ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

ДУБНА

Р2 - 8238

Дао Вонг Дык

МАСШТАБНОЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЕ И АСИМПТОТИЧЕСКОЕ ПОВЕДЕНИЕ ФОРМФАКТОРОВ

1974

ЛАБОРАТОРИЯ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

P2 - 8238

Дао Вонг Дык

МАСШТАБНОЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЕ
И АСИМПТОТИЧЕСКОЕ ПОВЕДЕНИЕ ФОРМФАКТОРОВ

Направлено в ЯФ

Дао Вонг Дык   Р2 - 8238

Масштабное преобразование и асимптотическое поведение формфакторов

В рамках теории масштабной инвариантности рассматривается асимптотическое поведение формфакторов. Рассмотрение проводится на основе закона масштабного преобразования тока, а также на основе конформно-ковариантного разложения произведения операторов вблизи светового конуса.

**Препринт Объединенного института ядерных исследований.
Дубна, 1974**

Dao Vong Dyc   P2 - 8238

Scale Transformation and Asymptotic Behaviour of Form Factors

The asymptotic behaviour of form factors is considered in the framework of the theory of scale invariance. This is made on the basis of the scale transformation law of the current and of the conformal covariant operator product expansion near the light cone, as well.

**Preprint. Joint Institute for Nuclear Research.
Dubna, 1974**

В настоящей работе мы рассматриваем асимптотическое поведение формфакторов в рамках теории масштабной инвариантности /1-4/. Сначала на примере электромагнитных формфакторов мы покажем, как можно, исходя из закона масштабного преобразования тока, установить некоторую связь между асимптотическими поведениями формфактора π-мезона и формфакторов, возникающих в матричных элементах, соответствующих переходам $\pi \to \alpha$, а также аналогичную связь для формфакторов барионов. Затем на основе конформно-ковариантного разложения произведения операторов вблизи светового конуса мы получаем выражения для асимптотического поведения формфакторов, возникающих в матричных элементах общего вида $\langle\alpha| A_{\mu_1 \dots \mu_n} |\pi\rangle$ или $\langle\alpha| A_{\mu_1 \dots \mu_n} |N\rangle$, где $A_{\mu_1 \dots \mu_n}$ - произвольный тензорный оператор, α - любая допустимая частица.

1. МАСШТАБНОЕ ПРАВИЛО СУММ ДЛЯ ФОРМФАКТОРОВ

Допустим, что электромагнитный ток J_μ имеет определенное поведение при масштабном преобразовании, т.е. имеет место коммутационное соотношение

$$[D(x_0), J_\mu(x)] = -i(\ell_{(\mu)} - x^\nu \partial_\nu) J_\mu(x), \qquad /1/$$

где $D(x_0)$ - генератор масштабного преобразования, который выражается через тензор энергии-импульса $\theta_{\mu\nu}$ по формуле

$$D(x_0) = -\int d\vec{x}\, x^\nu \theta_{0\nu}(x), \qquad /2/$$

$\ell_{(\mu)}$ - масштабная размерность μ-ой компоненты тока J_μ, которая, вообще говоря, может принимать разные значения для разных μ /5/.

Берем матричные элементы от обеих частей соотношения /1/, написанного для компоненты J_0, по состояниям π^+ и разлагаем полученную левую часть по полному набору промежуточных состояний. Имеем:

$$\sum_\alpha \{ \langle \pi(\vec{p}\,')|D(0)|\alpha\rangle\langle\alpha|J_0(0)|\pi(\vec{p})\rangle - (D \rightleftarrows J_0) \} = = i\ell_{(0)} F_\pi(t) \cdot (p_0 + p_0') , \qquad /3/$$

где $F_\pi(t)$ - электромагнитный формфактор π-мезона, $t \equiv (p' - p)^2$. Преобразуем теперь левую часть уравнения /3/. Для этого, используя /2/ и свойство трансляционной инвариантности, перепишем $\langle\pi(\vec{p}\,')|D(0)|\alpha\rangle$ в виде:

$$\langle\pi(\vec{p}\,')|D(0)|\alpha(\vec{q})\rangle = -i(2\pi)^3 \frac{\partial}{\partial q_i} \delta(\vec{q} - \vec{p}\,') \times \times \langle\pi(\vec{p}\,')|\theta_{0i}(0)|\alpha(\vec{q})\rangle. \qquad /4/$$

Выделим сначала из суммы $\sum_\alpha$ однопионное состояние. Имеем:

$$\sum_{\alpha=\pi} \langle\pi(\vec{p}\,')|D(0)|\alpha\rangle\langle\alpha|J_0(0)|\pi(\vec{p})\rangle = = i(p_0' + p_0)\{ \frac{\vec{p}\,'^2}{p_0'^2} + \frac{3m^2}{2p_0'^2} + \frac{1}{p_0 + p_0'} \frac{p'^2}{p_0'}) F_\pi(t) - - 2(\vec{p}\,'^2 - \vec{p}\vec{p}\,') F_\pi'(t) \}, \qquad /5/$$

где $F_\pi'(t) \equiv \dfrac{dF_\pi(t)}{dt}$. При этом было использовано равенство

$$\frac{\partial}{\partial q_i} \langle\pi(\vec{p}\,')|\theta_{0i}(0)|\pi(\vec{q})\rangle|_{\vec{q}=\vec{p}\,'} = \frac{1}{p_0'}(4\vec{p}\,'^2 + 3m_\pi^2), \qquad /6/$$

которое легко получить из общего выражения для матричного элемента $\langle\pi(\vec{p})|\theta_{\mu\nu}(0)|\pi(\vec{q})\rangle$.

Второй член в левой части равенства /3/, соответствующий перестановке $D \to J_0$, дает вклад, получающийся из /5/ заменой $p \to p'$.

Рассмотрим вклад от других состояний $\alpha \neq \pi$. Снова используя /9/, а также закон сохранения энергии-импульса $\partial^\mu \theta_{\mu\partial} = 0$, мы имеем после некоторых простых преобразований /6/:

$$\sum_{\alpha\neq\pi} \langle\pi(\vec{p}\,')|D(0)|\alpha\rangle\langle\alpha|J_0(0)|\pi(\vec{p})\rangle = = i(2\pi)^3 \sum_{\alpha\neq\pi} \delta(\vec{q} - \vec{p}\,') \frac{1}{p_0' - E_\alpha} \langle\pi(\vec{p})|\theta^\mu_\mu(0)|\alpha(\vec{q})\rangle \times \times \langle\alpha(\vec{q})|J_0(0)|\pi(\vec{p})\rangle. \qquad /7/$$

Таким образом, мы приходим к следующему уравнению:

$$\left[\frac{m_\pi^2}{2}\left(\frac{1}{p_0'^2} + \frac{1}{p_0^2}\right) + \frac{1}{p_0 + p_0'}\left(\frac{\vec{p}\,'^2}{p_0'} + \frac{\vec{p}^{\,2}}{p_0}\right) + \ell_{(0)} + 2\right] F_\pi(t) - - 2(\vec{p}\,' - \vec{p})^2 F_\pi'(t) = (2\pi)^3 \frac{1}{p_0 + p_0'} \sum_{\alpha\neq\pi} \{ \delta(\vec{q} - \vec{p}\,') \frac{1}{p_0' - E_\alpha} \times \times \langle\pi(\vec{p}\,')|\theta^\mu_\mu(0)|\alpha(\vec{q})\rangle\langle\alpha(\vec{q})|J_0(0)|\pi(\vec{p})\rangle + + \delta(\vec{q} - \vec{p}) \frac{1}{p_0 - E_\alpha} \langle\pi(\vec{p}\,')|J_0(0)|\alpha(\vec{q})\rangle\langle\alpha(\vec{q})|\theta^\mu_\mu(0)|\pi(\vec{p})\rangle \}. \qquad /8/$$

Это уравнение действует при любых значениях импульсов $\vec{p}$ и $\vec{p}\,'$. В частности, при $\vec{p}\,' = \vec{p}$ оно дает /7, 8/

$$\ell_{(0)} = -3, \qquad /9/$$

а при $\vec{p}\,' = -\vec{p}$ переходит в

$$F'_\pi(t) = -\frac{(2\pi)^3}{t\sqrt{4m_\pi^2 - t}} \sum \frac{\delta(\vec{q}-\vec{p})}{E_\alpha - E_\pi} \times$$

$$\times \mathrm{Re}\{<\pi(\vec{p})\,|\,\theta^\mu_\mu(0)\,|\,\alpha(\vec{q})><\alpha(\vec{q})\,|\,J_0(0)\,|\,\pi(-\vec{p})>\}_{\vec{p}^{\,2} = -\frac{t}{4}} \quad /10/$$

Уравнение /10/ представляет собой некоторое правило сумм для электромагнитных и гравитационных формфакторов. Изучение этого правила сумм в общем случае фактически невозможно, в частности из-за того, что мы ничего не знаем о гравитационном взаимодействии адронов. Тем не менее покажем, что из этого правила можно получить некоторую связь между асимптотическими поведениями $F'_\pi(t)$ и электромагнитных формфакторов, возникающих в матричных элементах $<\alpha|J_\mu|\pi>$.

Рассмотрим, например, вклад в /10/ от состояния A1-мезона. Будем использовать следующие общие выражения для матричных элементов:

$$<\pi(p)\,|\,\theta^\mu_\mu(0)\,|\,A(q,\lambda)> = g_\theta(t)\cdot\frac{1}{-t + m_\sigma^2}(\epsilon(q,\lambda)\cdot p), \quad /11/$$

$$<A(q,\lambda)\,|\,J_\mu(0)\,|\,\pi(p)> = [(\epsilon(q,\lambda)\cdot k)\,p_\mu - (pk)\,\epsilon_\mu(q,\lambda)]\,g_1(t) +$$

$$+[(\epsilon(q,\lambda)\cdot k)\,q_\mu - (qk)\,\epsilon_\mu(q,\lambda)]\,g_2(t), \quad /12/$$

где $\epsilon_\mu(q,\lambda)$ - вектор поляризации A1-мезона, $k \equiv q - p$, $t \equiv k^2$. Подставляя /11/ и /12/ в /10/, получим:

$$F'_\pi(t) = \frac{1}{2\sqrt{(4m_A^2 - t)(4m_\pi^2 - t)}}\cdot\frac{1}{-t_1 + m_\sigma^2}\,\mathrm{Re}\,g_\theta(t_1)\times$$

$$\times\{g_1(t+t_1)\cdot\frac{1}{\sqrt{t_1}}[\sqrt{4m_\pi^2 - t} - \frac{1}{8m_A^2}(\sqrt{4m_A^2 - t)\,(4m_\pi^2 - t)} + t)\times$$

$$\times(\sqrt{4m_A^2 - t} + \sqrt{4m_\pi^2 - t})] + g_2(t+t_1)\} + \dots \quad /13/$$

где $t_1 \equiv \frac{1}{4}(\sqrt{4m_A^2 - t} - \sqrt{4m_\pi^2 - t})^2$, троеточие означает вклад от других состояний, кроме A1. Отсюда в пределе $t \to -\infty$ мы имеем:

$$F'_\pi(t) = \frac{1}{2m_\sigma^2}\,\mathrm{Re}\,g_\theta(0)\{\frac{g_1(t)}{2m_A^2} + \frac{g_2(t)}{-t}\} + \dots \quad /14/$$

Уравнение /14/ позволяет нам заключить, что при $t \to -\infty$ формфактор $\{\frac{g_1(t)}{2m_A^2} + \frac{g_2(t)}{-t}\}$ стремится к нулю не медленнее $F'_\pi(t)$.

Рассмотрим теперь уравнение для формфакторов барионов. Для этого берем матричные элементы от обеих частей соотношения /1/ по состоянию протона. Поступая аналогично, мы приходим к следующему уравнению:

$$G_E(t) + 2(4m_N^2 - t)\,G'_E(t) = 2(2\pi)^3\,\frac{4m_N^2 - t}{t}\sum_{\alpha\neq N}\frac{\delta(\vec{q}-\vec{p})}{E_\alpha - E_p}\times$$

$$\times\mathrm{Re}\{<p(\vec{p}s)\,|\,\theta^\mu_\mu(0)\,|\,\alpha(\vec{q})><\alpha(\vec{q})\,|\,J_0(0)\,|\,p(-\vec{p}s)>\}_{\vec{p}^{\,2} = -\frac{1}{4}}, \quad /15/$$

где $p(\vec{p}s)$ - протон с импульсом $\vec{p}$ и поляризацией s, $G_E(t)$ - электрический формфактор протона:

$$G_E(t) = F_1(t) + \frac{t}{2m_N}F_2(t), \quad /16/$$

$$<p(\vec{p}\,')\,|\,J_\mu(0)\,|\,p(\vec{p})> = \bar{u}(\vec{p}\,')\{\gamma_\mu F_1(t) +$$

$$+ i\sigma_{\mu\nu}(p'-p)^\nu F_2(t)\}u(\vec{p}). \quad /17/$$

Рассмотрим, например, вклад от бариона p' / $m = 1470$ *МэВ*, $J^P = \frac{1}{2}^+$/. Будем использовать следующие общие выражения для матричных элементов:

$$\langle p(\vec{p}s)|\theta^{\mu}_{\mu}(0)|p'(\vec{q}r)\rangle = h_{\theta}(t)\frac{1}{-t+m_{\sigma}^2}\bar{u}^{(s)}(\vec{p})\,u^{(r)}(\vec{q}), \qquad /18/$$

$$\langle p'(\vec{q}r)|J_{\mu}(0)|p(\vec{p}s)\rangle = \bar{u}^{(r)}(\vec{q})\{\gamma_{\mu}h_1(t) + i\sigma_{\mu\nu}(q-p)^{\nu}h_2(t) +$$
$$+ (q-p)_{\mu}h_3(t)\}u^{(s)}(\vec{p}), \qquad /19/$$

с учетом равенства

$$(m-m_N)\,h_1(t) + th_3(t) = 0,$$

вытекающего из условия сохранения тока, $\partial^{\mu}J_{\mu} = 0$. Подставляя /18/, /19/ в /15/, получим:

$$G_E(t) + 2(4m_N^2 - t)\,G'_E(t) = \frac{4m_N^2 - t}{t(4m^2 - t - \sqrt{(4m^2 - t)(4m_N^2 - t)})\,m_N}\times$$
$$\times\frac{1}{(-t_1 + m_{\sigma}^2)}\cdot \mathrm{Re}\,h_{\theta}(t_1)\{2th_2(t+t_1)\cdot(m_N + m) + h_3(t+t_1)\times$$
$$\times\frac{-(t+t_1)+(m-m_N)^2}{m-m_N}\cdot(\sqrt{(4m^2-t)(4m_N^2-t)} + t + 4mm_N)\}+\ldots, \qquad /20/$$

где $t_1 \equiv \frac{1}{4}(\sqrt{4m^2 - t} - \sqrt{4m_N^2 - t})$, троеточие означает вклад от других состояний, кроме p'. Отсюда в пределе $t \to -\infty$ мы имеем:

$$G'_E(t) - \frac{1}{2t}G_E(t) = \frac{1}{2m_{\sigma}^2 m_N(m-m_N)}\mathrm{Re}\,h_{\theta}(0)\{h_2(t) -$$
$$- h_3(t)\frac{m+m_N}{m-m_N}\}+\ldots \qquad /21/$$

Равенство /21/ позволяет нам заключить, что при $t \to -\infty$ формфактор $\{h_2(t) - h_3(t)\frac{m+m_N}{m-m_N}\}$ стремится к нулю не медленнее $G'_E(t) - \frac{1}{2t}G_E(t)$.

Необходимо отметить следующее. Будучи нейтральным оператором, θ^{μ}_{μ} может иметь отличные от нуля матричные элементы $\langle\pi|\theta^{\mu}_{\mu}|a\rangle$ и $\langle N|\theta^{\mu}_{\mu}|a\rangle$ только для состояний a, имеющих те же внутренние квантовые числа, что и π и N соответственно. Следовательно, изложенный выше метод не позволяет получить связь между формфакторами π-мезона или нуклона и формфакторами, возникающими в матричных элементах $\langle a|J_{\mu}|\pi\rangle$ или $\langle a|J_{\mu}|N\rangle$ для всякого состояния a. Так, например, мы не получим такой связи для формфакторов, соответствующих переходам $\pi\to\rho$, $\pi\to B$ / $J^P = 1^+$, $I^G = 1^+$/, ... или $N\to\Delta$, ...

2. ОБЩИЕ ВЫРАЖЕНИЯ ДЛЯ АСИМПТОТИЧЕСКОГО ПОВЕДЕНИЯ ФОРМФАКТОРОВ

Для рассмотрения асимптотического поведения формфакторов более удобным методом оказывается метод, основанный на конформно-ковариантном разложении произведения операторов /4/. Применение такого метода к электромагнитному формфактору π-мезона впервые было сделано А.А.Мигдалом /9/, а затем другими авторами /10-12/.

Пусть нас интересуют формфакторы, возникающие в матричном элементе $\langle a(p')|A_{\mu_1\ldots\mu_n}(0)|\pi^+(p)\rangle$, $A_{\mu_1\ldots\mu_n}$ - некоторый тензорный оператор n-ого ранга, a - любая допустимая частица. Образуем из него величину

$$T^{A}_{\pi a}(p,p') \equiv p'^{\mu_1}\ldots p'^{\mu_n}\langle a(p')|A_{\mu_1\ldots\mu_n}(0)|\pi(p)\rangle. \qquad /22/$$

Легко видеть, что общий вид $T^{A}_{\pi\alpha}$ будет

$$T^{A}_{\pi\alpha}(p,p') = (\epsilon(p')\cdot p)^{(J_\alpha)}\, \Gamma^{A}_{\pi\alpha}(k^2), \quad k \equiv p' - p,$$

где

$$(\epsilon(p')\cdot p)^{(J_\alpha)} \equiv \epsilon(p')^{\rho_1 \ldots \rho_{J_\alpha}} p_{\rho_1} \ldots p_{\rho_{J_\alpha}}, \qquad /23/$$

$\epsilon(p')^{\rho_1 \ldots \rho_{J_\alpha}}$ - тензор поляризации частицы α со спином J_α. Очевидно, что выражение /22/ может иметь неисчезающее значение только при определенной связи между четностями частицы α и тензора $A_{\mu_1 \ldots \mu_n}$, а именно, при $P_\alpha P_A = (-1)^{J_\alpha + n + 1}$. Нас интересует как раз асимптотическое поведение формфакторов $\Gamma^{A}_{\pi\alpha}(k^2)$ при $k^2 \to \infty$.

С помощью редукционной техники приводим выражение /22/ к виду

$$T^{A}_{\pi\alpha}(p,p') = i p'^{\mu_1} \ldots p'^{\mu_n} (-p^2 + m_\pi^2) \times$$

$$\times \int d^4x\, e^{-ikx} \langle \alpha(p') | T^*(A_{\mu_1 \ldots \mu_n}(x)\, \Phi^+_\pi(0) | 0 \rangle. \qquad /24/$$

При $k^2 \to 0$ значение правой части /24/ определяется поведением подынтегральной функции при малых x^2, и мы можем применить здесь конформно-ковариантное разложение для $T^*(A_{\mu_1 \ldots \mu_n}(x)\, \Phi^+_\pi(0))$ вблизи светового конуса /см., например,[13,14] /:

$$T^*(A_{\mu_1 \ldots \mu_n}(x)\, \Phi^+_\pi(0)) \approx \sum_C (x^2 + i\epsilon)^{\frac{1}{2}(\ell_A + \ell_\pi - \ell_C - n - r)} \times$$

$$\times x_{\mu_1} \ldots x_{\mu_n} x^{\rho_1} \ldots x^{\rho_r} \int_0^1 du\, u^{-\frac{1}{2}(\ell_C + \ell_A - \ell_\pi - r + n) - 1} \times$$

$$\times (1-u)^{-\frac{1}{2}(\ell_\pi + \ell_C - \ell_A - r - n) - 1}\, C_{\rho_1 \ldots \rho_r}(ux), \qquad /25/$$

где ℓ_A, ℓ_π, ℓ_C - масштабные размерности тензора $A_{(\mu)}$, поля Φ_π и тензора $C_{(\rho)}$ соответственно. Подставляя /25/ в /24/, имеем:

$$T^{A}_{\pi\alpha} \underset{k^2 \to \infty}{\approx} \sum_C \sum_{m=0}^{\infty} \int d^4x\, e^{-ikx} (x^2 + i\epsilon)^{\frac{1}{2}(\ell_A + \ell_\pi - \ell_C - n - r)} \times$$

$$\times (xp')^{n+m} x^{\rho_1} \ldots x^{\rho_r} \langle \alpha(p') | C_{\rho_1 \ldots \rho_r}(0) | 0 \rangle \cdot \frac{i^m}{m!} \times$$

$$\times \int_0^1 du\, u^{-\frac{1}{2}(\ell_C + \ell_A - \ell_\pi - r + n) - 1 + m} (1-u)^{-\frac{1}{2}(\ell_\pi + \ell_C - \ell_A - r - n) - 1}. \qquad /26/$$

Принимая во внимание лоренц-ковариантность и размерность, мы можем представить выражение, полученное в результате интегрирования по x, в следующем самом общем виде:

$$\int d^4x\, e^{-ikx} (x^2 + i\epsilon)^{\frac{1}{2}(\ell_A + \ell_\pi - \ell_C - n - r)} x^{\rho_1} \ldots x^{\rho_{r+n+m}} =$$

$$= (k^2)^{-\frac{1}{2}(\ell_A + \ell_\pi - \ell_C - 4 + r + n - 2m)} [a_1 k^{\rho_1} \ldots k^{\rho_{r+n+m}} +$$

$$+ a_2 k^2 g^{\rho_1 \rho_2} k^{\rho_3} \ldots k^{\rho_{r+n+m}} + (\ldots)], \qquad /27/$$

где $a_1, a_2, \ldots$ - некоторые безразмерные константы, троеточие $(\ldots)$ означает другие возможные члены с участием тензора метрики $g^{\rho_i \rho_j}$. Аналогично матричный элемент $\langle \alpha(p') | C_{\rho_1 \ldots \rho_r}(0) | 0 \rangle$ может быть представлен в виде суммы членов типа /при $r \ge J_\alpha$ /

$$\epsilon_{\rho_1 \ldots \rho_{J_\alpha}}(p') \{ c_1 p_{\rho_{J_\alpha + 1}} \ldots p'_{\rho_r} + \qquad /28/$$

$$c_2 g_{\rho_{J_\alpha+1} \rho_{J_\alpha+2}} p'_{\rho_{J_\alpha+3}} \ldots p'_{\rho_r} + (\ldots) \},$$

где c_1, c_2, ... - некоторые константы /размерные, вообще говоря/. Из /26/ - /28/ нетрудно получить следующее асимптотическое выражение для формфакторов, определяемых по /22/ и /23/:

$$\Gamma^{A}_{\pi\alpha}(k^2) \underset{k^2\to\infty}{\approx} (k^2)^{-\frac{1}{2}(4+\ell_A+\ell_\pi-n)+\frac{1}{2}\max\limits_{r\geq J_\alpha}(\ell_C+r)-J_\alpha} . \quad /29/$$

Таким образом, в выражение для асимптотики входят размерности оператора $A_{\mu_1\ldots\mu_n}$, интерполирующего поля Φ_π, а также размерности операторов, фигурирующих в разложении их T^*-произведения /25/.

Рассмотрим некоторые примеры.

Пример 1. В качестве A берем электромагнитный ток, $A \equiv J_\mu$. Тогда для $\alpha \equiv \pi$ формула /29/ дает следующую асимптотику для электромагнитного формфактора π-мезона:

$$F_\pi(t) \underset{t\to-\infty}{\approx} (t)^{-\frac{1}{2}(5+\ell_J+\ell_\pi)+\frac{1}{2}\max(\ell_C+r)} , \quad /30/$$

а для $\alpha \equiv A1$ -мезона:

$$[-\frac{1}{2}tg_1(t) + m_A^2 g_2(t)] \underset{t\to\infty}{\approx} (t)^{-\frac{1}{2}(5+\ell_J+\ell_\pi)+\frac{1}{2}\max\limits_{r\geq 1}(\ell_C+r)} , \quad /31/$$

где $g_1(t)$ и $g_2(t)$ - формфакторы, определяемые формулой /12/. Из /30/ и /31/ мы можем заключить, что при $t\to-\infty$ формфактор $[\frac{g_1(t)}{2m^2} + \frac{g_2(t)}{-t}]$ стремится к нулю не медленнее $\frac{F_\pi(t)}{t}{}^A$, что находится в согласии с /14/.

Пример 2. В качестве A берем интерполирующее поле π-мезона. Тогда для бозонной частицы α со спином J_α и четностью $(-1)^{J_\alpha}$ мы имеем:

$$G_{\alpha\pi\pi}(k^2) \underset{k^2\to\infty}{\approx} (k^2)^{-(2+\ell_\pi)+\frac{1}{2}\max\limits_{r\geq J_\alpha}(\ell_C+r)} , \quad /32/$$

где $G_{\alpha\pi\pi}(k^2)$ - формфактор, связанный с $\alpha\pi\pi$ - вершиной:

$$\langle\alpha(p')|\eta_\pi(0)|\pi(p)\rangle \equiv (\epsilon(p')\cdot p)^{(J_\alpha)} G_{\alpha\pi\pi}(k^2) \quad /33/$$

/ η_π - источник поля Φ_π /.

Таким образом, в смысле асимптотики мы можем написать:

$$G_{\sigma\pi\pi}(k^2) \gtrsim G_{\rho\pi\pi}(k^2) \gtrsim \ldots \quad /34/$$

Переходим теперь к рассмотрению формфакторов барионов. Пусть нас интересуют формфакторы, возникающие в матричном элементе $\langle\alpha(p')|A_{\mu_1\ldots\mu_n}(0)|p(p)\rangle$. Образуем из него величину

$$T^{A}_{p\alpha}(p,p') \equiv p'^{\mu_1}\ldots p'^{\mu_n} \langle\alpha(p')|A_{\mu_1\ldots\mu_n}(0)|p(p)\rangle , \quad /35/$$

которая может быть представлена в следующем общем виде:

$$T^{A}_{p\alpha}(p,p') = (\bar u(p')\cdot p)^{(J_\alpha)} u(p)\cdot\Gamma^{A}_{p\alpha}(k^2) , \quad /36/$$

где

$$(\bar u(p')\cdot p)^{(J_\alpha)} \equiv$$

$$\equiv p_{\rho_1}\ldots p_{\rho_{J_\alpha-\frac{1}{2}}} \cdot \begin{cases} \bar u^{\rho_1\ldots\rho_{J_\alpha-\frac{1}{2}}} & \text{при } P_A P_\alpha = (-1)^{n+J_\alpha-\frac{1}{2}} \\ \bar u^{\rho_1\ldots\rho_{J_\alpha-\frac{1}{2}}}\gamma_5 & \text{при } P_A P_\alpha = (-1)^{n+J_\alpha+\frac{1}{2}} . \end{cases}$$

$u^{\rho_1\ldots\rho_{J_\alpha-\frac{1}{2}}}$ - спин-тензор $\bar u \equiv u^+\gamma_0$. /37/

Снова используя редукционную технику, а затем конформно-ковариантное разложение для $T^*(A_{\mu_1...\mu_n}(x)\bar{\psi}_p(0))$ вблизи светового конуса

$$T^*(A_{\mu_1...\mu_n}(x)\bar{\psi}_p(0)) \approx \sum_C (x^2+i\epsilon)^{\frac{1}{2}(\ell_A+\ell_p-\ell_C-n-r-1)} \times$$

$$\times x_{\mu_1}...x_{\mu_n} x^{\rho_1}...x^{\rho_r} \cdot \int_0^1 du\, u^{-\frac{1}{2}(\ell_C+\ell_A-\ell_p-r+n+1)} \times$$

$$\times (1-u)^{-\frac{1}{2}(\ell_p+\ell_C-\ell_A-r-n)-1} \bar{C}_{\rho_1...\rho_r}(ux)\cdot\hat{x} \qquad /38/$$

/ℓ_p - масштабная размерность интерполирующего поля нуклона ψ_p, $C_{\rho_1...\rho_r}$ - спин-тензорные операторы, $\hat{x} \equiv x^\mu \gamma_\mu$ /, мы приходили к формуле

$$T^A_{p\alpha} \underset{k^2\to\infty}{\approx} \sum_C \sum_{m=0}^{\infty} \int d^4x\, e^{-ikx}(x^2+i\epsilon)^{\frac{1}{2}(\ell_A+\ell_p-\ell_C-n-r-1)} \times$$

$$\times (xp')^{n+m} x^{\rho_1}...x^{\rho_r} x^\mu \cdot \langle\alpha(p')|\bar{C}_{\rho_1...\rho_r}(0)|0\rangle\gamma_\mu \frac{i^m}{m!} \times$$

$$\times \int_0^1 du\, u^{-\frac{1}{2}(\ell_C+\ell_A-\ell_p-r+n+1)+m} (1-u)^{-\frac{1}{2}(\ell_p+\ell_C-\ell_A-r-n)-1} . \qquad /39/$$

Интеграл по x представляется в виде, аналогичном /28/, а матричный элемент $\langle\alpha(p')|\bar{C}_{\rho_1...\rho_r}(0)|0\rangle$- в виде суммы членов типа /при $r \ge J_\alpha - \frac{1}{2}$ /

$$\bar{u}_{\rho_1...\rho_{J_\alpha-\frac{1}{2}}}(p')\{c_1 p'_{\rho_{J_\alpha+\frac{1}{2}}}...p'_{\rho_r} +$$

$$+ c_2 g_{\rho_{J_\alpha+\frac{1}{2}}\rho_{J_\alpha+\frac{3}{2}}} p'_{\rho_{J_\alpha+\frac{5}{2}}}...p'_{\rho_r} + (...)\} \qquad /40/$$

/или /40/, умноженное на γ_5, если это необходимо/. В результате получим следующее асимптотическое выражение для формфакторов $\Gamma^A_{p\alpha}(k^2)$, определяемых по /35/ и /36/:

$$\Gamma^A_{p\alpha}(k^2) \underset{k^2\to\infty}{\approx} (k^2)^{-\frac{1}{2}(4+\ell_A+\ell_p-n)+\frac{1}{2}\max\limits_{r\ge J_\alpha-\frac{1}{2}}(\ell_C+r)-J_\alpha} . \qquad /41/$$

Рассмотрим некоторые примеры.

П р и м е р 3. В качестве A берем электромагнитный ток, $A \equiv J_\mu$. Тогда для $\alpha \equiv p$ формула /41/ дает следующую асимптотику для электрического формфактора протона:

$$G_E(t) \underset{t\to-\infty}{\approx} (t)^{-\frac{1}{2}(4+\ell_J+\ell_p)+\frac{1}{2}\max(\ell_C+r)} , \qquad /42/$$

а для $\alpha \equiv p'$:

$$[h_2(t) - \frac{m+m_N}{m-m_N} h_3(t)] \underset{t\to-\infty}{\approx} (t)^{-\frac{1}{2}(6+\ell_J+\ell_p)+\frac{1}{2}\max(\ell_C+r)} , \qquad /43/$$

где $h_2(t)$ и $h_3(t)$ - формфакторы, определяемые формулой /19/. Из /42/ и /43/ следует, что формфакторы $[h_2(t) - \frac{m+m_N}{m-m_N} h_3(t)]$ и $\frac{G_E(t)}{t}$ ведут себя одинаково при $t\to-\infty$, что находится в согласии с /21/.

Для $\alpha \equiv \Delta^+$ формула /41/ дает:

$$[f_1(t) + \frac{1}{2}(f_2(t)+f_3(t))] \approx (t)^{-\frac{1}{2}(6+\ell_J+\ell_p)+\frac{1}{2}\max\limits_{r\ge 1}(\ell_C+r)} , \qquad /44/$$

где $f_1(t)$, $f_2(t)$, $f_3(t)$ - формфакторы, определяемые формулой:

$$\langle\Delta^+(p')|J_\mu(0)|p(p)\rangle =$$

$$= \bar{u}^\nu(p')\{f_1(k^2)\frac{1}{m}(\gamma_\mu k_\nu - g_{\mu\nu}\hat{k}) +$$

$$+ i f_2(k^2)\sigma_{\mu\rho}\frac{k_\nu k^\rho}{k^2} + f_3(k^2)(\frac{k_\mu k_\nu}{k^2} - g_{\mu\nu})\}u(p) . \qquad /45/$$

Таким образом, при $t \to -\infty$ формфактор $[f_1(t) + \frac{1}{2}(f_2(t) + f_3(t))]$ стремятся к нулю не медленнее $\frac{G_E(t)}{t}$. Такую связь, как было отмечено выше, невозможно получить из правила сумм /15/.

Пример 4. В качестве A берем Φ_π. Тогда для бариона a со спином J_a мы имеем:

$$K_{ap\pi}(k^2) \underset{k^2 \to \infty}{\approx} (k^2)^{-\frac{1}{2}(2+\ell_\pi+\ell_p)+\frac{1}{2}\max\limits_{r \ge J_a - \frac{1}{2}}(\ell_C + r) - J_a}, \qquad /46/$$

где $K_{ap\pi}(k^2)$ - формфактор, связанный с $ap\pi$ -вершиной:

$$\langle a(p') \,|\, \eta_\pi(0) \,|\, p(p) \rangle = (\bar{u}(p') \cdot p)^{(J_a)} u(p) K_{ap\pi}(k^2). \qquad /47/$$

Таким образом, в смысле асимптотики мы можем написать:

$$K_{NN\pi}(k^2) \gtrapprox K_{\Delta N\pi}(k^2) \gtrapprox \ldots \qquad /48/$$

В заключение я выражаю глубокую благодарность Д.И.Блохинцеву за интерес к работе.

Литература

1. H.Kastrup. Phys.Rev., 142, 1060 (1966).
2. G.Mack. Nucl.Phys., B5, 499 (1968).
3. G.Mack, A.Salam. Ann.Phys., 53, 174 (1969).
4. K.Wilson. Phys.Rev., 179, 1499 (1969).
5. Дао Вонг Дык. ТМФ, 13, 75 /1972/.
6. Дао Вонг Дык. Препринт ОИЯИ, Р2-7866, Дубна, 1974.
7. M.S.Chanowitz. Phys.Rev., D4, 1717 (1971).
8. Дао Вонг Дык. ЯФ, 18, 190 /1973/.
9. A.A.Migdal. Phys.Lett., 37B, 98 (1971).
10. S.Ferrara, A.F.Grillo, G.Parisi. Nuovo Cim., 12A, 952 (1972).
11. E.Etim. Nuovo Cim., 13A, 427 (1973).
12. M.Hirayama. Lett. Nuovo Cim., 8, 435 (1973).
13. S.Ferrara, R.Gatto, A.F.Grillo. Ann.Phys., 76, 161 (1973).
14. Дао Вонг Дык. ТМФ, 20, 202 /1974/.

Рукопись поступила в издательский отдел 30 августа 1974 года.