ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ
ДУБНА

Р2 - 8210

Нгуен Ван Хьеу

О СУПЕРКАЛИБРОВОЧНЫХ ПРЕОБРАЗОВАНИЯХ ПОЛЕЙ

1974

ЛАБОРАТОРИЯ
ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

P2 - 8210

Нгуен Ван Хьеу

О СУПЕРКАЛИБРОВОЧНЫХ ПРЕОБРАЗОВАНИЯХ ПОЛЕЙ

*Направлено в **Nuclear Physics***

Нгуен Ван Хьеу   Р2 - 8210

О суперкалибровочных преобразованиях полей

В работе изучаются суперкалибровочные преобразования полей. Рассматривая подробно законы преобразования составляющих скалярного суперполя, мы получаем пять суперкалибровочных мультиплетов. Один из них можно получить также из спинорного суперполя. Среди пяти суперкалибровочных мультиплетов только один может удовлетворять условию вещественности.

Препринт Объединенного института ядерных исследований.
Дубна, 1974

Р2 - 8210

Nguyen Van Hieu

On Supergauge Fransformations of Fields

In this work we study the supergauge transformations of fields. We consider in detail the transformation laws for the components of a scalar superfield and obtain five supergauge multiplets. One of them can also be obtained by studying a spinor superfield. Among five supergauge multiplets only one can satisfy the reality condition.

Preprint. Joint Institute for Nuclear Research.
Dubna, 1974

Недавние работы Весса и Зумино [1,2] стимулируют новый интерес к преобразованиям суперкалибровочного типа, рассмотренных ранее многими авторами [3-8]. Для изучения суперкалибровочных мультиплетов Салам и Страдее [9] предложили элегантный метод и ввели суперполя, зависящие от пространственно-временных координат и антикоммутирующих спинорных переменных. Каждое суперполе содержит все обычные поля данного суперкалибровочного мультиплета. Улучшение метода Салама и Страдее было сделано в работе Феррара, Весса и Зумино [10]. Суперкалибровочно инвариантные модели теории поля были также рассмотрены в ряде работ [6,11-17].

В настоящей работе мы изучаем трансформационные свойства физических составляющих суперполей, применяя метод работ [9,10]. В качестве примера рассмотрим подробно только скалярные суперполя. Наши результаты легко обобщить.

Пусть S - четырехкомпонентные спинорные генераторы суперкалибровочных преобразований и

$$\bar{S} = S^{+}\gamma_{0} .$$

Они удовлетворяют антнкоммутационным соотношсниям

$$\{S_{\alpha}, S_{\beta}\} = \{\bar{S}^{\alpha}, \bar{S}^{\beta}\} = 0,$$
$$\{S_{\alpha}, \bar{S}^{\beta}\} = 2(\gamma_{\mu})^{\beta}_{\alpha} P^{\mu} . \qquad /1/$$

Эти формулы вместе с алгеброй группы Пуанкаре и законы преобразования для S_{α} и $\bar{S}^{\alpha}$ по отношению к группе Лоренца образуют нашу суперкалибровочную алгебру. Такая алгебра была предложена в работах [5,12,10].

Разобьем S и $\bar{S}$ на двухкомпонентные спиноры

$$S_\alpha = \begin{pmatrix} Q_a \\ R^{\dot{a}} \end{pmatrix}, \quad \bar{S}^\alpha = (\bar{R}^a, \bar{Q}_{\dot{a}})$$

и обозначим через ζ^a, $\bar{\zeta}^{\dot{a}}$ и $\eta_{\dot{a}}$, $\bar{\eta}_a$ соответствующие антикоммутирующие спинорные параметры. Здесь $\bar{Q}_{\dot{a}}$, $\bar{R}^a$, $\bar{\zeta}^{\dot{a}}$, $\bar{\eta}_a$ являются эрмитовосопряженными к Q_a, $R^{\dot{a}}$, ζ^a, $\eta_{\dot{a}}$. Следуя работе [10], введем суперполя $\Phi(x_\mu, \theta^a, \bar{\theta}^{\dot{a}})$ и $\tilde{\Phi}(x_\mu, \tau_{\dot{a}}, \bar{\tau}_a)$, зависящие от пространственно-временных координат x_μ и антикоммутирующих спинорных переменных θ, $\bar{\theta}$ или τ, $\bar{\tau}$. Их суперкалибровочные преобразования имеют вид

$$\begin{aligned}
&\delta_\zeta \Phi = i[\zeta Q, \Phi] = \zeta \frac{\partial \Phi}{\partial \theta}, \\
&\delta_{\bar{\zeta}} \Phi = i[\bar{Q}\bar{\zeta}, \Phi] = [\frac{\partial \Phi}{\partial \bar{\theta}} + 2i\theta\sigma_\mu \partial^\mu \Phi]\bar{\zeta}, \\
&\delta_\eta \tilde{\Phi} = i[\eta R, \tilde{\Phi}] = \eta \frac{\partial \tilde{\Phi}}{\partial \tau}, \\
&\delta_{\bar{\eta}} \tilde{\Phi} = i[\bar{R}_{\bar{\eta}}, \tilde{\Phi}] = [\frac{\partial \tilde{\Phi}}{\partial \bar{\tau}} + 2i\tau\sigma_\mu \partial^\mu \tilde{\Phi}]\bar{\eta},
\end{aligned} \qquad /2/$$

где

$$\zeta Q = \zeta^a Q_a, \quad \eta R = \eta_{\dot{a}} R^{\dot{a}},$$

$$\theta\sigma_\mu\bar{\zeta} = \theta^a (\sigma_\mu)_{a\dot{b}} \bar{\zeta}^{\dot{b}}, \quad \tau\sigma_\mu\eta = \tau_{\dot{a}} (\sigma_\mu)^{\dot{a}b} \bar{\eta}_b,$$

$$(\sigma_0)_{a\dot{b}} = (\sigma_0)^{\dot{a}b} = \delta_{ab}, \quad (\sigma_i)_{a\dot{c}} = -(\sigma_i)^{\dot{a}c} = (\sigma_i)_{ac}.$$

Мы разложим скалярные суперполя Φ и $\tilde{\Phi}$:

$$\begin{aligned}
\Phi = {} & A + \theta^a A_a + \frac{1}{2}\theta^{a_1}\theta^{a_2} A_{[a_2 a_1]} + B_{\dot{b}}\bar{\theta}^{\dot{b}} + \theta^a B_{a\dot{b}}\bar{\theta}^{\dot{b}} \\
& + \frac{1}{2}\theta^{a_1}\theta^{a_2} B_{[a_2 a_1]\dot{b}}\bar{\theta}^{\dot{b}} + \frac{1}{2} C_{[\dot{b}_1 \dot{b}_2]}\bar{\theta}^{\dot{b}_2}\bar{\theta}^{\dot{b}_1} \\
& + \frac{1}{2}\theta^a C_{a[\dot{b}_1\dot{b}_2]}\bar{\theta}^{\dot{b}_2}\bar{\theta}^{\dot{b}_1} + \frac{1}{4}\theta^{a_1}\theta^{a_2} C_{[a_2 a_1][\dot{b}_1\dot{b}_2]}\bar{\theta}^{\dot{b}_2}\bar{\theta}^{\dot{b}_1},
\end{aligned} \qquad /3a/$$

$$\begin{aligned}
\tilde{\Phi} = {} & \tilde{A} + \tau_{\dot{a}}\tilde{A}^{\dot{a}} + \frac{1}{2}\tau_{\dot{a}_1}\tau_{\dot{a}_2}\tilde{A}^{[\dot{a}_2\dot{a}_1]} + \tilde{B}^b\bar{\tau}_b + \tau_{\dot{a}}\tilde{B}^{\dot{a}b}\bar{\tau}_b \\
& + \frac{1}{2}\tau_{\dot{a}_1}\tau_{\dot{a}_2}\tilde{B}^{[\dot{a}_2\dot{a}_1]b}\bar{\tau}_b + \frac{1}{2}\tilde{C}^{[b_1 b_2]}\bar{\tau}_{b_2}\bar{\tau}_{b_1} \\
& + \frac{1}{2}\tau_{\dot{a}}\tilde{C}^{\dot{a}[b_1 b_2]}\bar{\tau}_{b_2}\bar{\tau}_{b_1} + \frac{1}{4}\tau_{\dot{a}_1}\tau_{\dot{a}_2}\tilde{C}^{[\dot{a}_2\dot{a}_1][b_1 b_2]}\bar{\tau}_{b_2}\bar{\tau}_{b_1}.
\end{aligned} \qquad /3в/$$

На основе соотношений /2/ легко установить суперкалибровочные преобразования обычных спиноров, содержащихся в Φ и $\tilde{\Phi}$. Напишем явно соотношения для скалярного суперполя Φ:

$$\left\{\begin{aligned}
&\delta_\zeta A = \zeta^c A_c, \quad \delta_{\bar{\zeta}} A = B_{\dot{c}}\bar{\zeta}^{\dot{c}}, \\
&\delta_\zeta A_a = \zeta^c A_{[ca]}, \quad \delta_{\bar{\zeta}} A_a = B_{a\dot{c}}\bar{\zeta}^{\dot{c}} + 2i\partial^\mu A(\sigma_\mu)_{a\dot{c}}\bar{\zeta}^{\dot{c}}, \\
&\delta_\zeta A_{[a_2 a_1]} = 0, \quad \delta_{\bar{\zeta}} A_{[a_2 a_1]} = B_{[a_2 a_1]\dot{c}}\bar{\zeta}^{\dot{c}}
\end{aligned}\right. \qquad /4/$$

$$+ 2i[\partial^\mu A_{a_2}(\sigma_\mu)_{a_1\dot{c}} - \partial^\mu A_{a_1}(\sigma_\mu)_{a_2\dot{c}}]\bar{\zeta}^{\dot{c}},$$

$$\delta_\zeta B_{\dot{b}} = \zeta^c B_{c\dot{b}}, \quad \delta_{\bar{\zeta}} B_{\dot{b}} = C_{[\dot{b}\dot{c}]}\bar{\zeta}^{\dot{c}}, \qquad /5/$$

$$\delta_\zeta B_{a\dot{b}} = \zeta^c B_{[ca]\dot{b}}, \quad \delta_{\bar{\zeta}} B_{a\dot{b}} = C_{a[\dot{b}\dot{c}]}\bar{\zeta}^{\dot{c}} - 2i\partial^\mu B_{\dot{b}}(\sigma_\mu)_{a\dot{c}}\bar{\zeta}^{\dot{c}},$$

$$\delta_\zeta B_{[a_2a_1]\dot{b}} = 0, \quad \delta_{\bar\zeta} B_{[a_2a_1]\dot{b}} = C_{[a_2a_1][\dot{b}\dot{c}]}\bar\zeta^{\dot{c}}$$

$$-2i\,[\partial^\mu B_{a_2\dot{b}}(\sigma_\mu)_{a_1\dot{c}} - \partial^\mu B_{a_1\dot{b}}(\sigma_\mu)_{a_2\dot{c}}],$$

$$\begin{cases} \delta_\zeta C_{[\dot{b}_1\dot{b}_2]} = \zeta^c C_{c[\dot{b}_1\dot{b}_2]}, \quad \delta_{\bar\zeta} C_{[\dot{b}_1\dot{b}_2]} = 0, \\ \delta_\zeta C_{a[\dot{b}_1\dot{b}_2]} = \zeta^c C_{[ca][\dot{b}_1\dot{b}_2]}, \quad \delta_{\bar\zeta} C_{a[\dot{b}_1\dot{b}_2]} = 2i\partial^\mu C_{[\dot{b}_1\dot{b}_2]}(\sigma_\mu)_{a\dot{c}}\bar\zeta^{\dot{c}}, \\ \delta_\zeta C_{[a_2a_1][\dot{b}_1\dot{b}_2]} = 0, \qquad \delta_{\bar\zeta} C_{[a_2a_1][\dot{b}_1\dot{b}_2]} = \\ \qquad 2i\,[\partial^\mu C_{a_2[\dot{b}_1\dot{b}_2]}(\sigma_\mu)_{a_1\dot{c}} - \partial^\mu C_{a_1[\dot{b}_1\dot{b}_2]}(\sigma_\mu)_{a_2\dot{c}}]\bar\zeta^{\dot{c}}. \end{cases} \qquad /6/$$

Для спиноров, содержащихся в $\tilde\Phi$, имеют место аналогичные соотношения.

Из законов преобразования /4/-/6/ непосредственно следует, что существуют 5 скалярных суперполей, реализующих 5 неэквивалентных представлений нашей суперкалибровочной алгебры. Их мы называем суперполями типа I_1, I_2, R_1, R_2 и R_3. Суперполе Φ типа I_1 имеет лишь ненулевые компоненты A, A_a и $A_{[a_2a_1]}$ или $C_{[\dot{b}_1\dot{b}_2]}$, $C_{a[\dot{b}_1\dot{b}_2]}$ и $C_{[a_2a_1][\dot{b}_1\dot{b}_2]}$. Ненулевыми компонентами суперполя типа I_2 являются $B_{\dot{b}}$, $B_{a\dot{b}}$ и $B_{[a_2a_1]\dot{b}}$. Для суперполя Φ типа R_1 или R_2 мы имеем

$$C_{[\dot{b}_1\dot{b}_2]} = C_{a[\dot{b}_1\dot{b}_2]} = C_{[a_2a_1][\dot{b}_1\dot{b}_2]} = 0$$

или

$$A = A_a = A_{[a_2a_1]} = 0,$$

соответственно. Если все обычные спиноры A, A_a, $A_{[a_2a_1]}$, $B_{\dot{b}}$, $B_{a\dot{b}}$ ... , $C_{[a_2a_1][\dot{b}_1\dot{b}_2]}$ отличны от нуля, то мы имеем суперполе типа R_3.

Введем теперь обычные скалярные, псевдоскалярные, векторные псевдовекторные поля

$$A^{(\pm)} = A \pm \tilde{A},$$

$$A'^{(\pm)} = \frac{1}{2}\{\epsilon^{a_1a_2}A_{[a_2a_1]} \pm \epsilon_{\dot{a}_1\dot{a}_2}\tilde{A}^{[\dot{a}_2\dot{a}_1]}\},$$

$$B_\mu^{(\pm)} = \frac{1}{2}\{(\sigma_\mu)^{\dot{b}a}B_{a\dot{b}} \pm (\sigma_\mu)_{b\dot{a}}B^{\dot{a}b}\}, \qquad /7/$$

$$D^{(\pm)} = \frac{1}{2}\{\epsilon^{\dot{b}_2\dot{b}_1}C_{[\dot{b}_1\dot{b}_2]} \pm \epsilon_{b_2b_1}\tilde{C}^{[b_1b_2]}\},$$

$$D'^{(\pm)} = \frac{1}{4}\{\epsilon^{\dot{b}_2\dot{b}_1}\epsilon^{a_1a_2}C_{[a_2a_1][\dot{b}_1\dot{b}_2]} \pm \epsilon_{b_2b_1}\epsilon_{\dot{a}_1\dot{a}_2}\tilde{C}^{[\dot{a}_2\dot{a}_1][b_1b_2]}\}$$

и четырехкомпонентные спинорные поля

$$\psi_\alpha = \begin{pmatrix} A_a \\ \tilde{A}^{\dot{a}} \end{pmatrix}, \quad \chi_\alpha = \begin{pmatrix} \frac{1}{2}\epsilon^{\dot{b}_2\dot{b}_1}C_{a[\dot{b}_1\dot{b}_2]} \\ \frac{1}{2}\epsilon_{b_2b_1}\tilde{C}^{\dot{a}[b_1b_2]} \end{pmatrix}, \qquad /8/$$

$$\bar\phi^\alpha = (\tilde{B}^a, B_{\dot{a}}), \quad \bar\Sigma^\alpha = (\frac{1}{2}\epsilon_{\dot{b}_2\dot{b}_1}\tilde{B}^{a[\dot{b}_1\dot{b}_2]}, \frac{1}{2}\epsilon^{b_2b_1}B_{[b_1b_2]\dot{a}}).$$

Суперполе типа I_1 либо содержит спинор ψ, два скаляра $A^{(+)}$, $A'^{(+)}$ и два псевдоскаляра $A^{(-)}$, $A'^{(-)}$, либо содержит спинор χ, два скаляра $D^{(+)}$, $D'^{(+)}$ и два псевдоскаляра $D^{(-)}$, $D'^{(-)}$. Суперполе типа I_2 содержит два спинора ϕ, Σ, вектор $B_\mu^{(+)}$ и псевдовектор $B_\mu^{(-)}$. Эти скалярные суперполя являются неприводимыми. Напишем явно их суперкалибровочные преобразования

$$\begin{cases} [S_\alpha, A^{(+)}] = -i\psi_\alpha\,, \; [S_\alpha, A^{(-)}] = -i(\gamma_5\psi)_\alpha \\ \{S_\alpha, \psi_\beta\} = -\frac{i}{2}(\gamma_5 C)_{\alpha\beta} A'^{(+)} - \frac{i}{2} C_{\alpha\beta} A'^{(-)}\,, \\ [S_\alpha, A'^{(+)}] = 0\,, \quad [S_\alpha, A'^{(-)}] = 0\,. \end{cases} \qquad /9а/$$

$$\begin{cases} [\bar{S}^\alpha, A^{(+)}] = 0\,, \quad [\bar{S}^\alpha, A^{(-)}] = 0\,, \\ \{\bar{S}^\alpha, \psi_\beta\} = -(\gamma_\mu)^\alpha_\beta \partial^\mu A^{(+)} + (\gamma_\mu\gamma_5)^\alpha_\beta \partial^\mu A^{(-)}, \\ [\bar{S}^\alpha, A'^{(+)}] = -2\partial^\mu(\bar{\psi}_c\gamma_\mu\gamma_5)^\alpha, \quad [\bar{S}^\alpha, A'^{(-)}] = 2\partial^\mu(\bar{\psi}_c\gamma_\mu)^\alpha, \end{cases} \qquad /9б/$$

$$\begin{cases} [S_\alpha, D^{(+)}] = -i\chi_\alpha\,, \quad [S_\alpha, D^{(-)}] = -i(\gamma_5\chi)_\alpha\,, \\ \{S_\alpha, \chi_\beta\} = -\frac{i}{2}(\gamma_5 C)_{\alpha\beta} D'^{(+)} - \frac{i}{2} C_{\alpha\beta} D'^{(-)}, \\ [S_\alpha, D'^{(+)}] = 0\,, \qquad [S_\alpha, D'^{(-)}] = 0\,, \end{cases} \qquad /10а/$$

$$\begin{cases} [\bar{S}^\alpha, D^{(+)}] = 0\,, \qquad [\bar{S}^\alpha, D^{(-)}] = 0\,, \\ \{\bar{S}^\alpha, \chi_\beta\} = -(\gamma_\mu)^\alpha_\beta \partial^\mu D^{(+)} + (\gamma_\mu\gamma_5)^\alpha_\beta \partial^\mu D^{(-)}, \\ [\bar{S}^\alpha, D'^{(+)}] = -2\partial^\mu(\bar{\chi}_C\gamma_\mu\gamma_5)^\alpha, \; [\bar{S}^\alpha, D'^{(-)}] = 2\partial^\mu(\bar{\chi}_C\gamma_\mu)^\alpha, \end{cases} \qquad /10б/$$

$$\{S_\alpha, \bar{\phi}^\beta\} = -i(\gamma^\mu)^\beta_\alpha B_\mu^{(+)} + i(\gamma^\mu\gamma_5)^\beta_\alpha B_\mu^{(-)},$$

$$[S_\alpha, B_\mu^{(+)}] = -\frac{i}{2}(\gamma_\mu\gamma_5\Sigma_C)_\alpha\,, \quad [S_\alpha, B_\mu^{(-)}] = \frac{i}{2}(\gamma_\mu\Sigma_C)_\alpha\,,$$

$$\{S_\alpha, \bar{\Sigma}^\beta\} = 0\,. \qquad /11а/$$

$$\begin{cases} \{\bar{S}^\alpha, \bar{\phi}^\beta\} = 0\,, \\ [\bar{S}^\alpha, B_\mu^{(+)}] = -\partial^\nu(\bar{\phi}\gamma_\mu\gamma_\nu)^\alpha, \; [\bar{S}^\alpha, B_\mu^{(-)}] = \partial^\nu(\bar{\phi}\gamma_\mu\gamma_\nu\gamma_5)^\alpha, \\ \{\bar{S}^\alpha, \bar{\Sigma}^\beta\} = -(C^{-1}\gamma_5\gamma^\nu\gamma^\mu)^{\beta\alpha}\partial_\mu B_\nu^{(+)} + (C^{-1}\gamma^\nu\gamma^\mu)^{\beta\alpha}\partial_\mu B_\nu^{(-)}. \end{cases} \qquad /11б/$$

Здесь C является матрицей зарядового сопряжения

$$C^T = -C\,, \quad C^{-1}\gamma_\mu C = -\gamma_\mu^T$$

и

$$\psi_C = C\bar{\psi}^T, \quad \chi_C = C\bar{\chi}^T, \quad \Sigma_C = C\bar{\Sigma}^T.$$

Суперполе типа R_1 состоит из трех спиноров ψ, ϕ, Σ, двух скаляров $A^{(+)}$, $A'^{(+)}$, двух псевдоскаляров $A^{(-)}$, $A'^{(-)}$, вектора $B_\mu^{(+)}$ и псевдовектора $B_\mu^{(-)}$. Они удовлетворяют соотношениям /9а/, /11а/ и /11б/, но вместо /9б/ мы имеем:

$$\begin{cases} [\bar{S}^\alpha, A^{(+)}] = -i\bar{\phi}^\alpha, \; [\bar{S}^\alpha, A^{(-)}] = i(\bar{\phi}\gamma_5)^\alpha, \\ \{\bar{S}^\alpha, \psi_\beta\} = -(\gamma^\mu)^\alpha_\beta(\partial_\mu A^{(+)} - \frac{i}{2}B_\mu^{(+)}) + (\gamma^\mu\gamma_5)^\alpha_\beta(\partial_\mu A^{(-)} - \frac{i}{2}B_\mu^{(-)}), \\ [\bar{S}^\alpha, A'^{(+)}] = -2\partial^\mu(\bar{\psi}_C\gamma_\mu\gamma_5)^\alpha - i\bar{\Sigma}^\alpha, \; [\bar{S}^\alpha, A'^{(-)}] = \\ \qquad = 2\partial^\mu(\bar{\psi}_C\gamma_\mu)^\alpha + i(\bar{\Sigma}\gamma_5)^\alpha. \end{cases} \qquad /12/$$

Аналогично, три спинора ϕ, Σ, χ, вектор $B_\mu^{(+)}$, псевдовектор $B^{(-)}$, два скаляра $D^{(+)}$, $D'^{(+)}$ и два псевдоскаляра $D^{(-)}$, $D'^{(-)}$, содержащиеся в суперполе типа R_2, удовлетворяют соотношениям /10а/, /10б/, /11а/, но вместо /11б/ мы имеем

$$\left\{\begin{aligned}
&\{\bar{S}^{\alpha}, \bar{\phi}^{\beta}\} = -\frac{i}{2}(C^{-1}\gamma_5)^{\alpha\beta} D^{(+)} + \frac{i}{2}(C^{-1})^{\alpha\beta} D^{(-)}, \\
&[\bar{S}^{\alpha}, B^{(+)}_{\mu}] = -\partial^{\nu}(\bar{\phi}\gamma_{\mu}\gamma_{\nu})^{\alpha} + \frac{i}{2}(\bar{\chi}_C \gamma_{\mu}\gamma_5)^{\alpha}, \\
&[\bar{S}^{\alpha}, B^{(-)}_{\mu}] = \partial^{\nu}(\bar{\phi}\gamma_{\mu}\gamma_{\nu}\gamma_5)^{\alpha} - \frac{i}{2}(\bar{\chi}_C \gamma_{\mu})^{\alpha}, \\
&\{\bar{S}^{\alpha}, \bar{\Sigma}^{\beta}\} = -(C^{-1}\gamma_5\gamma^{\nu}\gamma^{\mu})^{\beta\alpha}\partial_{\mu} B^{(+)}_{\nu} + (C^{-1}\gamma^{\nu}\gamma^{\mu})^{\beta\alpha}\partial_{\mu} B^{(-)}_{\nu} \\
&\qquad - \frac{i}{2}(C^{-1}\gamma_5)^{\beta\alpha} D'^{(+)} + \frac{i}{2}(C^{-1})^{\beta\alpha} D'^{(-)}.
\end{aligned}\right. \qquad /13/$$

Если суперполе принадлежит типу R_3, то оно содержит 4 спинора ψ, ϕ, Σ, χ, 4 скаляра $A^{(+)}$, $A'^{(+)}$, $D^{(+)}$, $D'^{(+)}$, 4 псевдоскаляра $A^{(-)}$, $A'^{(-)}$, $D^{(-)}$, $D'^{(-)}$, вектор $B^{(+)}_{\mu}$ и псевдовектор $B^{(-)}_{\mu}$. Для этого суперполя мы имеем законы преобразования /9а/, /10а/, /11а/, /12/, /13/ и /10б/.

Мы рассмотрели подробно случай скалярных суперполей. Нетрудно обобщить наши результаты на случай произвольного суперполя. Таким путем мы получим при рассмотрении каждого суперполя пять различных суперкалиьровочных мультиплетов, которые мы также обозначим через I_1, I_2, R_1, R_2 и R_3.

Однако не все суперкалибровочные мультиплеты, получаемые при изучении различных суперполей, являются разными. В частности, скалярное суперполе типа I_2 совпадает со спинорным суперполем типа I_1. Заметим, что суперполя типа I_1, I_2 являются неприводимыми, а суперполя типа R_1, R_2 и R_3 приводимы, но не вполне.

Скалярные суперполя типа I_1, I_2, R_1 и R_2 комплексны, но скалярные суперполя типа R_3 могут быть вещественными. Следуя работе [10], мы положим:

$$\Psi(x, \theta, \bar{\theta}) = \Phi(x + i\theta\sigma_{\mu}\bar{\theta}, \theta, \bar{\theta})$$

и имеем

$$\delta_{\zeta}\Psi = \zeta\left(\frac{\partial\Psi}{\partial\theta} - i\sigma_{\mu}\bar{\theta}\partial^{\mu}\Psi\right), \qquad /14/$$

$$\delta_{\bar{\zeta}}\Psi = \left(\frac{\partial\Psi}{\partial\bar{\theta}} + i\theta\sigma_{\mu}\partial^{\mu}\Psi\right)\bar{\zeta},$$

Эрмитово сопряженное поле удовлетворяет такому же уравнению:

$$\delta_{\bar{\zeta}}\bar{\Psi} = \left(\frac{\partial\bar{\Psi}}{\partial\bar{\theta}} + i\theta\sigma_{\mu}\partial^{\mu}\bar{\Psi}\right)\bar{\zeta}, \qquad /15/$$

$$\delta_{\zeta}\bar{\Psi} = \zeta\left(\frac{\partial\bar{\Psi}}{\partial\theta} - i\sigma_{\mu}\bar{\theta}\partial^{\mu}\bar{\Psi}\right).$$

Поэтому мы можем накладывать на Ψ условие вещественности

$$\bar{\Psi} = \Psi. \qquad /16/$$

Вместо $B^{(\pm)}_{\mu}$, $D'^{(\pm)}$, Σ и χ введем новые обычные поля

$$\begin{aligned}
&E^{(\pm)}_{\mu} = B^{(\pm)}_{\mu} + i\partial_{\mu}A^{(\pm)}, \\
&F^{(\pm)} = D'^{(\pm)} + 2i\partial^{\mu} B^{(\pm)}_{\mu} - 2\,\Box\, A^{(\pm)}, \\
&\lambda = \Sigma - i\gamma_{\mu}\gamma_5\partial^{\mu}\psi_C, \\
&\xi = \chi - i\gamma_{\mu}\gamma_5\partial^{\mu}\phi_C.
\end{aligned} \qquad /17/$$

Из условия вещественности /16/ следует, что

$$\bar{A}^{(\pm)} = A^{(\pm)} , \qquad \psi = \phi ,$$

$$\bar{A}'^{(\pm)} = D^{(\pm)} , \qquad \lambda = \xi . \qquad /18/$$

$$\bar{E}_{\mu}^{(\pm)} = E_{\mu}^{(\pm)} ,$$

$$\bar{F}^{(\pm)} = F^{(\pm)}$$

В заключение автор выражает глубокую благодарность проф. В.И.Огиевецкому за его интерес к работе и ценные обсуждения.

Литература

1. J.Wess, B.Zumino. Nucl.Phys., B70, 39 (1974).
2. J.Wess, B.Zumino. Preprint TH 1794-CERN (1974).
3. I.Schwinger. Phys.Rev., 92, 1283 (1953).
4. M.Flato, P.Hillion. Phys.Rev., D1, 1667 (1970).
5. Ю.А.Гельфанд, Е.П.Лихтман. Проблемы теоретической физики, Сборник, посвященный памяти И.Е.Тамма, стр. 37, М., Наука, 1972.
6. В.П.Акулов, Д.В.Волков. ТМФ, 18, 39 /1974/.
7. A.Neven, I.H.Schwartz. Nucl.Phys., B31, 86 (1972).
8. P.Romond. Phys.Rev., D3, 2415 (1971).
9. A. Salam, I.Strathdee. Preprint 1674-11-ICTR 91974).
10. S.Ferrara, I.Wess, B.Zumiro. Preprint TH-1863-CERN (1974).
11. S.Ferrara. Preprint TH-1824-Cern (1974).
12. A.SAalam, I.Strathdee. Preprint IC74-16-ICTR (1974).
13. A.Salam, I.Strathdee. Preprint IC74-17-ICTR (1974).
14. C.Fronsdal. Preprint IC74-211-ICTR (1974).
15. J.Iliopoulos, B.Zumino. Preprint TH-1834-CERN (1974).
16. S.Ferrara, I.Iliopoulos, B.Zumino. Preprint TH-1839-CERN (1974).
17. A.Salam, I.Strathdee. Preprint IC74-36-ICTR (1974).

Рукопись поступила в издательский отдел
15 августа 1974 года.