed into the Glauber representation of the scattering amplitude on weakly coupled system.

Preprint. Joint Institute for Nuclear Research. Dubna, 1974

Введение

В ряде работ [1-3] был развит метод построения амплитуды рассеяния в квантовой теории поля с помощью континуальных интегралов.

Такое представление амплитуды оказалось полезным при исследовании взаимодействия элементарных частиц в инфракрасной области [2] и в области высоких энергий [1].

В данной работе делается попытка распространить этот подход на случай, когда в рассеянии участвуют составные частицы. Для описания составных частиц в локальной теории поля используется формализм, развитый Циммерманом [4], Нишиджимой [5] и др. [6].

План работы следующий. В первом параграфе кратко излагается метод описания составных частиц в локальной теории поля, предложенный в работах [4-6]. Во втором параграфе путем перехода на массовую поверхность в редукционной формуле амплитуда рассеяния с участием составных частиц записывается в виде континуальных интегралов. В третьем параграфе исследуется высокоэнергетическое поведение найденной амплитуды рассеяния. Полученная при этом формула согласуется с глауберовским представлением амплитуды высокоэнергетического рассеяния на слабосвязанной системе. В заключении обсуждаются результаты работы и возможные пути обобщения предложенного подхода.

§1. Редукционная формула для процессов рассеяния с участием составных частиц

Рассмотрим модель скалярных нейтральных "нуклонов" /поле $\psi(x)$/, взаимодействующих со скалярным мезонным полем $\phi(x)$: $\mathcal{L}_{int} = g\psi^2(x)\phi(x)$. Будем считать, что в данной модели могут возникать связанные состояния двух нуклонов с полной массой M и суммарным нулевым спином. В этом случае оператор энергии-импульса рассматриваемой системы P^2, кроме собственных значений m^2 и μ^2, соответствующих частицам полей ψ и ϕ, имеет третье дискретное значение M^2. Связанное состояние двух квантов поля будем условно называть дейтроном. Для вектора состояния дейтрона $|\Phi_d>$ выполняются следующие соотношения:

$$P^2|\Phi_d> = M^2|\Phi_d>,$$

$$<0|\phi(x)|\Phi_d> = 0, \quad <0|\psi(x)|\Phi_d> = 0,$$

$$<0|\psi(x)\psi(y)|\Phi_d> \neq 0.$$

Как было показано в работах /4–6/, составным частицам можно сопоставить локальный лоренц-инвариантный полевой оператор $B(x)$, который выражается через основное поле $\psi(x)$ следующим образом:

$$B(x) = \lim_{\xi\to 0} \frac{T[\psi(x+\xi)\psi(x-\xi)]}{Z_c^{1/2}(\xi)}, \qquad /1/$$

где константа перенормировки связанного состояния Z_c определяется соотношением

$$Z_C(\xi) = -i\int dx\, e^{-ipx}\vec{K}_x^M <T(\psi(\xi)\psi(-\xi)\psi(x+\xi)\psi(x-\xi))>_0 \qquad /2/$$

$$K_x^M = \partial_\mu\partial^\mu + M^2, \quad p^2 = M^2.$$

В отличие от безразмерной константы перенормировки элементарной частицы Z_C имеет размерность ℓ^{-2}.

Введенный таким образом оператор составной частицы $B(x)$ удовлетворяет асимптотическому условию в формализме Лемана, Симанзика и Циммермана /7/.

В рамках этих предположений может быть построена редукционная формула, связывающая матричный элемент S-матрицы с вакуумным средним хронологического произведения полевых операторов. Для процесса рассеяния, описывающего переход ℓ составных частиц и m элементарных в ℓ' составных и m' элементарных частиц, эта формула имеет следующий вид:

$$^{out}<p_1',\dots p_{\ell'}', k_1,\dots k_{m'}' | p_1,\dots,p_\ell, k_1,\dots,k_m>^{in} =$$

$$= i^{\ell+m+\ell'+m'}\int \prod_{i=1}^{\ell}\prod_{j=1}^{m}\prod_{s=1}^{\ell'}\prod_{r=1}^{m'} e^{-ip_ix_i - ik_jy_j + ip_s'x_s' + ik_r'y_r'} \times$$

$$\times dx_i\, dy_j\, dx_s'\, dy_r'\; \vec{K}_{x_i}^M \vec{K}_{y_j}^m <T(B(x_1)\dots B(x_\ell)\psi(y_1)\dots\psi(y_m)\times$$

$$\times B(x_1')\dots B(x_{m'}')\psi(y_1')\dots\psi(y_{m'}')>_0 \overleftarrow{K}_{x_s'}^M \overleftarrow{K}_{y_r'}^m. \qquad /3/$$

Отметим, что в этом формализме нет никаких переменных, относящихся к внутреннему движению составных частиц. Поэтому описание составной частицы оказывается формально полностью эквивалентным описанию элементарной частицы.

§2. Представление амплитуды рассеяния с участием составных частиц в виде континуальных интегралов

При построении амплитуды рассеяния с участием составных частиц используем редукционную формулу /3/, рассмотренную в предыдущем параграфе. В случае рассеяния частицы поля ψ /нуклона/ на составной частице /дейтроне/ имеем следующее выражение для амплитуды:

$$i(2\pi)^4\delta^{(4)}(p_1+p_2-q_1-q_2)T(q_1,q_2;p_1,p_2) =$$

$$= i^4 \int \prod_{k=1}^{2} dx_k dy_k e^{i q_k x_k - i p_k y_k} \vec{K}^m_{x_1} \vec{K}^M_{x_2} \times$$

$$\times < T\,(\psi(x_1) B(x_2) \psi(y_1) B(y_2))>_0 \overleftarrow{K}^m_{y_1} \overleftarrow{K}^M_{y_2}, \qquad /4/$$

где p_1, q_1 и p_2, q_2 - импульсы нуклона и дейтрона до и после рассеяния соответственно.

После подстановки /1/ в /4/ амплитуда T оказывается выраженной через вакуумное среднее только операторов поля ψ:

$$i(2\pi)^4 \, \delta^{(4)}(p_1 + p_2 - q_1 - q_2) T(q_1, q_2; p_1, p_2) =$$

$$= \frac{1}{Z_C} \int \prod_{k=1}^{2} dx_k dy_k e^{i q_k x_k - i p_k y_k} \times \qquad /5/$$

$$\times \vec{K}^m_{x_1} \vec{K}^M_{x_2} < T(\psi(x_1)\psi(x_2) \quad \psi(x_2)\psi(y_1)\psi(y_2)\psi(y_2))>_0 \overleftarrow{K}^m_{y_1} \overleftarrow{K}^M_{y_2},$$

где константа перенормировки связанного состояния Z_C определяется формулой /2/: $Z_C = \lim_{\xi \to 0} Z_C(\xi)$.

Если не учитывать тождественность частиц и эффекты поляризации вакуума, то 3-частичную функцию Грина в правой части /5/ можно представить в следующем виде:

$$G(x_1, x_2; y_1, y_2) \equiv < T(\psi(x_1)\psi(x_2)\psi(x_2)\psi(y_1)\psi(y_2)\psi(y_2))>_0 =$$

$$= (-i)^3 \exp\{ -\frac{i}{2} \int dz_1 dz_2 \frac{\delta}{\delta\phi(z_1)} D^c(z_1 - z_2) \frac{\delta}{\delta\phi(z_2)} \} \times$$

$$\times G(x_1, y_1 | \phi) G(x_2, y_2 | \phi) G(y_2, x_2 | \phi) |_{\phi = 0}, \qquad /6/$$

где $G(x, y | \phi)$ - функция Грина нуклона ψ во внешнем поле $\phi(z)$.

Функция $G(x,y|\phi)$ удовлетворяет уравнению

$$[-\partial_\mu \partial^\mu + g\phi(x) - m^2] G(x, y | \phi) = -\delta(x - y),$$

формальное решение которого можно записать в виде фейнмановского интеграла по траекториям

$$G(x, y | \phi) = i \int_0^\infty d\tau e^{-im^2\tau} \int [\delta^4 \nu]_0^\tau \exp\{ ig \int dz j(z) \phi(z) \} \times$$

$$\times \delta^{(4)}(x - y - 2 \int_0^\tau \nu(\eta) d\eta), \qquad /7/$$

где $j(z)$ представляет собой классический ток нуклона /точнее, его пространственную плотность/

$$j(z) = \int_0^\tau d\eta \, \delta^{(4)}(z - x + 2 \int_0^\tau \nu(\eta') d\eta'),$$

$$[\delta^4 \nu]_a^b = \frac{\exp\{ -i \int_a^b \nu^2(\eta) d\eta \} \prod_\eta d^4\nu(\eta)}{\int \exp\{ -i \int_a^b \nu^2(\eta) d\eta \} \prod_\eta d^4\nu(\eta)}.$$

После подстановки /7/ в /6/ вариационное дифференцирование легко выполняется, в результате получим

$$G(x_1, x_2; y_1, y_2) = (-i)^3 \prod_{k=1}^{3} (i \int_0^\infty d\tau_k e^{-im^2\tau_k} \int [\delta^4 \nu_k]_0^{\tau_k}) \times$$

$$\times \exp\{ ig^2 \sum_{n<m}^{3} j_n \cdot D^c \cdot j_m \} \delta^{(4)}(x_1 - y_1 - 2 \int_0^{\tau_1} \nu_1(\eta) d\eta) \times$$

$$\times \delta^{(4)}(x_2 - y_2 - 2 \int_0^{\tau_2} \nu_2(\eta) d\eta) \, \delta^{(4)}(y_2 - x_2 - 2 \int_0^{\tau_3} \nu_3(\eta) d\eta). \qquad /8/$$

Нуклонные токи определяются следующими выражениями:

$$j_i(z)=\int_0^{\tau_i} d\xi\,\delta^{(4)}\Big(z-x_i+2\int_\xi^{\tau_i}\nu_i(\eta)d\eta\Big),\quad (i=1,2),$$

$$j_3(z)=\int_0^{\tau_3} d\xi\,\delta^{(4)}\Big(z-y_2+2\int_\xi^{\tau_3}\nu_3(\eta)d\eta\Big).$$

В формуле /8/ используется сокращенная запись:

$$j_n D^c j_m \equiv \int dz_1 dz_2\, j_n(z_1) D^c(z_1-z_2)\, j_m(z_2).$$

Переход к амплитуде рассеяния осуществляется путем выделения в функции Грина

$$G(q_1,q_2;p_1,p_2)=\int\prod_{i=1}^{2} dx_i dy_i\, e^{-ip_iy_i+iq_ix_i}\, G(x_1,x_2;y_1,y_2) \qquad /9/$$

полюсов $(p_1^2-m^2)^{-1}(q_1^2-m^2)^{-1}(p_2^2-M^2)^{-1}(q_2^2-M^2)^{-1}$, которые сокращаются с множителями $(p_1^2-m^2)(q_1^2-m^2)(p_2^2-M^2)(q^2-M^2)$, возникающими в редукционной формуле /5/ в результате действия операторов Клейна-Гордона.

Для этой цели в формуле /8/ удобно заменить $\exp\{\sum_{n<m} ig^2 j_n D^c j_m\}$ следующим выражением:

$$(e^{ig^2 j_2 D^c j_3}-1)(e^{ig^2 j_1 D^c (j_2+j_3)}-1).$$

На языке теории возмущений это соответствует учету только диаграмм, представленных на рис. 1, и отбрасыванию диаграмм, показанных на рис. 2. Последние диаграммы

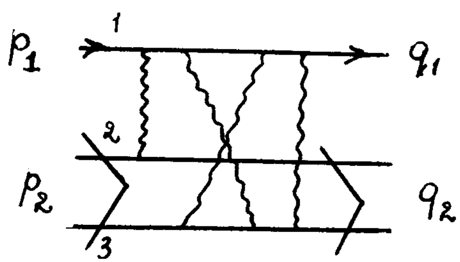

Рис. 1

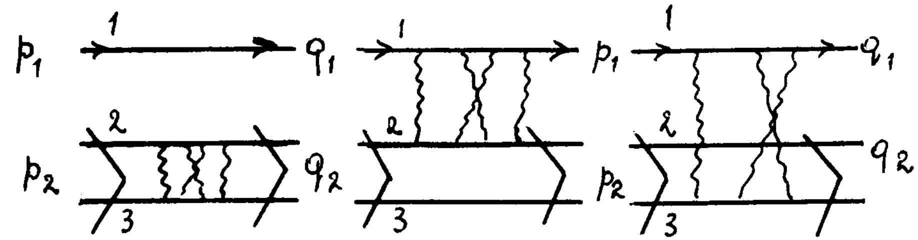

Рис. 2

обращаются в нуль на массовой поверхности и не дают вклада в амплитуду рассеяния.

После такой замены формула /8/ в импульсном представлении принимает следующий вид:

$$G(q_1,q_2;p_1,p_2)=(-i)^3\prod_{k=1}^{2}\int dx_k dy_k\, e^{-ip_ky_k+iq_kx_k}\Big(\prod_{\sigma=1}^{3} i\int_0^\infty d\tau_\sigma \times$$

$$\times e^{-im^2\tau_\sigma}\int[\delta^4\nu_\sigma]_0^{\tau_\sigma}\Big)e^{ig^2\sum_1^3 j_i D^c j_i}\,(e^{ig^2 j_2 D^c j_3}-1)\times$$

$$\times(e^{ig^2 j_1 D^c j_2+ig^2 j_1 D^c j_3}-1)\,\delta^{(4)}\Big(x_1-y_1-2\int_0^{\tau_1}\nu_1(\eta)\,d\eta\Big)\times$$

$$\times\delta^{(4)}\Big(x_2-y_2-2\int_0^{\tau_2}\nu_2(\eta)d\eta\Big)\,\delta^{(4)}\Big(x_2-y_2-2\int_0^{\tau_3}\nu_3(\eta)d\eta\Big). \qquad /10/$$

Подставим это выражение в формулу /5/ и выполним интегрирование по x_1, x_2 с помощью δ-функций. После замены функциональных переменных $\nu_1(\eta)\to\nu_1(\eta)+q_1$, $\nu_i(\eta)\to\nu_i(\eta)+\frac{q_2}{2}$ $(i=2,3)$ получаем

$$i(2\pi)^4\,\delta^{(4)}(p_1+p_2-q_1-q_2)\,T(p_1,p_2;q_1,q_2)=$$

$$= g^2 \lim_{\substack{p_1^2, q_1^2 \to m^2 \\ p_2^2, q_2^2 \to M^2}} (p_1^2 - m^2)(q_1^2 - m^2)(p_2^2 - M^2)(q_2^2 - M^2) \times$$

$$\times \prod_{i=1}^{2} \int dy_i \, e^{i(q_i - p_i) y_i} \int_0^\infty d\tau_i \, e^{i(q_i^2 - m^2)\tau_i} \times$$

$$\times \int_0^\infty d\tau_2 d\tau_3 e^{i(\frac{q_2^2}{4} - m^2)(\tau_2 + \tau_3)} \times \qquad /11/$$

$$\times \prod_{i=1}^{3} \int [\delta^4 \nu_i]_0^{\tau_i} (j_2 D^c j_3)(j_1 D^c (j_2 + j_3)) \int_0^1 d\lambda_1 d\lambda_2 e^{ig^2 \lambda_1 j_2 D^c j_3} \times$$

$$\times e^{ig^2 \lambda_2 j_1 D^c (j_2 + j_3)} \quad \delta^{(4)} \{ 2 \int_0^{\tau_2} (\nu_2(\eta) + \frac{q_2}{2}) d\eta - 2 \int_0^{\tau_3} (\nu_3(\eta) + \frac{q_2}{2}) d\eta \}.$$

В формуле /11/ было использовано тождество $e^R - 1 = R \int_0^1 d\lambda e^{\lambda R}$. Далее, меняя порядок интегрирования $\prod_{k=1}^{3} \int_0^\infty d\tau_k \int_0^{\tau_k} d\xi_k \Rightarrow \prod_{k=1}^{3} \int_0^\infty d\xi_k \int_{\xi_k}^\infty d\tau_k \ldots$ и переходя к новым переменным

$$\tau_k \to \tau_k + \xi_k,$$

$$y_1 \to y_1 - 2 \int_0^{\xi_1} (\nu_1(\eta) + q_1) d\eta,$$

$$y_2 \to y_2 - \int_0^{\xi_2} (\nu_2(\eta) + \frac{q_2}{2}) d\eta - \int_0^{\xi_3} (\nu_3(\eta) + \frac{q_2}{2}) d\eta,$$

$$\nu_1(\eta) \to \nu_1(\eta) - (q_1 - p_1)\theta(\xi_1 - \eta),$$

$$\nu_i(\eta) \to \nu_i(\eta) - \frac{1}{2}(q_2 - p_2)\theta(\xi_i - \eta) \quad (i = 2, 3), \qquad /12/$$

преобразуем формулу /11/ к следующему виду:

$$i(2\pi)^4 \delta^{(4)}(p_1 + p_2 - q_1 - q_2) T(q_1, q_2; p_1, p_2) = g^2 \lim_{\substack{p_1^2, q_1^2 \to m^2 \\ p_2^2, q_2^2 \to M^2}} (p_1^2 - m^2)(q_1^2 - m^2) \times$$

$$(p_2^2 - M^2)(q_2^2 - M^2) \prod_{i=1}^{2} \int dy_i \, e^{i(q_i - p_i) y_i} \prod_{k=1}^{3} \int [\delta^4 \nu_k]_{-\xi_k}^{\tau_k} \times$$

$$\times \int_0^\infty d\tau_1 d\xi_1 e^{i(q_1^2 - m^2)\tau_1 + i(p_1^2 - m^2)\xi_1} \int_0^\infty d\tau_2 d\tau_3 \int_0^\infty d\xi_2 d\xi_3 \times$$

$$\times e^{i(\frac{q_2^2}{4} - m^2)(\tau_1 + \tau_2) + i(\frac{p_2^2}{4} - m^2)(\xi_2 + \xi_3)} \times$$

$$\times \int dz\, D^c(y_1 - z)(j_2(z) + j_3(z)) D^c \{ 2 \int_0^{\xi_2} (\nu_2(\eta) + \frac{q_2}{2}) d\eta -$$

$$- 2 \int_0^{\xi_3} (\nu_3(\eta) + \frac{q_2}{2}) d\eta \}.$$

$$\int_0^1 d\lambda_1 d\lambda_2 \exp\{ ig^2 \lambda_1 j_2 D^c j_3 + ig^2 \lambda_2 j_1 D^c (j_2 + j_3) \} \times$$

$$\times \delta^{(4)} \{ 2 \int_0^{\tau_2 + \xi_2} (\nu_2(\eta) + \frac{q_2}{2}) d\eta - 2 \int_0^{\tau_3 + \xi_3} (\nu_3(\eta) + \frac{q_2}{2}) d\eta \}. \qquad /13/$$

В формуле /13/ рассматривается рассеяние вперед, то есть положено $p_i = q_i \ (i = 1, 2)$ и опущены радиационные поправки к линиям поля ψ.

Теперь заметим, что интегралы по τ_1 и ξ_1 дают полюсные множители $(p_1^2 - m^2)^{-1}\,(q_1^2 - m^2)^{-1}$. Поэтому в формуле /13/ можно перейти на массовую поверхность по внешним линиям нуклона, используя соотношение [8]

$$\lim_{a \to 0} a \int_0^\infty d\tau \, e^{ia\tau - \epsilon\tau} \quad f(\tau) = i f(\infty),$$

имеющее место для любой конечной функции $f(r)$.

Введем новые переменные интегрирования $t_i (i=1,...,4)$:

$$r_1+r_2=t_1,\ r_1-r_2=t_2,\ \int_0^\infty dr_1\,dr_2\ldots=\frac{1}{2}\int_0^\infty dt_1\int_{-t_1}^{t_1}dt_2\ldots;$$

$$\xi_2+\xi_3=t_3,\ \xi_2-\xi_3=t_4,\ \int_0^\infty d\xi_2\,d\xi_3\ldots=\frac{1}{2}\int_0^\infty dt_3\int_{-t_3}^{t_3}dt_4\ldots.$$

Если считать, что дейтрон - слабосвязанная система, так что $M\simeq 2m$, то интегралы по dt_1 и dt_3 дают полюса, соответствующие внешним линиям дейтрона: $(p_2^2-M^2)^{-1}$ и $(q_2^2-M^2)^{-1}$. Тем самым переход на массовую поверхность в редукционной формуле [5] полностью осуществлен. С помощью замены $y_1=\frac{x+b}{2}$, $y_2=\frac{x-b}{2}$ в формуле /13/ и интегрирования по dx можно выделить δ-функцию сохранения 4-импульса $\delta^{(4)}(p_1+p_2-q_1-q_2)$. В результате амплитуда рассеяния нуклона на дейтроне принимает вид

$$T(s,t)=-4ig^4\lim_{A_1,A_2\to\infty}\int db\,e^{i(q_1-p_1)b}\int_{-\infty}^{+\infty}dt_2\int_{-\infty}^{+\infty}dt_4\int[\delta^4\nu_1]_{-\infty}^{+\infty}\times$$

$$\int_{-(A_2+\frac{t_4}{2})}^{A_1+\frac{t_2}{2}}[\delta^4\nu_2]\int_{-(A_2-\frac{t_4}{2})}^{A_1-\frac{t_2}{2}}[\delta^4\nu_3]\int dz\,D^c\{\frac{x+b}{2}-z\}\times$$

$$\times[j_2(z)+j_3(z)]D^c\{2\int_0^{-(A_2+\frac{t_4}{2})}(\nu_2(\eta)+\frac{q_2}{2})d\eta-$$

$$-2\int_0^{-(A_2-\frac{t_4}{2})}(\nu_3(\eta)+\frac{q_2}{2})d\eta\}\int_0^1 d\lambda_1\int_0^1 d\lambda_2 e^{ig^2\lambda_1 j_2 D^c j_3}\times$$

$$\times e^{ig^2\lambda_2 j_1 D^c(j_2+j_3)}\ \delta^{(4)}\{2\int_{-(A_2+t_4/2)}^{A_1+t_2/2}(\nu_2(\eta)+\frac{q_2}{2})d\eta-$$

$$-2\int_{-(A_2-\frac{t_4}{2})}^{A_1-\frac{t_2}{2}}(\nu_3(\eta)+\frac{q_2}{2})d\eta\}. \qquad /14/$$

Токи в формуле /14/ определяются следующим образом:

$$j_1(z)=\int_{-\infty}^{+\infty}d\eta\,\delta^{(4)}\{z-\frac{x+b}{2}-2q_1\eta-2\int_0^\eta\nu_1(\xi)d\xi\},$$

$$j_2(z)=\int_{-(A_2+\frac{t_4}{2})}^{A_1+\frac{t_2}{2}}d\eta\,\delta^{(4)}\{z-\frac{x-b}{2}-q_2\eta-2\int_0^\eta\nu_2(\xi)d\xi\},$$

$$j_3(z)=\int_{-(A_2-\frac{t_4}{2})}^{A_1-\frac{t_2}{2}}d\eta\,\delta^{(4)}\{z-\frac{x-b}{2}-q_2\eta-2\int_0^\eta\nu_3(\xi)d\xi\}.$$

В формуле /14/ перейдем к фурье-представлению для δ-функции и причинной функции D^c:

$$\delta^{(4)}\{\int\nu_2+\int\nu_3\}=\int\frac{d^4a}{(2\pi)^4}e^{ia(\int\nu_2+\int\nu_3)},$$

$$D^c\{\int\nu_2+\int\nu_3\}=\int\frac{d^4k}{(2\pi)^4}D^c(k)\exp\{ik(\int\nu_2+\int\nu_3)\}.$$

Замена функциональных переменных

$$\nu_2(\eta)\to\nu_2(\eta)+a-k\,\theta(-\eta),$$

$$\nu_3(\eta)\to\nu_3(\eta)-a+k\,\theta(-\eta)$$

позволяет убрать слагаемые, линейные по $\nu_i(\eta)$ ($i=2,3$), **в показателе экспоненты в /14/, в результате имеем:**

$$T(s,t)=2g^2\int d^4b\, e^{i(q_1-p_1)b}\,\Phi(A_1,A_2,t)\int[\delta^4\nu_1]_{-\infty}^{+\infty}\int[\delta^4\nu_2]_{-(A_2+\frac{t_4}{2})}^{A_1+\frac{t_2}{2}}$$

$$\int[\delta^4\nu]_{-(A_2-\frac{t_4}{2})}^{A_1-\frac{t_2}{2}}\int dz\,D^c\{\frac{x+b}{2}-z\}[j_2(z)+j_3(z)]\int_0^1 d\lambda\,\exp\times$$

$$\times\{ig^2\lambda\, j_1 D^c(j_2+j_3)\}\,,\qquad A_i\to\infty\quad(i=1,2),\qquad /15/$$

где

$$\Phi(A_1,A_2,t)=\frac{-ig^2\int_{-\infty}^{+\infty}dt_2\,dt_4\int\frac{d^4a\,d^4k}{(2\pi)^8}D^c(k)\times}{\int_{-\infty}^{+\infty}dt\int\frac{d^4a}{(2\pi)^4}e^{iq_2at_2+2ia^2A_2}\times\dfrac{\times e^{iq_2at+2ia^2A_1+iq_2(a-k)t_4}\int_0^1 d\lambda\, e^{ig^2\lambda j_2D^cj_3}}{\times\{\exp[-ig^2\int\frac{d^4k}{(2\pi)^4}\frac{D^c(k)}{(k^2+2ak+q_2k)(k^2+2ak-q_2k)}]-1\}}}$$

с токами

$$j_1(z)=\int_{-\infty}^{+\infty}d\eta\,\delta^{(4)}\{z-\frac{x+b}{2}-2q_1\eta-2\int_0^\eta\nu_1(\eta')d\eta'\},$$

$$j_2(z)=\int_{-(A_2+t_4/2)}^{A_1+t_2/2}d\eta\,\delta^{(4)}\{z-\frac{x-b}{2}-(q_2+2a)\eta-2\int_0^\eta[\nu_2(\eta')-$$

$$-k_1\theta(-\eta')]d\eta'\},$$

$$j_3(z)=\int_{-(A_2-\frac{t_4}{2})}^{A_1-\frac{t_2}{2}}d\eta\,\delta^{(4)}\{z-\frac{x-b}{2}-(q_2-2a)\eta-$$

$$-2\int_0^\eta[\nu_3(\eta')+k_1\theta(-\eta')]d\eta'\},$$

$$A_i\to+\infty,\quad i=1,2.$$

Здесь использован явный вид константы перенормировки связанного состояния Z_c, **найденный в приложении /формула П4/.**

Ток $j_i(z)$ **в формуле /15/ представляет собой скалярную плотность точечного классического нуклона, движущегося по траектории, которая задается начальным и конечным импульсом /** p_i **и** q_i **соответственно/, относительной координатой** $b=y_1-y_2$ **и функциональной переменной** $2\int_0^\eta\nu_i(\xi)d\xi$, **описывающей отклонение от прямолинейного пути. Учитывая это, полученную формулу для амплитуды рассеяния можно рассматривать как континуальную сумму по всевозможным траекториям нуклонов в процессе рассеяния.**

§3. Асимптотическое поведение амплитуды рассеяния нуклона на дейтроне при высоких энергиях

Рассмотрим асимптотическое поведение амплитуды рассеяния /15/ в пределе высоких энергий $s \to \infty$ при фиксированных переданных импульсах $-t = -(q_1 - p_1)^2 \ll s$ /рассеяние вперед/. Вычисление проведем в системе центра масс сталкивающихся частиц $\vec{p}_1 = -\vec{p}_2$ и направим ось z по импульсу $\vec{p}_1$:

$$p_1 = (p_{10}, 0, 0, p_z), \quad p_2 = (p_{20}, 0, 0, -p_z),$$

$$s = (p_1 + p_2)^2 = (p_{10} + p_{20})^2,$$

$$t = (q_1 - p_1)^2 = (q_2 - p_2)^2 = -\Delta^2. \qquad /16/$$

Точно вычислить функциональные интегралы по траекториям в формуле /16/ не удается, поэтому используем приближение прямолинейных путей [1,2] или эйкональное приближение, то есть предположим, что в рассматриваемой кинематической области можно опустить в нуклонных токах /15/ функциональные переменные $\nu_i(\eta)$, описывающие отклонение от прямолинейных траекторий. На языке диаграмм Фейнмана такое приближение приводит к линеаризации нуклонных пропагаторов по импульсам виртуальных мезонов, то есть к замене:

$$[(q + \sum_i k_i)^2 - m^2]^{-1} \to (2q \sum_i k_i)^{-1}, \qquad /17/$$

где q - импульс нуклона, k_i - импульс виртуальных мезонов. Опуская во всех выражениях $j_1 D^c j_k$, $(k = 2,3)$ функциональные переменные ν_i $(i = 1,2,3)$, получим:

$$ig^2 \lambda_2 j_1 D^c j_2 = ig^2 \lambda_2 \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} e^{-ikb} D^c(k) \int_{-\infty}^{+\infty} d\eta_1 \int_{-\infty}^{+\infty} d\eta_2 \times \qquad /18/$$

$$\times e^{-2ip_1 k \eta_1 + i(p_2 + 2a)k\eta_2} = -ig^2 \lambda_2 \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^2} \frac{e^{-ikb}}{k^2 - \mu^2} \delta(2p_1 k) \times$$

$$\times \delta(k(p_2 + 2a)).$$

С помощью δ-функций можно выполнить интегрирование по k_0 и k_z:

$$k_0 = k_z \sim \frac{1}{p_{10} + p_{20}},$$

где $p_{10} + p_{20} = \sqrt{s}$.

Так как в рассматриваемой области $s \to \infty$, то можно положить $k_0 = k_z = 0$. Это приводит к следующему результату:

$$ig^2 \lambda_2 j_1 D^c j_2 = ig^2 \lambda_2 j_1 D^c j_3 = ig^2 \lambda_2 \frac{1}{2\pi s} K_0(\mu |b_\perp|), \qquad /19/$$

где K_0 - функции Кельвина нулевого порядка.

После интегрирования по db_0, db_z и $d\lambda_2$ формула /15/ принимает вид:

$$T(s,t) = -2is\,\Phi(t) \int d^2 b_\perp e^{i\Delta_\perp b_\perp} \{ e^{i\chi_1(b) + i\chi_2(b)} - 1 \}, \qquad /20/$$

где

$$\chi_i(b) = \frac{g^2}{2\pi s} K_0(\mu |b_\perp|),$$

$$\Phi(t) = \lim_{A_i \to \infty} \Phi(A_1, A_2, t), \quad i = 1,2.$$

Функцию $\Phi(t)$ можно трактовать как формфактор дейтрона, так как это выражение зависит только от взаимодействия составляющих дейтрон частиц.

Полученная формула для амплитуды рассеяния нуклона на дейтроне совпадает с глауберовским представлением амплитуды высокоэнергетического рассеяния на слабосвязанной системе /9/

$$F(q,k)=\frac{i}{2\pi k}\int d^2b\, e^{iqb} < f\,|\{e^{i\chi_{12}(\vec{b}_\perp-\frac{\vec{s}_\perp}{2})+i\chi_{13}(\vec{b}_\perp+\frac{\vec{s}_\perp}{2})}-1\}|\,i>,$$

где $|i>$, $|f>$ - начальный и конечный вектора состояния дейтрона, $\vec{s}$ - относительная координата нуклонов в дейтроне.

В полученной нами формуле /20/ нет зависимости от переменных, описывающих внутреннее движение нуклонов в дейтроне. Это объясняется тем, что в рассматриваемом формализме дейтрону сопоставляется локальный полевой оператор.

Заключение

В рамках метода функционального интегрирования в теоретико-полевой модели $\mathcal{L}_{int}=g\psi^2\phi$ получено замкнутое выражение для амплитуды рассеяния с участием составных частиц. Полная эйкональная фаза оказывается равной сумме эйкональных фаз рассеяния на отдельных составляющих дейтрона.

В отличие от работы /11/, где также рассматривалось рассеяние на составной частице в рамках квантовой теории поля, в нашем подходе более последовательно осуществляется переход на массовую поверхность при построении амплитуды. В работе /11/ полюсные множители выделялись для каждой составляющей частицы дейтрона в отдельности. В нашем же случае переход на массовую поверхность выполняется по внешним импульсам дейтрона в целом.

Этот подход можно распространить на модель скалярных нуклонов, взаимодействующих с векторным мезонным полем $\mathcal{L}_{int}=-ig\psi^*\overleftrightarrow{\partial}_\mu\psi A^\mu$. При этом получается аналогичное представление для амплитуды рассеяния

с эйкональными фазами, не зависящими от энергии

$$\chi(b)=\frac{g^2}{2\pi}K_0(\mu b).$$

В заключение авторы благодарят за интерес к работе и полезные обсуждения Б.М.Барбашова и Р.Н.Фаустова.

Приложение

При рассеянии элементарных частиц* проблема вычисления безразмерных констант перенормировок Z в редукционной формуле практически не возникает, так как по крайней мере в теории возмущений эти константы не дают вклада в амплитуду рассеяния /10/. В случае составных частиц, описываемых локальным оператором

$$B(x)=\lim_{\xi\to 0}\frac{T\,\psi(x+\xi)\,\psi(x-\xi)}{Z_c^{1/2}(\xi)},$$

константы перенормировки Z_c размерны, и поэтому при последовательном построении амплитуды рассеяния требуется их вычисление.

Найдем выражение для Z_c методом функционального интегрирования

$$Z_c=-i\lim_{\xi\to 0}\int dx\, e^{-ipx}\, K_x^M < T(\psi(\xi)\psi(-\xi)\,\psi(x+\xi)\psi(x-\xi)>_0 . \qquad /П\text{-}1/$$

Используя тот же метод, как и при построении амплитуды в §2, получим

---

* Слово "элементарная" означает, что частица в рассматриваемой модели $\mathcal{L}_{int}=g\psi^2\phi$ описывается одним оператором, $\psi(x)$ или $\phi(x)$.

$$Z_c = \lim_{\substack{p^2 \to M^2 \\ \xi \to 0}} i(p^2-M^2)\int dx\, e^{-ipx} \exp\{-\frac{i}{2}\iint dz_1 dz_2 D^c(z_1-z_2)\times$$

$$\times \frac{\delta^2}{\delta\phi(z_1)\delta\phi(z_2)}\} G(\xi, x+\xi|\phi)G(-\xi, x-\xi|\phi)|_{\phi=0}.$$

/П-2/

После подстановки в /П-2/ формулы /7/ и выполнения вариационного дифференцирования имеем:

$$Z_c = i \lim_{p^2 \to M^2} (p^2-M^2)\int dx\, e^{-ipx} \left(\prod_{i=1}^{2}\int_0^\infty d\tau_i\, e^{im^2\tau_i} \int [\delta^4 \nu_i]_0^{\tau_i}\right)\times$$

$$\times \exp\{ig^2 j_1^* D^c j_2^*\},$$ /П-3/

где

$$j_i^*(z) = \int_0^{\tau_i} d\eta_i\, \delta^{(4)}(z + 2\int_{\eta_i}^{\tau_i} \nu_i(\eta)d\eta), \quad i=1,2.$$

Выделяя в /П-3/ полюсный множитель $(p^2-M^2)^{-1}$ точно так же, как это делалось в §2, получим окончательное выражение для Z_c:

$$Z_c = 2\int_{-\infty}^{+\infty} dt_2 \int \frac{d^4a}{(2\pi)^4}\, e^{iapt_2+2ia^2A} \times$$

$$\times [\exp\{-ig^2\int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \frac{D^c(k)}{(k^2+2ak+pk)(k^2+2ak-pk)}\}-1],$$

$$A \to \infty.$$ /П-4/

Литература

1. B.M.Barbashov, S.P.Kuleshov, V.A.Matveev, V.N.Pervushin, A.N.Sissakian, A.N.Tavkhelidze. Phys.Letters, 33B, 484 (1970);
   Б.М.Барбашов, С.П.Кулешов, В.А.Матвеев, А.Н.Сисакян. ТМФ, 3, 342 /1970/.
2. Б.М.Барбашов, М.К.Волков. ЖЭТФ, 50, 660 /1966/;
   Б.М.Барбашов. ЖЭТФ, 48, 607 /1965/.
3. В.А.Матвеев, А.Н.Тавхелидзе. ТМФ, 9, 44 /1971/.
4. W.Zimmerman. Nuovo Cimento, 10, 597 (1958).
5. K.Nishijima. Phys.Rev., 111, 995 (1958).
6. R.Haag. Phys.Rev., 112, 669 (1958);
   H.Ezawa, K.Kikkawa, H.Umezawa. Nuovo Cimento, 25, 1141 (1962).
7. H.Lehmann, K.Symanzik, W.Zimmerman. Nuovo Cimento, 1, 425 (1955).
8. Г.А.Милехин, Е.С.Фрадкин. ЖЭТФ, 45, 1926 /1963/.
9. R.J.Glauber. Lectures in Theoretical Physics, v. 1, 315, N.Y. (1959);
   V.Franco, R.J.Glauber. Phys.Rev., 142, 1195 (1966);
   Phys.Rev., 175, 1376 (1968).
10. Н.Н.Боголюбов, Д.В.Ширков. Введение в теорию квантованных полей. "Наука", М., 1973; С.Газиорович. Физика элементарных частиц, стр. 135, "Наука", М., 1969.
11. И.В.Андреев, В.И.Хоружий. ЯФ, 12, вып. 1, 191 /1970/.

Рукопись поступила в издательский отдел
6 сентября 1974 года.