

сообщения
объединенного
института
ядерных
исследований
дубна

1445 / 83

21/3-83

P2-82-900

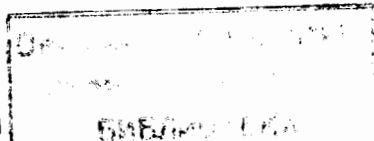
О.В.Тарасов

АНОМАЛЬНЫЕ РАЗМЕРНОСТИ МАСС КВАРКОВ
В ТРЕХПЕТЛЕВОМ ПРИБЛИЖЕНИИ

1982

Проблемы, связанные с учетом масс кварков и лептонов в квантовой хромодинамике, обычных и суперсимметричных теориях большого объединения, привлекают все большее внимание. Пороговые эффекты /1/, массы легких кварков /2/, величина отношения m_b/m_c в рамках теорий большого объединения /3/ и т.д. обычно исследуются с использованием ренормгрупповых методов /4/. Применение ренормгруппы в этих случаях требует знания аномальных размерностей масс фермионов.

Характерной особенностью учета массовых эффектов являются большие вклады высших порядков теории возмущений. Например, для отношения m_b/m_c /3/ двухпетлевые поправки составляют 20 % от лидирующего вклада. В рамках $SU(5)$ -теории большого объединения на основе учета двухпетлевых поправок было сделано заключение, что число сортов кварков не может превышать шести /3/. Однопетлевое приближение давало менее жесткие ограничения - меньше восьми. Следующие приближения: трехпетле-



вое и выше, могут также привести к изменению этой границы. Их включение приводит к более сильной зависимости ренорм-групповых функций от числа сортов кварков. Оно входит линейно в одно- и двухпетлевые поправки, а в трехпетлевые - квадратично. Изменение предсказываемого теорией числа кварков, после добавления высших порядков, может сказаться на описании целого ряда характеристик различных физических процессов.

В данной работе приводятся результаты вычисления в трехпетлевом приближении аномальных размерностей масс фермионов, взаимодействующих с янг-миллсовскими полями.

Лагранжиан рассматриваемой теории имеет вид

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4} G_{\mu\nu}^a G_{\mu\nu}^a - \frac{1}{2\alpha} (\partial_\mu A_\nu^a)^2 - \partial_\mu \bar{\psi}^a \partial_\mu \psi^a + g f^{abc} \bar{\psi}^a A_\mu^b \partial_\mu \psi^c + i \sum_{l=1}^f \bar{\psi}_i^l \hat{D} \psi_i^l - \sum_{l=1}^f m_l \bar{\psi}_i^l \psi_i^l,$$

$$G_{\mu\nu}^a = \partial_\mu A_\nu^a - \partial_\nu A_\mu^a + g f^{abc} A_\mu^b A_\nu^c,$$

$$\partial_\mu \psi_i^l = \partial_\mu \psi_i^l - i g R_{ij}^a \psi_j^l A_\mu^a.$$

Здесь ψ^a - гостовские поля, α - калибровочный параметр, f^{abc} - полностью антисимметричные структурные константы калибровочной группы G . Индексы фермионного поля ψ_i^l обозначают цвет (i) и сорт фермиона (l). Матрицы R^a удовлетворяют следующим соотношениям:

$$[R^a, R^b]_- = i f^{abc} R^c, \quad f^{acd} f^{bcd} = c \delta^{ab},$$

$$R^a R^a = C_F I, \quad \text{tr}(R^a R^b) = t \delta^{ab}.$$

В частности, для калибровочной группы $SU(N)$ групповые инварианты C , C_F и t фундаментального (кваркового) представления принимают значения

$$C = N, \quad C_F = \frac{N^2 - 1}{2N}, \quad t = \frac{1}{2}.$$

В работе использованы размерная регуляризация и схема минимальных вычитаний т'Хоофта /5/. Константы ренормировки Z_Γ , связывающие ренормированные и неренормированные функции Грина:

$$\Gamma\left(\frac{q^2}{\mu^2}, h, m, \alpha\right) = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} Z_\Gamma\left(\frac{1}{\varepsilon}, h, \alpha\right) \Gamma(q^2, h_B, m_B, \alpha_B, \varepsilon),$$

в этой схеме имеют вид

$$Z_\Gamma\left(\frac{1}{\varepsilon}, h, \alpha\right) = 1 + \sum_{\nu=1}^{\infty} C_\Gamma^{(\nu)}(h, \alpha) \frac{1}{\varepsilon^\nu},$$

т.е. в Z_Γ включаются только полюса по ε : при $\varepsilon = \frac{4-n}{\varepsilon}$, n - размерность пространства-времени, $h = g^2/(4\pi)^2$, μ - ренормировочный параметр с размерностью массы. "Голый" заряд h_B связан с ренормированным h через произведение соответствующих констант ренормировки. Наиболее удобный выбор, с точки зрения вычислений:

$$h_B = (\mu^2)^\varepsilon h \tilde{Z}_1^2 Z_3^{-1} \tilde{Z}_3^{-2} = (\mu^2)^\varepsilon \left[h + \sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{a^{(\nu)}(h)}{\varepsilon^\nu} \right].$$

Здесь \tilde{Z}_1 - константа ренормировки вершины гост-гост-глюон, а Z_3 и \tilde{Z}_3 - константы ренормировки обратного глюонного и обратного гостовского пропагаторов соответственно. "Голые" параметры m_B и α_B связаны с ренормированными следующим образом:

$$m_B = Z_m m = m \left[1 + \sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{\beta^{(\nu)}(h)}{\varepsilon^{\nu}} \right],$$

$$\alpha_B = Z_3 \alpha = \alpha \left[1 + \sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{d^{(\nu)}(h, \alpha)}{\varepsilon^{\nu}} \right], \quad (1)$$

где Z_m - константа ренормировки массы. Как показано в [6], $\alpha^{(\nu)}(h)$ и $\beta^{(\nu)}(h)$ не зависят от α , что дает возможность работать в наиболее простой для вычислений калибровке.

Уравнение ренормгруппы в схеме т'Хоофта для функции Грина $\Gamma_R(\frac{q^2}{\mu^2}, h, m, \alpha)$ имеет вид [5, 7]:

$$\left\{ \alpha^2 \frac{\partial}{\partial q^2} - \beta(h) \frac{\partial}{\partial h} - [-1 + \gamma_m(h)] m \frac{\partial}{\partial m} - \delta(h, \alpha) \alpha \frac{\partial}{\partial \alpha} - \gamma_r(h, \alpha) \right\} \Gamma_R(\frac{q^2}{\mu^2}, h, m, \alpha) = 0. \quad (2)$$

Здесь

$$\beta(h) = \mu^2 \frac{\partial h}{\partial \mu^2} \Big|_{h_0, m_0, \alpha_0 - \text{фикс.}},$$

$$\gamma_m(h) = \mu^2 \frac{\partial \ln m}{\partial \mu^2} \Big|_{h_0, m_0, \alpha_0 - \text{фикс.}},$$

$$\delta(h, \alpha) = \mu^2 \frac{\partial \ln \alpha}{\partial \mu^2} \Big|_{h_0, m_0, \alpha_0 - \text{фикс.}},$$

$$\gamma_r(h, \alpha) = -\mu^2 \frac{\partial \ln Z_r}{\partial \mu^2}.$$

Функции $\beta(h)$, $\gamma_m(h)$, $\delta(h, \alpha)$ и $\gamma_r(h, \alpha)$ могут быть выражены через коэффициенты при $1/\varepsilon$ в разложениях для соответствующих констант ренормировки Z :

$$\beta(h) = (h \frac{\partial}{\partial h} - 1) a^{(1)}(h) = h [2\tilde{\gamma}_1(h, \alpha) - \gamma_3(h, \alpha) - 2\tilde{\gamma}_3(h, \alpha)] =$$

$$= -\beta_1 h^2 - \beta_2 h^3 - \beta_3 h^4 - \dots,$$

$$\gamma_m(h) = h \frac{\partial \beta^{(1)}(h)}{\partial h} = -\gamma_1 h - \gamma_2 h^2 - \gamma_3 h^3 - \dots,$$

$$\delta(h, \alpha) = h \frac{\partial d^{(1)}}{\partial h} = \gamma_3(h, \alpha),$$

$$\gamma_r(h, \alpha) = h \frac{\partial c^{(1)}(h, \alpha)}{\partial h}, \quad (3)$$

где $\tilde{\gamma}_i$ - аномальная размерность вершины гост-гост-глюон, а γ_3 и $\tilde{\gamma}_3$ - аномальные размерности глюонного и гостовского пропагаторов соответственно. Коэффициенты при полюсах $\frac{1}{\varepsilon^{\nu}}$ ($\nu \geq 2$) в константах ренормировки легко выразить через коэффициенты при $\frac{1}{\varepsilon^{\nu-1}}$ [5, 7]:

$$\left\{ \beta(h) \frac{\partial}{\partial h} + \gamma_3(h, \alpha) \alpha \frac{\partial}{\partial \alpha} + \gamma_r(h, \alpha) \right\} c^{(\nu)}(h, \alpha) = h \frac{\partial}{\partial h} c^{(\nu+1)}(h, \alpha),$$

$$\left\{ \gamma_m(h) + \beta(h) \frac{\partial}{\partial h} \right\} \beta^{(\nu)}(h) = h \frac{\partial}{\partial h} \beta^{(\nu+1)}(h).$$

Эти соотношения были использованы для частичной проверки расчетов.

Цель данной работы - вычисление трехпетлевого коэффициента в $\gamma_m(h)$. Двухпетлевое приближение $\gamma_m(h)$ было вычислено в работах [8]. Для нахождения $\gamma_m(h)$ удобно воспользоваться равенством $\gamma_m(h) = -\gamma_2(h, \alpha) + \gamma_{\psi\psi}(h, \alpha)$, вытекающим из связи

$$Z_m = Z_{\psi\psi} Z_2^{-1},$$

где

$$\gamma_{\psi\psi}(h, \alpha) = \mu^2 \frac{\partial}{\partial \mu^2} \ln Z_{\psi\psi} \Big|_{h_0, m_0, \alpha_0 - \text{фикс.}},$$

а $Z_{\bar{\psi}\psi}$ - константа ренормировки двухточечной функции Грина фермиона со вставкой $\bar{\psi}(y)\psi(y)$, т.е.

$$\langle \bar{\psi}(x)\psi(x) \int dy \bar{\psi}(y)\psi(y) \rangle.$$

Воспользовавшись методом, приведенным в работе /9/,

$Z_{\bar{\psi}\psi}$ и Z_2 будем искать в виде

$$Z_{\bar{\psi}\psi} = 1 - KR' \Gamma_{\bar{\psi}\psi},$$

$$Z_2^{-1} = 1 - KR' \Gamma_2.$$

Здесь K - оператор, уничтожающий регулярные по ϵ слагаемые,

$$K \sum_{\nu < 0} b_{\nu} \epsilon^{\nu} = \sum_{\nu < 0} b_{\nu} \epsilon^{\nu},$$

а R' - это R - операция схемы минимальных вычитаний без последнего вычитания, примененная к функции Грина Γ , т.е.

$$R = (1 - K)R'.$$

K - и R' -операции применяются к диаграммам вида

$$\Gamma_2: \text{---} \bigcirc \text{---},$$

$$\Gamma_{\bar{\psi}\psi}: \text{---} \bigcirc \text{---},$$

где \bigcirc соответствует вставке $\int \bar{\psi}(y)\psi(y)dy$.

Рассмотрим вычисление вклада в $Z_{\bar{\psi}\psi}$ одной из трехпетлевых диаграмм. Например,



R' этой диаграммы с учетом комбинаторного множителя и соответствующих ей контрчленов схематически можно представить в виде

$$R' 2 \text{ (triangle)} = 2 \text{ (triangle)} - 2(KR' \text{ (triangle)}) - 2(KR' \text{ (triangle)}),$$

$$R' \text{ (triangle)} = \text{ (triangle)} - (KR' \text{ (triangle)}) \text{ (triangle)},$$

$$KR' \text{ (triangle)} = K \text{ (triangle)}.$$

В результате, подставляя значения соответствующих KR' , двух- и однопетлевых диаграмм, получаем

$$KR' \text{ (triangle)} = \left\{ \frac{13}{4\epsilon^3} + \frac{70}{3\epsilon^2} + \frac{1427}{12\epsilon} - \frac{113}{4\epsilon} \zeta(3) \right\} C_F C^2 -$$

$$- \left\{ -\frac{39}{4\epsilon^3} - \frac{19}{4\epsilon^2} - \frac{231}{16\epsilon} \right\} C_F C^2 -$$

$$- \left\{ \frac{39}{4\epsilon^3} + \frac{299}{8\epsilon^2} + \frac{975}{8\epsilon} - \frac{117}{4\epsilon} \zeta(3) \right\} C_F C^2 =$$

$$= \left\{ \frac{13}{4\epsilon^3} - \frac{223}{24\epsilon^2} + \frac{551}{48\epsilon} + \frac{\zeta(3)}{\epsilon} \right\} C_F C^2.$$

Вычисление всех диаграмм проводилось на ЭВМ CDC-6500 с помощью системы аналитических преобразований SCHOOON-SCHIP /10/. Для простоты расчетов была использована фейнмановская калибровка ($\alpha = 1$). Вклад в Z_2^{-1} и $Z_{\bar{\psi}\psi}$ суммы диаграмм с одно- и двухпетлевыми вставками, вклад факторизованных и вклад суммы всех остальных диаграмм приведены по отдельности в приложении. С учетом трехпетлевого приближения

$$Z_2^{-1} = 1 + \frac{hC_F}{\epsilon} + h^2 C_F \left\{ \frac{1}{\epsilon^2} \left(\frac{C_F}{2} - C \right) + \frac{1}{\epsilon} \left(\frac{17}{4} C - t f - \frac{3}{4} C_F \right) \right\} -$$

$$- \frac{C_F}{\epsilon^3} \left\{ -\frac{7}{4} C^2 + \frac{C t f}{3} + C C_F - \frac{C_F^2}{6} \right\} -$$

$$- \frac{C_F}{\epsilon^2} \left\{ \frac{104}{9} C^2 - \frac{56}{9} C t f + \frac{8}{9} t^2 f^2 - \frac{23}{12} C C_F + \frac{5}{3} C_F t f + \frac{3}{4} C_F^2 \right\} -$$

$$- \frac{C_F}{\epsilon} \left\{ \frac{1301}{108} C t f + \frac{143}{12} C C_F - 4 C C_F \zeta(3) - \frac{10559}{432} C^2 + \frac{5}{2} C^2 \zeta(3) - \right.$$

$$\left. - \frac{20}{27} t^2 f^2 - C_F t f - \frac{C_F^2}{2} \right\},$$

$$\begin{aligned}
Z_m = & 1 - \frac{3C_F h}{\varepsilon} + h^2 C_F \left\{ \frac{1}{\varepsilon^2} \left(\frac{11}{2} C - 2t \cdot f + \frac{9}{2} C_F \right) + \frac{1}{\varepsilon} \left(-\frac{97}{12} C + \frac{5}{3} t f - \right. \right. \\
& \left. \left. - \frac{3}{4} C_F \right) \right\} + \frac{h^3 C_F}{\varepsilon^3} \left\{ \frac{88}{9} C t f - \frac{33}{2} C C_F - \frac{121}{9} C^2 - \frac{16}{9} t^2 f^2 + \right. \\
& \left. + 6 C_F t f - \frac{9}{2} C_F^2 \right\} + \\
& + \frac{h^3 C_F}{\varepsilon^2} \left\{ -\frac{484}{27} C t f + \frac{313}{12} C C_F + \frac{1679}{54} C^2 + \frac{40}{27} t^2 f^2 - \frac{29}{3} C_F t f + \frac{9}{4} C_F^2 \right\} + \\
& + \frac{h^3}{\varepsilon} C_F \left\{ \frac{556}{81} C t f + \frac{43}{4} C C_F - \frac{11413}{324} C^2 + \frac{140}{81} t^2 f^2 + \frac{46}{3} C_F t f - \right. \\
& \left. - \frac{43}{2} C_F^2 \right\} + \\
& + \frac{h^3}{\varepsilon} \zeta(3) \cdot 16 C_F t f (C - C_F).
\end{aligned}$$

Используя (1) и (3), получаем

$$\begin{aligned}
\delta m(\bar{h}) = & -5C_F \bar{h} + \left[-\frac{27}{6} C + \frac{10}{3} t \cdot f - \frac{3}{2} C_F \right] C_F \bar{h}^2 + \\
& + \left[\frac{556}{27} C t f + \frac{129}{4} C C_F - \frac{11413}{108} C^2 + \frac{140}{27} t^2 f^2 + 46 C_F t f - \right. \\
& \left. - \frac{129}{2} C_F^2 \right] C_F \bar{h}^3 + 48 \zeta(3) C_F t \cdot f (C - C_F) \zeta(3),
\end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned}
\gamma_2(h, 1) = & -C_F h - C_F h^2 \left[\frac{17}{2} C - 2t f - \frac{3}{2} C_F \right] + C_F h^3 \left[\frac{1301}{36} C t f + \frac{143}{4} C C_F - \right. \\
& \left. - 12 C C_F \zeta(3) - \frac{10559}{144} C^2 + \frac{15}{2} C^2 \zeta(3) - \frac{20}{9} t^2 f^2 - 3 C_F t f - \frac{3}{2} C_F^2 \right].
\end{aligned}$$

На уровне двух петель результат совпадает с /8/. В отличие от β - функции, трехпетлевое приближение для γ_m содержит дзета-функцию Римана $\zeta(3) = \sum_{l=1}^{\infty} \frac{1}{l^3}$. Коэффициент при $C_F t^2 f^2$ совпадает с предсказанием работы /II/. Для квантовой хромодинамики (калибровочная группа $SU(3)$

$C = 3, C_F = 4/3, t = 1/2$) имеем

$$\gamma_{m_i}(h) = -4h - \left(\frac{202}{3} - \frac{20}{9} f \right) h^2 - \left(\frac{3747}{3} - \frac{2216}{27} f - \frac{140}{81} f^2 \right) h^3 + \frac{160}{3} f \zeta(3) h^3,$$

$$\gamma_2(h, 1) = -\frac{4}{3} h - h^2 \left(\frac{97}{3} + \frac{4}{3} f \right) + h^3 \left(-\frac{24941}{36} + 26 \zeta(3) + \frac{1253}{18} f - \frac{20}{27} f^2 \right).$$

Приведем также выражение для $\beta(h)$ /12/:

$$\beta(h) = h^2 \left(-11 + \frac{2}{3} f \right) + h^3 \left(-102 + \frac{38}{3} f \right) + h^4 \left(-\frac{2857}{2} + \frac{5033}{18} f - \frac{325}{54} f^2 \right).$$

Из (4) легко получить γ_2 и γ_m для квантовой электродинамики, положив $C = 0, C_F = 1, t \cdot f = 1$:

$$\gamma_{m_i}(h) = -3h + \frac{11}{6} h^2 - \frac{719}{54} h^3 - 48 \zeta(3) h^3,$$

$$\gamma_2(h) = -h + \frac{7}{2} h^2 - \frac{121}{18} h^3.$$

Решения ренормгрупповых уравнений (2) в схеме т'Хоофта выражаются через эффективные параметры $\bar{h}, \bar{m}, \bar{\alpha}$, определенные системой:

$$\frac{Q^2}{\mu^2} \frac{d\bar{h}}{d(Q^2/\mu^2)} = \beta(\bar{h}), \quad \frac{Q^2}{\mu^2} \frac{d \ln \bar{\alpha}}{d(Q^2/\mu^2)} = \bar{\nu}(\bar{h}, \bar{\alpha}).$$

$$\frac{Q^2}{\mu^2} \frac{d \ln \bar{m}_i}{d(Q^2/\mu^2)} = \gamma_{m_i}(\bar{h}) - 1.$$

Решение для $\bar{h}(L)$ приведено в работе /12/:

$$\begin{aligned}
\bar{h}(L) = & \frac{1}{\beta_1 L} - \frac{\beta_2}{\beta_1^3} \frac{\ln L}{L^2} + \frac{\beta_2 (\ln^2 L - \ln L)}{\beta_1^5 L^3} + \\
& + \frac{\beta_3 \beta_1 - \beta_2^2}{\beta_1^5 L^3} - \frac{\beta_2^3}{\beta_1^7} \frac{\ln^3 L}{L^4} + \frac{5}{2} \frac{\beta_2^3}{\beta_1^7} \frac{\ln^2 L}{L^4} + \frac{-3\beta_1 \beta_2 \beta_3 + 2\beta_2^3}{\beta_1^7} \frac{\ln L}{L^4} + O\left(\frac{1}{L^4}\right).
\end{aligned}$$

Здесь $L = \ln \frac{Q^2}{\Lambda^2} = \int \frac{dx}{\beta(x)} + \ln \frac{Q^2}{\mu^2}$. Произвольная константа интегрирования выбрана так, чтобы сократился член $1/L^2$ в разложении для $\bar{h}(L)$.

Решение для \bar{m}_i имеет вид

$$\bar{m}_i(L) = \hat{m}_i(L)^{-\frac{\gamma_i}{\beta_1}} \left\{ 1 + \frac{1}{L} \left(\frac{\gamma_2}{\beta_1^2} - \frac{\beta_2 \gamma_1}{\beta_1^3} \right) - \frac{\beta_2 \gamma_1}{\beta_1^3} \frac{\ln L}{L} + \frac{1}{2\beta_1^2 L^2} \left\{ -2\beta_1^2 \beta_2 \gamma_1 \gamma_2 + \right. \right.$$

$$\begin{aligned}
& + \beta^2 \beta_2^2 \gamma_1 - \beta_1 \beta_3 \gamma_1 - 2 \beta_1 \beta_2^2 \gamma_1^2 + 3 \beta_1^2 \beta_3 \gamma_1^2 + \gamma_1^3 \beta_2^2 - \beta_1 \gamma_1^3 \beta_3 - \beta_1^3 \beta_2 \gamma_2 + \\
& + \beta_1^3 \gamma_2^2 + \beta_1^4 \gamma_3 \} + \frac{\ln L}{2 \beta_1^2 L^2} \{ - \beta_1^2 \beta_2 \gamma_1 \gamma_2 \cdot 2 + 2 \beta_1^2 \beta_2^2 \gamma_1 - \beta_1 \beta_2^2 \gamma_1^2 + \beta_2^2 \gamma_1^3 - 2 \beta_1^2 \beta_2 \gamma_2 \} + \\
& + \frac{\ln^2 L}{2 \beta_1^2 L^2} \{ - 3 \beta_1^2 \beta_2^2 \gamma_1 + 7 \beta_1 \beta_2^2 \gamma_1^2 - 2 \gamma_1^3 \beta_2^2 \} \}.
\end{aligned}$$

Поскольку $\delta(h, \alpha)$ в 3-петлевом приближении в произвольной калибровке неизвестна и поскольку в схеме минимальных вычитаний физические величины от $\bar{\alpha}$ не зависят, решение для $\bar{\alpha}$ здесь не приводится.

Наиболее интересными приложениями полученного результата могут быть отношение m_b/m_τ в рамках $SU(5)$ большого объединения и вычисление $\gamma_m(h)$ для суперсимметричных теорий Янга-Миллса /12/. В настоящее время эти проблемы исследуются.

В заключение я выражаю признательность за интерес к работе и полезные обсуждения Д.И. Казакову, А.Л. Катаеву и Д.В. Ширкову.

Приложение

Трехпетлевые диаграммы фермионного пропагатора

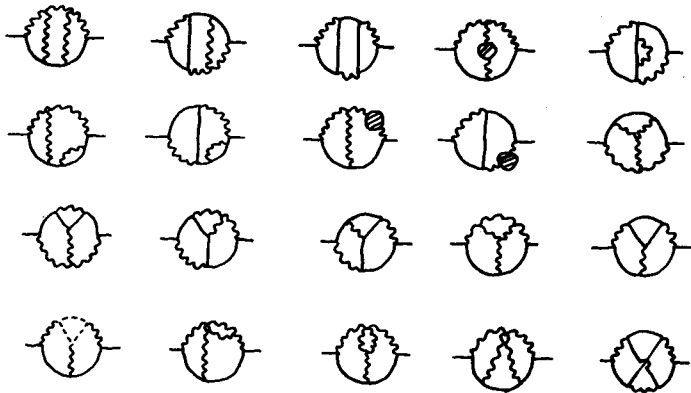


Рис. 1

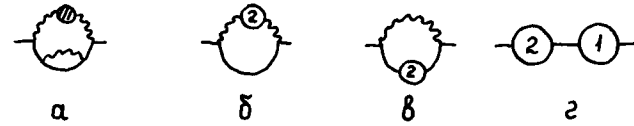


Рис. 2

Вклады в Z_2^{-1} от различных диаграмм $(-KR')$

$$\begin{aligned}
\text{Рис. 1: } & - \frac{C_F}{\varepsilon^3} \left[-\frac{7}{4} c^2 - \frac{4}{3} c c_F + \frac{1}{3} c t f \right] - \\
& - \frac{C_F}{\varepsilon^2} \left[\frac{219}{24} c^2 + \frac{35}{6} c c_F - \frac{4}{3} c_F^2 - \frac{19}{6} c t f - \frac{4}{3} c_F t f \right] - \\
& - \frac{C_F}{\varepsilon} \left[-\frac{233}{12} c^2 + \frac{17}{2} c c_F - \frac{7}{12} c_F^2 + \frac{43}{6} c t f - \frac{7}{3} c_F t f \right] - \\
& - \frac{c_F c \gamma(3)}{2\varepsilon} (5c - 4c_F).
\end{aligned}$$

$$\text{Рис. 2а: } - \frac{C_F^2}{\varepsilon^2} \left(-\frac{5}{12} c + \frac{t f}{3} \right) - \frac{C_F^2}{\varepsilon} \left(-\frac{3}{8} c + \frac{t f}{6} \right).$$

$$\text{Рис. 2б: } - \frac{C_F}{\varepsilon^2} \left[\frac{175}{72} c^2 - \frac{55}{18} c t f + \frac{8}{9} t^2 f^2 \right] - \frac{C_F}{\varepsilon} \left[-\frac{2171}{432} c^2 + \frac{527}{108} c t f + 2 c_F t f - \frac{20}{27} t f^2 \right]$$

$$\text{Рис. 2в: } - \frac{C_F^2}{\varepsilon^3} \left[\frac{c}{3} - \frac{c_F}{6} \right] - \frac{C_F^2}{\varepsilon^2} \left[-3c + \frac{7}{12} c_F + \frac{2}{3} t f \right] - \frac{C_F^2}{\varepsilon} \left[c \left(\frac{91}{24} - 2\gamma(3) \right) + \frac{c_F}{12} - \frac{5}{6} t f \right].$$

$$\text{Рис. 2г: } - \frac{2 C_F^2}{\varepsilon^3} \cdot c.$$

Вычисление вкладов в $Z_{\bar{\varphi}\psi}$ от диаграмм со вставкой $\text{---}\otimes\text{---}$ проводилось вместе с вычислением диаграмм, приведенных на рис. 1 и рис. 2. Это легко осуществить заменой фермионного пропагатора $\frac{\hat{p}}{p^2}$ на $\frac{\hat{p}+m}{p^2}$ и выделением, после перемножения всех пропагаторов, линейного члена по

m . Коэффициент при m и будет соответствовать сумме всех необходимых диаграмм со вставками. Например, из



получаются таким образом следующие диаграммы со вставками:



Вклады в $Z\bar{\psi}\psi$ от различных диаграмм (KR')

$$\begin{aligned} \text{Рис. 1: } & -\frac{C_F}{\epsilon^3} \left[\frac{31}{3} c^2 + \frac{50}{3} c c_F + 8 C_F^2 - 4 c t f - \frac{8}{3} C_F t f \right] - \\ & -\frac{C_F}{\epsilon^2} \left[-\frac{181}{6} c^2 - \frac{80}{3} C_F c + 8 C_F^2 + \frac{34}{3} c t f + \frac{8}{3} C_F t f \right] - \\ & -\frac{C_F}{\epsilon} \left[\frac{181}{4} c^2 - \frac{145}{3} c c_F + 17 C_F^2 - 13 c t f + \frac{20}{3} C_F t f \right] - \\ & -\frac{C_F}{\epsilon} \zeta(3) \left[-\frac{3}{2} c^2 + 20 C_F c - 16 C_F^2 - 8 c t \right]. \end{aligned}$$

$$\text{Рис. 2а: } -\frac{C_F^2}{\epsilon^3} \left[\frac{10}{3} c - \frac{8}{3} t f \right] - \frac{C_F^2}{\epsilon^2} \left[-\frac{17}{3} c + 4 t f \right] - \frac{C_F^2}{\epsilon} \left[-c + \frac{4}{3} t f \right].$$

$$\begin{aligned} \text{Рис. 2б: } & -\frac{C_F}{\epsilon^3} \left[\frac{175}{36} c^2 - \frac{55}{9} c t + \frac{16}{5} t^2 f^2 \right] - \frac{C_F}{\epsilon^2} \left[\frac{337}{27} c^2 + \frac{346}{27} c t f + 4 C_F t f - \right. \\ & \left. - \frac{64}{27} t^2 f^2 \right] - \frac{C_F}{\epsilon} \left[\frac{18685}{1296} c^2 - \frac{1915}{324} c t f - 17 C_F t f - \frac{40}{81} t^2 f^2 \right] - \frac{C_F}{\epsilon} \zeta(3) \left[-c^2 - 8 c t f + 16 C_F t f \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Рис. 2в: } & -\frac{C_F^2}{\epsilon^3} \left[6c + \frac{8}{3} C_F - \frac{8}{3} t f \right] - \frac{C_F^2}{\epsilon^2} \left[-17c - 10 C_F + 4 t f \right] - \\ & -\frac{C_F^2}{\epsilon} \left[\frac{80}{3} c - 16 \zeta(3) c + 5 C_F + 16 \zeta(3) C_F - \frac{16}{3} t f \right]. \end{aligned}$$

Рис. 2г: \bigcirc .

Литература

- I. Ширков Д.В. ТМФ, 1981, 49, с. 291.
Ширков Д.В. НФ, 1981, 34, с. 541.
2. Kataev A.L., Krasnikov N.V., Pivovarov A.A. CERN, TH3413, Geneva, 1982.
3. Nanopoulos D.V., Ross D.A. Phys. Lett., 1982, v.108B, N 4-5, p. 351.
4. Владимиров А.А., Ширков Д.В. УФН, 1979, 129, с. 407.
5. 't Hooft G. Nucl. Phys., 1973, v. B61, p. 455.
6. Caswell W.E., Wilczek F. Phys. Lett., 1974, 49B, p. 291; Banai L., Marculescu S., Vescan T. Lett. Nuovo Cimento, 1974, v. II, p. 151.
7. Collins J.C., Macfarlane A.J. Phys. Rev., 1974, D10, p. 1201.
8. Tarrach R. Nucl. Phys., 1981, B183, p. 384; Maiermann C., Wetzel W., Nucl. Phys., 1981, v. B187, p. 333.
9. Владимиров А.А. ТМФ, 1978, 36, с. 271.
10. Strubbe H. Comp. Phys. Comm., 1974, 8, p. 1.
11. Espriu D. et al. Z. Phys. C - Particle and Fields, 1982, 13, p. 153.
12. Tarasov O.V., Vladimirov A.A. JINR, E2-80-483, Dubna, 1980.

Рукопись поступила в издательский отдел
24 декабря 1982 года.

Тарасов О.В.

P2-82-900

Аномальные размерности масс кварков в трехпетлевом приближении

Исследуются массы фермионов в калибровочных теориях. Рассмотрение ведется в рамках ренормгруппового подхода. Дано детальное описание метода и результатов трехпетлевого расчета ренормгрупповой функции γ_m , определяющей поведение эффективной массы теории. Используются размерная регуляризация и схема минимальных вычитаний t' Хоофта. Все расчеты проводились на ЭВМ с помощью системы для аналитических преобразований SCHOONSCHIP. Результат получен для любой калибровочной полупростой группы Ли. Приведены значения аномальных размерностей фермионов для квантовой хромодинамики и электродинамики.

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики ОИЯИ.

Сообщение Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1982

Tarasov O.V.

P2-82-900

Anomalous Dimensions of Quark Masses in Three-Loop Approximation

Fermion masses in gauge theories are investigated in the framework of the renormalization group approach. The method is described in detail, and the results of three-loop calculation of renormalization function γ_m which determines the behaviour of effective mass of theory are presented. Dimensional regularization and minimal subtraction scheme of t' Hooft are used. All calculations are performed on computer with the help of "SCHOONSCHIP" system for analytical manipulations. The result is given for any semisimple gauge Lie group. The values of fermion anomalous dimensions for QCD and QED are presented.

The investigation has been performed at the Laboratory of Theoretical Physics, JINR.

Communication of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1982

Перевод О.С.Виноградовой.