

ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

ДУБНА



Д-198

20/1-75
P2 - 8237

120/2-75

Дао Вонг Дык

СУПЕРКАЛИБРОВОЧНАЯ СИММЕТРИЯ
И МАСШТАБНАЯ РАЗМЕРНОСТЬ ПОЛЕЙ

1974

ЛАБОРАТОРИЯ
ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

P2 - 8237

Дао Вонг Дык

**СУПЕРКАЛИБРОВОЧНАЯ СИММЕТРИЯ
И МАСШТАБНАЯ РАЗМЕРНОСТЬ ПОЛЕЙ**

Направлено в ТМФ



Дао Вонг Дык

P2 - 8237

Суперкалибровочная симметрия и масштабная размерность полей

На основе суперкалибровочной симметрии и масштабной инвариантности получены соотношения для двухточечных и трехточечных корреляционных функций и выражения для масштабной размерности полей через константы связи.

Сообщение Объединенного института ядерных исследований
Дубна, 1974

Dao Vong Dyc

P2 - 8237

Supergauge Symmetry and Scale Dimension of
Fields

On the basis of supergauge symmetry and scale invariance the relations for two- and three-point correlation functions and the expressions for the scale dimension of fields in terms of the coupling constants are obtained.

Communications of the Joint Institute for Nuclear Research.
Dubna, 1974

1. Суперкалибровочная симметрия, предложенная Вессом и Зумино^{/1/}, широко обсуждается в последнее время /см., например,^{/2-9/}/. Отличительной чертой этого нового типа симметрии является то, что она позволяет объединить бозоны с фермионами в неприводимые мультиплеты. При изучении суперкалибровочной группы и ее представлений оказывается удобно использовать технику, изложенную в работе Салама и Стради^{/3/}, где было введено понятие суперполя. Эти суперполя являются функциями не только от пространственно-временных координат x_μ , но и от майоранова спинорного параметра θ_α , компоненты которого антикоммутируют между собой, а также с фермионными операторами и коммутируют с бозонными операторами. Из-за антикоммутативности компонент спинора θ_α в разложении суперполя $\Phi(x, \theta)$ по степеням θ_α содержится только конечное число членов:

$$\Phi(x, \theta) = \Phi(x) + \theta_\alpha \bar{\Phi}^{\dot{\alpha}}(x) + \frac{1}{2!} \theta_\alpha \theta_\beta \bar{\Phi}^{[\dot{\alpha}\dot{\beta}]}(x) + \frac{1}{3!} \theta_\alpha \theta_\beta \theta_\gamma \bar{\Phi}^{[\dot{\alpha}\dot{\beta}\dot{\gamma}]}(x) + \frac{1}{4!} \theta_\alpha \theta_\beta \theta_\gamma \theta_\delta \bar{\Phi}^{[\dot{\alpha}\dot{\beta}\dot{\gamma}\dot{\delta}]}(x). \quad /1/$$

Коэффициенты, зависящие только от x , в этом разложении и есть обычные поля, законы преобразования которых определяются законом преобразования суперполя $\Phi(x, \theta)$. Таким образом, суперполе эквивалентно конечному числу обычных полей и представляет собой мультиплет бозонных и фермионных полей.

Генератором, соответствующим суперкалибровочному преобразованию, служит спинор Майорана S_α , который удовлетворяет следующим коммутационным соотношениям:

$$\{S_\alpha, S_\beta\} = (\gamma_\mu C)_{\alpha\beta} P^\mu,$$

$$[P_\mu, S_\alpha] = 0, \quad /2/$$

$$[M_{\mu\nu}, S_\alpha] = -\frac{1}{2} (\sigma_{\mu\nu})_\alpha^\beta S_\beta,$$

где P_μ , $M_{\mu\nu}$ - генераторы группы Пуанкаре, C - матрица зарядового сопряжения.

Обобщение метода Салама и Стради для случая комплексного спинора θ_α было дано в работе Феррара, Весса и Зумино /4/.

В настоящей работе мы покажем, что, исходя из суперкалибровочной симметрии, можно получить выражения для масштабной размерности полей через константы связи, возникающие в двухточечных и трехточечных корреляционных функциях. Ради простоты мы ограничиваемся случаем майоранова спинорного параметра и рассматриваем скалярное суперполе $\Phi(x, \theta)$, преобразующееся по закону /3/

$$e^{-i\bar{\epsilon} S} \Phi(x_\mu, \theta) e^{i\bar{\epsilon} S} = \Phi(x_\mu + \frac{i}{2} \bar{\epsilon} \gamma_\mu \theta, \theta - \epsilon). \quad /3/$$

Сначала мы выводим суперкалибровочные соотношения для двухточечных и трехточечных функций, а затем на основе масштабной и конформной инвариантностей получаем отсюда выражения для масштабной размерности полей.

2. Рассмотрим двухточечную функцию $\langle 0 | \Phi(x, \theta) \Phi(y, \epsilon) | 0 \rangle$. Будем считать, что вакуум суперкалибровочно инвариантен. Тогда при помощи /13/ мы имеем:

$$\langle 0 | \Phi(x, \theta) \Phi(y, \epsilon) | 0 \rangle = \langle 0 | \Phi(x_\mu + \frac{i}{2} \bar{\epsilon} \gamma_\mu \theta, \theta - \epsilon) \Phi(y, 0) | 0 \rangle. \quad /4/$$

Из соотношения /4/ для суперполя можно получить соотношения для обычных полей. Для этого применяем раз-

ложение /1/ для полей $\Phi(x, \theta)$ и $\Phi(y, \epsilon)$ в левой части, а поле $\Phi(x_\mu + \frac{i}{2} \bar{\epsilon} \gamma_\mu \theta, \theta - \epsilon)$ в правой части сначала разлагаем по формуле

$$\begin{aligned} \Phi(x_\mu + \frac{i}{2} \bar{\epsilon} \gamma_\mu \theta, \theta - \epsilon) &= \\ &= \{ 1 + \frac{i}{2} \bar{\epsilon} \hat{\partial} \theta + \frac{1}{2!} (\frac{i}{2} \bar{\epsilon} \hat{\partial} \theta)^2 + \frac{1}{3!} (\frac{i}{2} \bar{\epsilon} \hat{\partial} \theta)^3 + \frac{1}{4!} (\frac{i}{2} \bar{\epsilon} \hat{\partial} \theta)^4 \} \times \\ &\times \Phi(x, \theta - \epsilon), \quad \hat{\partial} \equiv \gamma_\mu \frac{\partial}{\partial x_\mu}, \quad /5/ \end{aligned}$$

а затем снова применяем разложение /1/ для $\Phi(x, \theta - \epsilon)$. После этого путем приравнивания коэффициентов при одинаковых степенях по θ, ϵ мы имеем:

$$\langle \bar{\Phi}^\beta(x) \bar{\Phi}^\alpha(y) \rangle = -\langle \bar{\Phi}^{[\beta\alpha]}(x) \Phi(y) \rangle - \frac{i}{2} (C^{-1} \hat{\partial})^{\beta\alpha} \langle \Phi(x) \Phi(y) \rangle, \quad /6/$$

$$\begin{aligned} \langle \bar{\Phi}^\delta(x) \bar{\Phi}^{[\gamma\beta\alpha]}(y) \rangle &= -\langle \bar{\Phi}^{[\delta\gamma\beta\alpha]}(x) \Phi(y) \rangle - \\ &- \frac{3i}{2} \sum_{[\alpha\beta\gamma]} (C^{-1} \hat{\partial})^{\delta\gamma} \langle \bar{\Phi}^{[\beta\alpha]}(x) \Phi(y) \rangle, \quad /7/ \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \langle \bar{\Phi}^{[\delta\gamma]}(x) \bar{\Phi}^{[\beta\alpha]}(y) \rangle &= \langle \bar{\Phi}^{[\delta\gamma\beta\alpha]}(x) \Phi(y) \rangle + \\ &+ \sum_{[\alpha\beta]} \{ -2i (C^{-1} \hat{\partial})^{\delta\alpha} \langle \bar{\Phi}^{[\beta\gamma]}(x) \Phi(y) \rangle + \frac{1}{2} (C^{-1} \hat{\partial})^{\alpha\gamma} (C^{-1} \hat{\partial})^{\beta\delta} \times \\ &\times \langle \Phi(x) \Phi(y) \rangle \}, \quad /8/ \end{aligned}$$

$$\langle \bar{\Phi}^{[\rho\lambda]}(x) \bar{\Phi}^{[\delta\gamma\beta\alpha]}(y) \rangle = \sum_{\substack{[\alpha\beta\gamma\delta] \\ [\lambda\rho]}} \{ -4i(C^{-1}\hat{\partial})^{\alpha\rho} \langle \bar{\Phi}^{[\delta\gamma\beta\lambda]}(x) \Phi(y) \rangle + \\ + 3(C^{-1}\hat{\partial})^{\gamma\lambda} (C^{-1}\hat{\partial})^{\delta\rho} \langle \bar{\Phi}^{[\beta\alpha]}(x) \Phi(y) \rangle \}, \quad /9/$$

$$\langle \bar{\Phi}^{[\rho\lambda\delta]}(x) \bar{\Phi}^{[\gamma\beta\alpha]}(y) \rangle = \sum_{\substack{[\alpha\beta\gamma] \\ [\delta\lambda\rho]}} \{ -\frac{9}{2}i(C^{-1}\hat{\partial})^{\gamma\rho} \langle \bar{\Phi}^{[\beta\alpha\lambda\delta]}(x) \Phi(y) \rangle - \\ - \frac{9}{2} (C^{-1}\hat{\partial})^{\gamma\delta} (C^{-1}\hat{\partial})^{\alpha\rho} \langle \bar{\Phi}^{[\beta\lambda]}(x) \Phi(y) \rangle - \\ - \frac{3}{4}i(C^{-1}\hat{\partial})^{\alpha\delta} (C^{-1}\hat{\partial})^{\beta\lambda} (C^{-1}\hat{\partial})^{\gamma\rho} \langle \Phi(x) \Phi(y) \rangle \}, \quad /10/$$

$$\langle \bar{\Phi}^{[\tau\sigma\rho\lambda]}(x) \bar{\Phi}^{[\delta\gamma\beta\alpha]}(y) \rangle = \sum_{\substack{[\alpha\beta\gamma\delta] \\ [\lambda\rho\sigma\tau]}} \{ -18(C^{-1}\hat{\partial})^{\alpha\rho} (C^{-1}\hat{\partial})^{\beta\tau} \times \\ \times \langle \bar{\Phi}^{[\delta\gamma\sigma\lambda]}(x) \Phi(y) \rangle + 12i(C^{-1}\hat{\partial})^{\gamma\lambda} (C^{-1}\hat{\partial})^{\delta\rho} (C^{-1}\hat{\partial})^{\alpha\tau} \times \\ \times \langle \bar{\Phi}^{[\beta\sigma]}(x) \Phi(y) \rangle + \quad /11/$$

$$+ \frac{3}{2} (C^{-1}\hat{\partial})^{\alpha\lambda} (C^{-1}\hat{\partial})^{\beta\rho} (C^{-1}\hat{\partial})^{\gamma\sigma} (C^{-1}\hat{\partial})^{\delta\tau} \langle \Phi(x) \Phi(y) \rangle \}.$$

Здесь $\Sigma_{[\alpha\beta\dots]}$ означает полную антисимметризацию по индексам α, β, \dots

Теперь перейдем к новым компонентам полей, определяемым по формуле /3/:

$$\Phi(x) = A(x),$$

$$\bar{\Phi}^{\alpha}(x) = \bar{\Psi}^{\alpha}(x),$$

$$\bar{\Phi}^{[\beta\alpha]}(x) = (C^{-1})^{\beta\alpha} F(x) + (C^{-1}\gamma_5)^{\beta\alpha} G(x) + \\ + (C^{-1}i\gamma_{\mu}\gamma_5)^{\beta\alpha} [a^{\mu}(x) + \frac{1}{2} \partial^{\mu} B(x)],$$

$$\bar{\Phi}^{[\gamma\beta\alpha]}(x) = \epsilon^{\gamma\beta\alpha\delta} [\lambda_{\delta}(x) + \frac{i}{2} (\hat{\partial})_{\delta}^{\delta'} \Psi_{\delta'}(x)],$$

$$\bar{\Phi}^{[\delta\gamma\beta\alpha]}(x) = \epsilon^{\delta\gamma\beta\alpha} [D(x) - \frac{1}{4} \square A(x)]. \quad /12/$$

Ради простоты будем считать, что поле $\Phi(x, \theta)$ - вещественное, т.е. $\Phi^{\dagger}(x, \theta) = \Phi(x, \theta)$, и, следовательно, все бозонные поля A, B, D, F, G, a^{μ} - вещественны, а фермионные поля ψ, λ - майорановы.

Для определенности допустим, что скалярное поле $A(x)$ имеет положительную четность. Тогда из закона преобразования при пространственной инверсии I_s ,

$$U(I_s) \Phi(x, \theta) U^{-1}(I_s) = \Phi(I_s x, I_s \theta), (I_s \theta)_a = i(\gamma_0)_a^{\beta} \theta_{\beta}, \quad /13/$$

следует, что скалярные поля $F(x), D(x)$ имеют одинаковую четность с $A(x)$, а $G(x)$ и $B(x)$ - четность, противоположную четности $A(x)$, спинорные поля $\psi(x)$ и $\lambda(x)$ - одинаковую четность; $a^{\mu}(x)$ - аксиальное поле.

Для новых компонент полей уравнения /6/ - /11/ дают соответственно следующие соотношения:

$$\langle \Psi_a(x) \bar{\Psi}^{\beta}(y) \rangle = -\delta_a^{\beta} \langle F(x) A(y) \rangle - \frac{i}{2} (\hat{\partial})_a^{\beta} \langle A(x) A(y) \rangle, \quad /14/$$

$$\langle \Psi_a(x) \bar{\lambda}^{\beta}(y) \rangle + \frac{i}{2} (\hat{\partial})_{\beta}^{\beta'} \langle \Psi_a(x) \bar{\Psi}^{\beta'}(y) \rangle = \\ = -\delta_a^{\beta} [\langle D(x) A(y) \rangle - \frac{1}{4} \square \langle A(x) A(y) \rangle] - \frac{i}{2} (\hat{\partial})_a^{\beta} \langle F(x) A(y) \rangle, \quad /15/$$

$$\langle F(x)F(y) \rangle = \langle G(x)G(y) \rangle = \frac{1}{2} \langle D(x)A(y) - \frac{1}{4} \square \langle A(x)A(y) \rangle, \quad /16/$$

$$\langle F(x)D(y) \rangle = 0, \quad /17/$$

$$\langle \lambda_a(x) \bar{\lambda}^\beta(y) \rangle + \frac{i}{2} (\hat{\partial}_{\beta'}^\beta \langle \lambda_a(x) \bar{\Psi}^{\beta'}(y) \rangle + \frac{i}{2} (\hat{\partial}_a^{\alpha'} \langle \Psi_a(x) \bar{\lambda}^\beta(y) \rangle +$$

$$- \frac{1}{4} (\hat{\partial}_a^{\alpha'} (\hat{\partial}_{\beta'}^\beta \langle \Psi_a(x) \bar{\Psi}^{\beta'}(y) \rangle = \frac{1}{4} \delta_a^\beta \square \langle F(x)A(y) \rangle +$$

$$+ \frac{i}{8} \square (\hat{\partial}_a^\beta \langle A(x)A(y) \rangle), \quad /18/$$

$$\langle D(x)D(y) \rangle = \frac{1}{4} \square \{ \langle D(x)A(y) \rangle + \langle A(x)D(y) \rangle \}. \quad /19/$$

При этом мы уже учитывали условие сохранения четности, из которого следует

$$\langle G(x)A(y) \rangle = \langle G(x)F(y) \rangle = \dots = 0. \quad /20/$$

3. Для трехточечных функций мы поступаем аналогично, исходя из уравнения

$$\langle \Phi(x, \theta) \Phi(y, \tau) \Phi(z, \epsilon) \rangle = \langle \Phi(x_\mu + \frac{i}{2} \bar{\epsilon} \gamma_\mu \theta, \theta - \epsilon) \times \quad /21/$$

$$\times \Phi(y_\mu + \frac{i}{2} \bar{\epsilon} \gamma_\mu \tau, \tau - \epsilon) \Phi(z, 0) \rangle,$$

которое, как и /4/, получается из закона преобразования /3/ и условия суперкалибровочной инвариантности вакуума. Снова используя разложение /1/ и /15/ и приравнявая коэффициенты при одинаковых степенях по θ, ϵ, τ , мы можем получить все соотношения для трех-

точечных функций. Так, например, для коэффициентов при квадратной степени мы имеем:

$$\langle \bar{\Phi}^{[\beta\alpha]}(x) \Phi(y) \Phi(z) \rangle + \langle \Phi(x) \bar{\Phi}^{[\beta\alpha]}(y) \Phi(z) \rangle - \langle \Phi(x) \Phi(y) \bar{\Phi}^{[\beta\alpha]}(z) \rangle =$$

$$= \langle \bar{\Phi}^\alpha(x) \bar{\Phi}^\beta(y) \Phi(z) \rangle - \langle \bar{\Phi}^\beta(x) \bar{\Phi}^\alpha(y) \Phi(z) \rangle, \quad /22/$$

$$\langle \Phi(x) \bar{\Phi}^{[\beta\alpha]}(y) \Phi(z) \rangle + \frac{i}{2} (C^{-1} \hat{\partial}_y^{\beta\alpha} \langle \Phi(x) \Phi(y) \Phi(z) \rangle =$$

$$= \langle \bar{\Phi}^\alpha(x) \bar{\Phi}^\beta(y) \Phi(z) \rangle - \langle \Phi(x) \bar{\Phi}^\beta(y) \bar{\Phi}^\alpha(z) \rangle, \quad /23/$$

$$\langle \bar{\Phi}^{[\beta\alpha]}(x) \Phi(y) \Phi(z) \rangle + \frac{i}{2} (C^{-1} \hat{\partial}_x^{\beta\alpha} \langle \Phi(x) \Phi(y) \Phi(z) \rangle =$$

$$= - \langle \bar{\Phi}^\beta(x) \bar{\Phi}^\alpha(y) \Phi(z) \rangle - \langle \bar{\Phi}^\beta(x) \Phi(y) \bar{\Phi}^\alpha(z) \rangle. \quad /24/$$

Для новых компонент полей $A(x), \Psi(x), \dots$ уравнения /22/ - /24/ дают соответственно:

$$\delta_a^\beta \{ \langle F(x)A(y)A(z) \rangle + \langle A(x)F(y)A(z) \rangle - \langle A(x)A(y)F(z) \rangle \} =$$

$$= \langle \bar{\Psi}^\beta(x) \Psi_a(y) A(z) \rangle - \langle \Psi_a(x) \bar{\Psi}^\beta(y) A(z) \rangle, \quad /25/$$

$$\delta_a^\beta \langle A(x)F(y)A(z) \rangle - \frac{i}{2} (\hat{\partial}_y^{\beta\alpha})_a \langle A(x)A(y)A(z) \rangle =$$

$$= \langle A(x) \bar{\Psi}^\beta(y) \Psi_a(z) \rangle - \langle \Psi_a(x) \bar{\Psi}^\beta(y) A(z) \rangle, \quad /26/$$

$$\delta_a^\beta \langle F(x)A(y)A(z) \rangle + \frac{i}{2} (\hat{\partial}_x^{\beta\alpha})_a \langle A(x)A(y)A(z) \rangle =$$

/27/

$$= - \langle \Psi_a(x) \bar{\Psi}^\beta(y) A(z) \rangle - \langle \Psi_a(x) A(y) \bar{\Psi}^\beta(z) \rangle.$$

4. Рассмотрим теперь закон масштабного преобразования для суперполя. Заметим прежде всего, что в пространстве функций $f(x, \theta)$ генераторы P_μ , $M_{\mu\nu}$ и S_a , удовлетворяющие правилам коммутации /2/ и обычным правилам коммутации, включающим P_μ и $M_{\mu\nu}$, могут быть представлены в виде

$$P_\mu = i \frac{\partial}{\partial x^\mu},$$

$$M_{\mu\nu} = i \left(x_\mu \frac{\partial}{\partial x^\nu} - x_\nu \frac{\partial}{\partial x^\mu} \right) - \frac{1}{2} (\sigma_{\mu\nu})_a^\beta \theta_\beta \frac{\partial}{\partial \theta_a},$$

$$S_a = \frac{1}{2} (\gamma_\mu)_a^\beta \theta_\beta \frac{\partial}{\partial x^\mu} - i C_{a\beta} \frac{\partial}{\partial \theta_\beta}, \quad /28/$$

а генератор масштабного преобразования D , удовлетворяющий коммутационным соотношениям

$$[D, P_\mu] = iP_\mu, \quad [D, M_{\mu\nu}] = 0, \quad /29/$$

может быть представлен в виде

$$D = -ix_\mu \frac{\partial}{\partial x^\mu} - ic \theta_a \frac{\partial}{\partial \theta_a}, \quad /30/$$

где C - пока произвольное число. Из /28/ и /30/ следует:

$$[D, S_a] = ic \left\{ \frac{1-c}{2c} (\gamma_\mu)_a^\beta \theta_\beta \frac{\partial}{\partial x^\mu} - i C_{a\beta} \frac{\partial}{\partial \theta_\beta} \right\}. \quad /31/$$

Таким образом, чтобы получить замкнутую алгебру, мы должны положить $c = \frac{1}{2}$, и тогда

$$[D, S_a] = \frac{i}{2} S_a. \quad /32/$$

Пусть поле $\Phi(x) \equiv \Phi(x, 0)$ в разложении /1/ имеет определенную масштабную размерность ℓ_Φ , т.е. /10/

$$[D, \Phi(x, 0)] = -i(\ell_\Phi - x_\nu \partial^\nu) \Phi(x, 0). \quad /33/$$

Тогда из /2/, /3/, /32/ и /33/ можно получить:

$$[D, \Phi(x, \theta)] = -i \left(\ell_\Phi - x_\nu \partial^\nu - \frac{1}{2} \theta_a \frac{\partial}{\partial \theta_a} \right) \Phi(x, \theta). \quad /34/$$

Из /1/ и /34/ следует, что $\bar{\Phi}^a(a)$, $\bar{\Phi}^{\beta a}(x)$, $\bar{\Phi}^{[\gamma\beta a]}(x)$ и $\bar{\Phi}^{[\delta\gamma\beta a]}(x)$ имеют определенную масштабную размерность, равную соответственно $\ell_\Phi - \frac{1}{2}$, $\ell_\Phi - 1$, $\ell_\Phi - \frac{3}{2}$ и $\ell_\Phi - 2$. Следовательно, поля $A(x)$ и $B(x)$ имеют размерность ℓ_Φ , $F(x)$, $G(x)$ и a_μ - размерность $\ell_\Phi - 1$, $D(x)$ - размерность $\ell_\Phi - 2$, $\psi(x)$ - размерность $\ell_\Phi - 1$, $\lambda(x)$ - размерность $\ell_\Phi - \frac{3}{2}$.

5. Допустим, что вакуум инвариантен при масштабном преобразовании. Тогда, используя масштабные варианты выражения двухточечных функций

$$\langle \Phi_1(x) \Phi_2(y) \rangle = g_{\Phi_1 \Phi_2} [(x-y)^2]^{\frac{1}{2}(\ell_{\Phi_1} + \ell_{\Phi_2})} \quad /35/$$

для двух скалярных полей с размерностью ℓ_{Φ_1} и ℓ_{Φ_2} и

$$\langle \chi_{1a}(x) \bar{\chi}_2^\beta(y) \rangle = [(x-y)^2]^{\frac{1}{2}(\ell_{\chi_1} + \ell_{\chi_2})} \left\{ f_{\chi_1 \chi_2} \delta_a^\beta + ig_{\chi_1 \chi_2} \frac{(\hat{x}-\hat{y})_a^\beta}{2[(x-y)^2]^{1/2}} \right\} \quad /36/$$

для двух спинорных полей с размерностью ℓ_{χ_1} и ℓ_{χ_2} , мы получили из /14/ - /19/ следующие соотношения:

$$\ell_\Phi = -\frac{g_{\psi\psi}}{g_{AA}} = -1 + \frac{g_{GG}}{g_{\psi\psi}} - \frac{g_{DA}}{2g_{\psi\psi}} = -1 + \frac{g_{FF}}{g_{\psi\psi}} - \frac{g_{DA}}{2g_{\psi\psi}}, \quad /37/$$

$$(\ell_\Phi - 1) f_{\psi\lambda} = -\frac{1}{2} g_{\lambda\lambda}, \quad /38/$$

$$\ell_{\Phi} (\ell_{\Phi} - 1) g_{DA} = \frac{1}{2} g_{DD}, \quad /39/$$

$$f_{\lambda\lambda} = g_{\psi\lambda} = g_{FD} = 0, \quad /40/$$

$$f_{\psi\psi} = -g_{FA}, \quad /41/$$

$$g_{DA} = -f_{\psi\lambda}. \quad /42/$$

Если имеет место также конформная инвариантность, то, как известно /см., например, ^{/11/} /, двухточечная функция /35/ может иметь ненулевое значение лишь при $\ell_{\Phi 1} = \ell_{\Phi 2}$, а двухточечная функция /36/ - при $\ell_{\chi 1} = \ell_{\chi 2}$, причем $f_{\chi 1 \chi 2} = 0$. Тогда соотношения /37/ переходят в

$$\ell_{\Phi} = -\frac{g_{\psi\psi}}{g_{AA}} = -1 + \frac{g_{GG}}{g_{\psi\psi}} = -1 + \frac{g_{FF}}{g_{\psi\psi}}. \quad /43/$$

Соотношения /40/ - /42/ переходят в тождества, а соотношения /38/ и /39/ дают

$$g_{DD} = g_{\lambda\lambda} = 0. \quad /44/$$

В частности, в данном случае мы имеем $\langle D(x)D(y) \rangle = \lambda(x)\lambda(y) = 0$, и, следовательно, мы должны положить $D(x) = 0$, $\lambda(x) = 0$. Отметим, что это условие /а также $a_{\mu}(x) = 0$ / является суперкалибровочно-ковариантным ^{/3/}.

Условие конформной ковариантности также позволяет однозначно определить трехточечные функции /с точностью до нескольких постоянных множителей/. Так, мы имеем ^{/11/}:

$$\langle A(x)A(y)A(z) \rangle = G_{AAA} [(x-y)^2 (y-z)^2 (z-x)^2]^{-\frac{1}{2} \ell_{\Phi}}, \quad /45/$$

$$\langle F(x)A(y)A(z) \rangle = G_{FAA} [(x-y)^2]^{-\frac{1}{2}(\ell_{\Phi}-1)} [(y-z)^2]^{-\frac{1}{2}(\ell_{\Phi}+1)}$$

$$\times [(z-x)^2]^{-\frac{1}{2}(\ell_{\Phi}-1)} \quad /46/$$

$$\langle \psi_{\alpha}(x) \bar{\psi}^{\beta}(y) A(z) \rangle = [(x-y)^2 (y-z)^2 (z-x)^2]^{-\frac{1}{2} \ell_{\Phi}} \times$$

$$\times i \left\{ G_{\psi\psi A} \frac{\hat{x}-\hat{y}}{(x-y)^2} + G'_{\psi\psi A} \frac{(\hat{x}-\hat{z})(\hat{y}-\hat{z})}{[(x-y)^2 (y-z)^2 (z-x)^2]^{1/2}} \right\}_{\alpha}^{\beta}, \quad /47/$$

$$\langle \psi_{\alpha}(x) A(y) \bar{\psi}^{\beta}(z) \rangle = [(x-y)^2 (y-z)^2 (z-x)^2]^{-\frac{1}{2} \ell_{\Phi}} \times$$

$$\times i \left\{ G_{\psi A \psi} \frac{\hat{x}-\hat{z}}{(x-z)^2} + G'_{\psi A \psi} \frac{(\hat{x}-\hat{y})(\hat{z}-\hat{y})}{[(x-y)^2 (y-z)^2 (z-x)^2]^{1/2}} \right\}_{\alpha}^{\beta}. \quad /48/$$

Подставляя /45/ - /48/ в уравнение /27/, мы получим следующие соотношения:

$$\ell_{\Phi} = -2 \frac{G_{\psi\psi A}}{G_{AAA}} = -2 \frac{G_{\psi A \psi}}{G_{AAA}}, \quad /49/$$

$$G'_{\psi\psi A} = G'_{\psi A \psi} = i G_{FAA}. \quad /50/$$

В частности, соотношение /49/ вместе с /43/ устанавливает связь между двухточечными и трехточечными функциями.

Выше мы рассмотрели случай скалярного суперполя, которое преобразуется по /3/. Для других представлений мы поступаем аналогично.

В заключение я выражаю свою глубокую благодарность Д.И.Блохинцеву и Нгуену Ван Хьеу за ценные замечания и за интерес к работе.

Литература

1. J.Wess, B.Zumino. *Nucl.Phys.*, B70, 39 (1974).
2. J.Wess, B.Zumino. *Phys.Lett.*, 49B, 52 (1974).
3. A.Salam, J.Strathdee. *Nucl.Phys.*, B76, 477 (1974).
4. S.Ferrara, J.Wess, B.Zumino. CERN preprint TH-1863 (1974).
5. A.Salam, J.Strathdee. Trieste preprint IC-74-16 (1974).
6. A.Salam, J.Strathdee. Trieste preprint IC-74-17 (1974).
7. C.Fronsdal. Trieste preprint IC-74-21 (1974).
8. S.Ferrara. *Nucl.Phys.*, B77, 73 (1974).
9. Нгуен Ван Хьеу. Препринт ОИЯИ, P2-8210, Дубна, 1974.
10. G.Mack, A.Salam. *Ann.Phys.*, 53, 174 (1969).
11. Дао Вонг Дык. ТМФ, 20, 202 /1974/.

Рукопись поступила в издательский отдел
30 августа 1974 года.