Р2-872

объединенный
институт
ядерных
исследований
дубна

1160/83

10/3-83

P2-82-872

Л.В.Авдеев, А.А.Владимиров

РАЗМЕРНАЯ РЕГУЛЯРИЗАЦИЯ И СУПЕРСИММЕТРИЯ

Направлено в журнал "Nuclear Physics B"

1982

1. ВВЕДЕНИЕ

Размерная регуляризация в своей обычной формулировке неудобна для вычислений в суперсимметричных теориях. Она нарушает суперсимметрию конечных частей фейнмановских диаграмм уже на однопетлевом уровне[1], а начиная с двух петель - и симметрию сингулярных частей[2]. Поэтому, например, стандартная схема минимальных вычитаний[3] не является инвариантной ренормировочной процедурой для суперсимметричных моделей. Вместе с тем потребность в суперсимметрично-инвариантной регуляризации, удобной одновременно и для практических вычислений, исключительно высока. Достаточно сказать, что постулат существования инвариантной регуляризации лежит в основе всех имеющихся в литературе рассуждений, ставящих своей целью доказательство отсутствия ультрафиолетовых расходимостей в той или иной суперсимметричной модели квантовой теории поля.

Устранение отмеченного недостатка имела своей целью предложенная в работе[4] модифицированная процедура размерной регуляризации, так называемая "суперсимметричная размерная регуляризация", или "регуляризация методом размерной редукции", для обозначения которой в дальнейшем мы будем использовать аббревиатуру P^3 /≡PPP/. Эта регуляризация, сразу же показавшая свое преимущество[1,2] над обычной размерной, была успешно применена для трехпетлевых расчетов в калибровочных моделях с расширенной суперсимметрией[2,5,6]. Достаточно скоро обнаружилось, однако, что и P^3 не свободна от недостатков. Эта схема /в том виде, как она была сформулирована в[4] / содержала в себе внутренние противоречия[7], которые могли проявиться при вычислениях в высоких порядках теории возмущений. В то же время, поскольку в практических расчетах, ограниченных несколькими первыми порядками, никаких противоречий не возникало, а ответы имели явно суперсимметричный вид, в публикациях этого периода чувствовался оптимизм. Была надежда, казавшаяся тогда весьма реальной, что, по крайней мере для чисто вычислительных целей, P^3 окажется вполне пригодной регуляризационной схемой. Этот оптимизм разделялся и нами в статье[8], где было показано, что в терминах обычных полей /т.е. компонентных, а не суперполей/ P^3 можно сформулировать непротиворечивым образом ценой потери суперинвариантности в достаточно высоких порядках. Например, в суперсимметричной модели Янга-Миллса с $N=4$ регуляриция может нарушать соответствующие тождества Уорда начиная лишь с 8 петель. Подобные оценки, полученные нами в[8], представлялись надежной основой для оптимистического взгляда на перспективы использования P^3 для расчетов в суперсимметричных теориях.

Однако совсем недавно был получен неожиданный результат: вычисление функции ренормировки заряда $\beta(g)$, проведенное двумя способами, по вершинам гост-гост-вектор[6] и фермион-фермион-скаляр[9], в суперсимметричных теориях Янга-Миллса с $N=1,2,4$ дало несовпадающие ответы в трехпетлевом приближении. Это означает, что суперсимметричный лагранжиан с единственной константой связи g на квантовом уровне задает, как минимум, двухзарядную теорию. Другими словами, суперсимметрия, обеспечивающая равенство констант связи в разных слагаемых лагранжиана взаимодействия, оказалась нарушенной уже в приближении трех петель. Таким образом, даже замечательные сокращения расходимостей, обнаруженные[2,5,6] в теориях с $N=2,4$, подлежат дополнительной проверке на согласованность.

Кажущееся несоответствие оценок[8] и результата работ[6,9] объясняется неинвариантностью калибровочного условия относительно преобразований суперсимметрии: в неинвариантной калибровке из справедливости тождеств Уорда на регуляризованном уровне еще не следует суперсимметричность регуляризованной теории в целом. Как показано в[9] и ниже в данной статье, именно явный пример нарушения суперсимметрии, найденный в работах[6,9], определяет границу области инвариантности схемы P^3. В свете этого результата в настоящей работе заново определен статус P^3. Пересмотрена оценка этой регуляризационной схемы с точки зрения ее вычислительных возможностей в суперсимметричных моделях Янга-Миллса. Наряду с этим дано подробное, претендующее на завершенность изложение идейных основ P^3 и формального аппарата, необходимого для конкретных приложений.

2. ПРОТИВОРЕЧИЕ В СХЕМЕ P^3

Схема P^3 может быть сформулирована так[4]: при вычислении диаграмм Фейнмана все поля следует рассматривать как тензоры или спиноры четырехмерного пространства Минковского /в случае расширенной суперсимметрии - соответствующего D-мерного пространства с целым положительным D /, а импульсы - как векторы d-мерного пространства с $d=4-2\varepsilon$. Последнее необходимо для регуляризации, а первое преследует цель сохранения суперсимметрии. Это определение можно формализовать, выполняя размерную редукцию из D-мерного пространства в d-мерное. Символически запишем:

$$D = d \oplus (D-d). \qquad /1/$$

Пространство размерности D разлагается в прямую сумму пространств с размерностями d и $D-d$ в следующем смысле. Метрический тензор D-мерного пространства $G_{\mu\nu}$, обладающий свойствами

$$G_{\mu\nu} = G_{\nu\mu}\ ,\ G_{\mu\alpha}\, G_{\alpha\nu} = G_{\mu\nu}\ ,\ G_{\mu\mu} = D\ , \qquad /2/$$

и метрический тензор d-мерного пространства $g_{\mu\nu}$,

$$g_{\mu\nu} = g_{\nu\mu}, \quad g_{\mu a} g_{a\nu} = g_{\mu\nu}, \quad g_{\mu\mu} = d, \qquad /3/$$

связаны соотношением

$$G_{\mu a} \, g_{a\nu} = g_{\mu\nu}. \qquad /4/$$

Оно означает, что $g_{\mu\nu}$ есть проектор из D-мерного пространства в его d-мерное подпространство, а тензор $\tilde{g}_{\mu\nu}$,

$$\tilde{g}_{\mu\nu} = G_{\mu\nu} - g_{\mu\nu}, \qquad /5/$$

проектирует в (D-d) -мерное ортогональное дополнение. Размерная редукция состоит в том, что (D-d)-мерная часть производной по координате объявляется равной нулю,

$$\tilde{\partial}_\mu = \tilde{g}_{\mu\nu} \partial_\nu = 0. \qquad /6/$$

Следовательно, импульсы, как фурье-образы координатных производных, становятся d-мерными, в то время как все поля по-прежнему считаются принадлежащими D-мерному пространству.

Построенная таким образом регуляризационная схема формально является суперсимметричной/4/. Однако она оказывается внутренне несогласованной/7/, ибо при целом D и нецелом d разложение /1/ противоречиво. Оно несовместимо с существованием в D-мерном пространстве полностью антисимметричного тензора $\epsilon_{\mu_1 \ldots \mu_D}$ со свойством

$$\epsilon_{\mu_1 \ldots \mu_D} \epsilon_{\nu_1 \ldots \nu_D} = -\begin{vmatrix} G_{\mu_1\nu_1} & \ldots & G_{\mu_D\nu_1} \\ \cdot & \ldots & \cdot \\ \cdot & \ldots & \cdot \\ \cdot & \ldots & \cdot \\ G_{\mu_1\nu_D} & \ldots & G_{\mu_D\nu_D} \end{vmatrix} = -\mathrm{Det}(\mu_1 \ldots \mu_D, \nu_1 \ldots \nu_D). \qquad /7/$$

Несовместность /1/ и /7/ продемонстрирована в/7/ с помощью специальной конструкции, включающей произведение четырех ϵ-тензоров.

Нам кажется полезным другой, по нашему мнению, наиболее рафинированный пример этого же противоречия. Сначала отметим возможность красивой интерпретации результата работы/7/: разложение /1/ противоречиво потому, что из конечномерного пространства целой размерности D невозможно выделить бесконечномерное подпространство нецелой размерности d. Мы трактуем символическое "нецеломерное пространство" как бесконечномерное, так как в нем детерминант вида

$$\begin{vmatrix} g_{\mu_1\nu_1} & \ldots & g_{\mu_n\nu_1} \\ \cdot & \ldots & \cdot \\ \cdot & \ldots & \cdot \\ \cdot & \ldots & \cdot \\ g_{\mu_1\nu_n} & \ldots & g_{\mu_n\nu_n} \end{vmatrix} = \det(\mu_1 \ldots \mu_n, \nu_1 \ldots \nu_n) \qquad /8/$$

/мы используем символ Det в D-мерном и det в d-мерном пространстве/ не обращается тождественно в нуль ни при каком натуральном n ввиду соотношения

$$g_{\mu_1\nu_1} \cdot \ldots \cdot g_{\mu_n\nu_n} \det(\mu_1 \ldots \mu_n, \nu_1 \ldots \nu_n) = d(d-1) \cdot \ldots \cdot (d-n+1). \qquad /9/$$

Отсюда следует, что в нецеломерном пространстве лоренцевы индексы могут /чисто формально/ принимать сколь угодно много независимых значений, и в этом смысле оно бесконечномерно. Теперь замечаем, что ввиду /4/ можно в /9/ заменить det на Det:

$$g_{\mu_1\nu_1} \cdot \ldots \cdot g_{\mu_n\nu_n} \mathrm{Det}(\mu_1 \ldots \mu_n, \nu_1 \ldots \nu_n) = d(d-1) \cdot \ldots \cdot (d-n+1). \qquad /9'/$$

Но при $n > D$

$$\mathrm{Det}(\mu_1 \ldots \mu_n, \nu_1 \ldots \nu_n) = 0, \qquad /10/$$

так как тензора, антисимметричного по $n>D$ индексам, в D-мерном пространстве не существует. Мы получаем конкретную реализацию противоречия, найденного в/7/, содержащую только g- и G-символы и минимальную по числу лоренцевых индексов:

$$0 = g_{\mu_1\nu_1} \cdot \ldots \cdot g_{\mu_{D+1}\nu_{D+1}} \mathrm{Det}(\mu_1 \ldots \mu_{D+1}, \nu_1 \ldots \nu_{D+1}) = d(d-1) \cdot \ldots \cdot (d-D). \qquad /11/$$

3. УСТРАНЕНИЕ ПРОТИВОРЕЧИЯ ЦЕНОЙ НАРУШЕНИЯ СУПЕРСИММЕТРИИ

Противоречие, выраженное соотношением /11/, может стать причиной неоднозначности результатов, полученных по рецептам P^3. Исследуем эту возможность на конкретном примере калибровочных моделей с суперсимметрией при N = 1,2 и 4. Эти три модели получаются размерной редукцией/10,11/из пространств размерности соответственно D = 4,6 и 10 в четырехмерное пространство /если иметь в виду сразу регуляризованную теорию, то в пространство размерности $d=4-2\epsilon$ /. Исходный лагранжиан во всех трех случаях выглядит одинаково,

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4}(F^a_{\mu\nu})^2 + i\,\bar{\lambda}^a\Gamma_\mu \mathcal{D}_\mu \lambda^a , \qquad /12/$$

но спиноры λ /они преобразуются по присоединенному представлению калибровочной группы/ при $D=4$ являются майорановскими, при $D=6$ - вейлевскими, а при $D=10$ удовлетворяют обоим условиям одновременно. Этим обеспечивается суперсимметричность лагранжиана /12/, т.е. его инвариантность относительно преобразований

$$\delta A^a_\mu = i(\bar{\xi}\Gamma_\mu \lambda^a - \bar{\lambda}^a \Gamma_\mu \xi),$$
$$\delta \lambda^a = \frac{1}{2}F^a_{\mu\nu}\Gamma_\mu\Gamma_\nu \xi, \quad \delta\bar{\lambda}^a = -\frac{1}{2}\bar{\xi}\,\Gamma_\mu\Gamma_\nu F^a_{\mu\nu}. \qquad /13/$$

В формулах /12/ и /13/ Γ_μ обозначает матрицу Дирака для соответствующего D-мерного пространства, $\mathcal{D}_\mu$ - ковариантную производную, A^a_μ - калибровочное поле, $F^a_{\mu\nu}$ - тензор напряженности, а ξ - спинорный параметр преобразований суперсимметрии /он не зависит от координат, т.е. суперсимметрия здесь глобальная/.

Размерная редукция $D\to d$ в силу условия /6/ эффективно расщепляет[1,4] D-мерное поле A^a_μ на сумму $A^a_\mu = V^a_\mu + S^a_\mu$ d-мерного векторного поля $V^a_\mu = g_{\mu\nu}A^a_\nu$ и $D-d$ скалярных полей $S^a_\mu = \tilde{g}_{\mu\nu}A^a_\nu$. Лагранжиан /12/ принимает вид

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4}(f^a_{\mu\nu})^2 + i\bar{\lambda}^a\gamma_\mu\nabla_\mu\lambda^a - \frac{1}{2}(\nabla_\mu S^a_\nu)^2 +$$
$$+ igf^{abc}\bar{\lambda}^a\tilde{\gamma}_\mu S^b_\mu\lambda^c - \frac{g^2}{4}(f^{abc}S^b_\mu S^c_\nu)^2. \qquad /14/$$

Здесь d-мерные величины $f^a_{\mu\nu}$ и ∇_μ включают только векторное поле V^a_μ:

$$f^a_{\mu\nu} = \partial_\mu V^a_\nu - \partial_\nu V^a_\mu + gf^{abc}V^b_\mu V^c_\nu,$$
$$\nabla_\mu\lambda^a = \partial_\mu\lambda^a + gf^{abc}V^b_\mu\lambda^c, \qquad /15/$$

и аналогично для $\nabla_\mu S^a_\nu$. Производная ∂_μ согласно /6/ считается d-мерной. Матрицы Γ_μ, определенные соотношением

$$[\Gamma_\mu, \Gamma_\nu]_+ = 2G_{\mu\nu}\,\mathbf{1}, \qquad /16/$$

расщепляются на γ_μ и $\tilde{\gamma}_\mu$:

$$\Gamma_\mu = \gamma_\mu + \tilde{\gamma}_\mu, \quad \gamma_\mu = g_{\mu\nu}\Gamma_\nu, \quad \tilde{\gamma}_\mu = \tilde{g}_{\mu\nu}\Gamma_\nu ; \qquad /17/$$

$$[\gamma_\mu, \gamma_\nu]_+ = 2g_{\mu\nu}\mathbf{1}, \; [\tilde{\gamma}_\mu, \tilde{\gamma}_\nu]_+ = 2\tilde{g}_{\mu\nu}\mathbf{1}, \; [\gamma_\mu, \tilde{\gamma}_\nu]_+ = 0 . \qquad /18/$$

Из /14/ ясно видно, что S^a_μ действительно является скалярным полем, связанным с фермионами взаимодействием юкавского типа и обладающим самодействием. К лагранжиану /14/ при квантовании следует еще добавить фиксирующий калибровку и гостовский члены /мы используем калибровку Фейнмана/:

$$\mathcal{L}_g = -\frac{1}{2}(\partial_\mu V^a_\mu)^2 - \nabla_\mu\bar{\eta}^a\partial_\mu\eta^a. \qquad /19/$$

Вычисления диаграмм в рассматриваемых теориях можно производить либо по лагражиану /14/, т.е. в d-мерном пространстве с явно введенными скалярными полями, либо в терминах D-мерных полей лагранжиана /12/ и без скаляров, помня при этом о d-мерности импульсов. Где возможно, мы будем использовать второй способ как более компактный.

Как же противоречие /11/ может проявиться непосредственно на диаграммах Фейнмана? Допустим, что мы вычисляем след от произведения достаточно большого числа Γ-матриц. Формула /16/ и условие

$$\mathrm{tr}\,\mathbf{1} = 2^{D/2} \qquad /20/$$

позволяют вывести хорошо известное выражение для произвольного следа такого типа:

$$\mathrm{tr}(\Gamma_{\mu_1}\cdot\ldots\cdot\Gamma_{\mu_{2n}}) = 2^{D/2}(G_{\mu_1\mu_2}G_{\mu_3\mu_4}\cdot\ldots\cdot G_{\mu_{2n-1}\mu_{2n}} -$$
$$- G_{\mu_1\mu_3}G_{\mu_2\mu_4}\cdot\ldots\cdot G_{\mu_{2n-1}\mu_{2n}} + \ldots), \qquad /21/$$

всего $1\cdot3\cdot5\cdot\ldots\cdot(2n-1)$ слагаемых. Имеется, однако, алгоритм Кахане[12], который дает возможность начиная с $n=D+1$ тождественным преобразованием уменьшать количество слагаемых в правой части /21/. Алгоритм основан на соотношении, эквивалентном формуле /10/. Можно представить дело таким образом, что мы отбираем в /21/ слагаемые, образующие структуру, пропорциональную $\mathrm{Det}(\mu_{i_1}\ldots\mu_{i_{D+1}}, \mu_{j_1}\ldots\mu_{j_{D+1}})$, и отбрасываем их в силу /10/. Теперь виден механизм реализации противоречия /11/: вычисления по алгоритму Кахане и без него могут отличаться на структуру, мультипликативно содержащую указанный детерминант. Если дальнейшие свертки лоренцевых индексов не обратят его в нуль /например, если свертки будут устроены как в /9//, то два метода расчетов могут привести к различным ответам. Следовательно, источником неоднозначностей, обусловленных соотношением /11/, могут служить следы произведений $2D+2$ и более Γ-матриц. Для моделей с $N=1,2,4$ минимальное число сомножителей равно соответственно 10,14 и 22. Этим числам соответствуют "опасные" детерминанты матриц 5x5, 7x7 и 11x11, составленных из $G_{\mu\nu}$-символов. Отсюда уже видно, что неприятности, связанные с противоречивостью P^3, встречаются лишь в достаточно высоких порядках теории возмущений.

Можно было бы попытаться оценить эти порядки, т.е. определить "область непротиворечивости" P^3. Мы, однако, следуя /8/, изберем другой путь и переформулируем схему P^3 непротиворечивым образом. При этом, правда, мы потеряем суперинвариантность теории. Ответственными за нарушение суперсимметрии окажутся в конечном итоге снова детерминанты $\mathrm{Det}(\mu_1 \ldots \mu_n, \nu_1 \ldots \nu_n)$. Таким образом, мы все-таки сделаем указанные выше оценки, но уже имея твердую почву под ногами - работая в рамках непротиворечивой схемы.

Начнем с простого замечания. Если допустить, что левое равенство в /11/ не имеет места, то мы, тем не менее, будем в состоянии вычислять фейнмановские диаграммы теории /12/, т.е. выполнять все необходимые алгебраические преобразования, пользуясь соотношениями /2/-/4/, /16/-/18/, /20/ и /21/, и производить затем импульсное интегрирование по стандартным формулам размерной регуляризации. Запрет на использование левого равенства в /11/ означает, конечно, что наше исходное пространство уже не может трактоваться как обычное пространство натуральной размерности D. Оно становится неким формальным пространством, причем бесконечной размерности, так как мы отказываемся от равенства /10/ при любом n. Мы назовем его квази- D -мерным пространством, или КDП. Фактически КDП копирует ставшее уже привычным символическое d-мерное пространство размерной регуляризации /с заменой нецелого $d=4-2\epsilon$ на целое D /, но относится только к полям, а импульсы не включает. КDП задается системой соотношений для своих символов /2/, /16/, /20/, /21/ и требованием формальной ковариантности. Тензор $\epsilon_{\mu_1 \ldots \mu_D}$ вообще не вводится. Формула /10/ отменяется, алгоритм Кахане более не действует, лоренцевы индексы считаются бесконечнозначными или, лучше сказать, вообще не принимающими каких-нибудь определенных значений. Γ-матрицы перестают быть матрицами $2^{D/2} \times 2^{D/2}$, а становятся просто символами. Равным образом, спиноры - это больше не столбцы с целым числом компонент. Отсюда вытекает, что тождества Фирца не имеют места в КDП; они не входят в определяющую систему соотношений и не могут быть из нее выведены /более того, могут быть опровергнуты в рамках КDП, см. ниже/.

В результате размерная редукция КDП $\to$ d свободна от противоречий и достаточна для вычисления диаграмм. Поскольку КDП сохраняет многие внешние признаки D-мерного пространства /формулы /2/ и /20//, эта "исправленная" версия P^3 в низших порядках теории возмущений является суперсимметричной. Однако доказать суперсимметричность всей теории без отброшенной формулы /10/ и тождеств Фирца не удается. В высоких порядках суперсимметрия нарушается. В этом проявляется своеобразная дополнительность двух формулировок P^3: редукция $D \to d$ явно суперсимметрична, но противоречива; редукция КDП $\to$ d внутренне согласована, но неинвариантна.

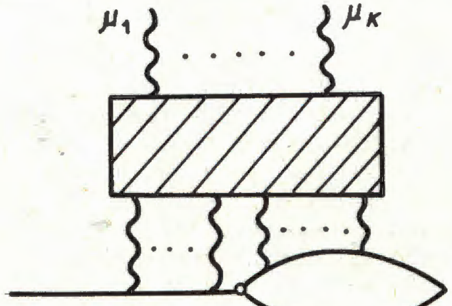
4. МЕХАНИЗМ НАРУШЕНИЯ СУПЕРСИММЕТРИИ

Чтобы исследовать механизм нарушения суперсимметрии в схеме КDП $\to$ d, рассмотрим вариацию лагранжиана /12/ относительно суперпреобразований /13/:

$$\delta \mathcal{L} = g f^{abc} (\bar{\xi}\, \Gamma_\mu \lambda^a - \bar{\lambda}^a \Gamma_\mu \xi) \bar{\lambda}^b \Gamma_\mu \lambda^c . \qquad /22/$$

В пространствах размерности $D=4,6$ и 10 выражение /22/ равно нулю в силу тождеств Фирца и теория /12/ суперсимметрична. В КDП этот аргумент неприменим. Имеющихся в нашем распоряжении соотношений недостаточно для немедленного ответа на вопрос, равно ли нулю $\delta\mathcal{L}$ /22/. Однако мы, в принципе, можем вычислить любую фейнмановскую диаграмму с операторной вставкой вида /22/; в частности, найти вклад $\delta\mathcal{L}$ /22/ в любое тождество Уорда теории /12/. И если среди этих вкладов найдется не равный нулю, то следует констатировать, что размерная редукция по схеме КDП $\to$ d нарушает суперсимметрию модели /12/, искажая вид ее тождеств Уорда на некоторую ненулевую добавку, обусловленную неинвариантностью регуляризованного лагранжиана.

Суперсимметричные тождества Уорда можно получить стандартным методом Славнова, варьируя производящий функционал модели /12/ по источникам полей. Ограничимся случаем одной вариации по спинорному источнику /плюс произвольное число бозонных вариаций/, поскольку именно такие тождества имеют отношение к структуре перенормировок в данной модели. Диаграммы с $\delta\mathcal{L}$-вставками схематически выглядят так:



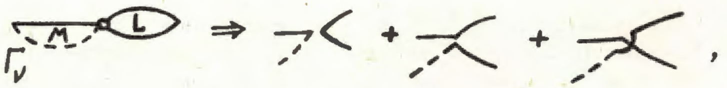
/23/

Они имеют два свободных спинорных индекса /один соответствует внешней фермионной линии, другой появился от дифференцирования по спинорному параметру ξ / и k векторных индексов $\mu_1, \dots, \mu_k$ /k - число вариаций по источникам поля A_μ /. Трехспинорная вершина символизирует составной оператор $\delta \mathfrak{L}^\mu$ /22/.

В простейшем случае k = 1 вклад диаграммы /23/ зависит от одного внешнего импульса и имеет вид

$$W_\mu(p) = [X(p^2)\gamma_\mu + X'(p^2)\tilde{\gamma}_\mu]p^2 + Y(p^2)p_\mu \hat{p} , \qquad /24/$$

где $\hat{p} = p_\mu \Gamma_\mu = p_\mu \gamma_\mu$, а X , X′ и Y - безразмерные функции. Вычисление $W_\mu(p)$ удобно свести к нахождению следа $tr(W_\mu \Gamma_\nu)$. При этом мы избавляемся от спинорных индексов диаграммы /23/, замыкая их через добавочную матрицу Γ_ν. Если теперь учесть по теореме Вика все варианты сверток спиноров из /22/ со спинорами остальных частей диаграммы /23/,



/25/

то мы сможем выделить внутри $tr(W_\mu \Gamma_\nu)$ структуру, соответствующую на диаграммном языке оператору $\delta\mathfrak{L}$ /22/:

$$\Delta(L,M) = tr(L\Gamma_\alpha)tr(M\Gamma_\alpha) + tr[\Gamma_\alpha(L+L_R)\Gamma_\alpha M], \quad (D=4,6),$$

$$\Delta(L,M) = \frac{1}{2} tr(L\Gamma_\alpha)tr(M\Gamma_\alpha) + tr[\Gamma_\alpha(L+L_R)\Gamma_\alpha M], \quad (D=10). \qquad /26/$$

Здесь L и M - произведения нечетного числа Г-символов, отвечающие спинорным петлям левой части /25/, причем Γ_ν входит в M, а Г-матрицы из /22/, наоборот, не включены ни в L, ни в M. Величина L_R - это произведение тех же Г-символов, что и L, но в обратном порядке. Дополнительный фактор 1/2 для D = 10 есть следствие одновременного наложения майорановского и вейлевского условий на спиноры λ. След $tr(W_\mu \Gamma_\nu)$ получается из $\Delta(L,M)$ после домножения на все остальные элементы диаграммы /23/ и интегрирования по импульсам.

Вывод соотношений /26/ дан в Приложении. Там же доказан ряд свойств величины $\Delta(L,M)$, которыми мы в дальнейшем воспользуемся. В обычном четырехмерном пространстве из тождеств Фирца следует [13] равенство $\Delta(L,M) = 0$ для любых L и M. Это означает, что нерегуляризованная теория суперсимметрична. В регуляризованном /бесконечномерном/ пространстве КДП мы не располагаем тождествами Фирца. Однако соотношений /2/, /16/ и /21/ нам достаточно, чтобы явно вычислить $\Delta(L,M)$ для конкретных L и M. Оказывается, что $\Delta(L,M) = 0$, если либо L, либо M содержит менее пяти Г-символов. Минимальный по числу Г-символов ненулевой пример есть

$$\Delta(\Gamma_{\mu_1} \cdot \ldots \cdot \Gamma_{\mu_5}, \Gamma_{\nu_1} \cdot \ldots \Gamma_{\nu_5}) = 48\, Det(\mu_1 \ldots \mu_5, \nu_1 \ldots \nu_5), \; D=4. \qquad /27/$$

В двух других случаях соответствующие минимальные структуры имеют вид

$$\Delta(\Gamma_{\mu_1} \cdot \ldots \cdot \Gamma_{\mu_5}, \Gamma_{\nu_1} \cdot \ldots \cdot \Gamma_{\nu_5}) = 64\, Det(\mu_1 \ldots \mu_5, \nu_1 \ldots \nu_5), \; D=6, \qquad /28/$$

$$\Delta(\Gamma_{\mu_1} \cdot \ldots \cdot \Gamma_{\mu_9}, \Gamma_{\nu_1} \cdot \ldots \cdot \Gamma_{\nu_9}) = 512\, Det(\mu_1 \ldots \mu_9, \nu_1 \ldots \nu_9), \; D=10. \qquad /29/$$

Именно детерминанты /27/-/29/ порождают эффекты нарушения суперсимметрии в непротиворечивой формулировке P^3.

В случае многократного варьирования по источникам поля A_μ, т.е. при k>1, аналогом /24/ является величина $W_{\mu_1 \ldots \mu_k}(p_1, \ldots, p_k)$.

Ее разложение по независимым структурам содержит большее, чем в /24/, число слагаемых. Однако все их можно выделить, домножая $W_{\mu_1 \ldots \mu_k}$ на различные вспомогательные комбинации Г-матриц и вычисляя след. Важно, что при этом каждый раз возникает структура $\Delta(L,M)$ - характерный мультипликативный вклад составного оператора /22/ в тождества Уорда. Явный вид L и M, конечно, определяется конкретной диаграммой, причем M содержит все вспомогательные матрицы. Отметим, что для анализа расходимостей и ренормировок важны тождества Уорда с k=1, связывающие пропагаторы, k=2 /треххвостки/ и k=3 /четыреххвостки/.

Теперь нам интересно узнать, начиная с какого порядка теории возмущений детерминанты /27/-/29/ могут дать ненулевой вклад в диаграммы тождеств Уорда. Начнем со случая D=4 , k=1. Из общей формулы

$$G_{\mu_1\nu_1} Det(\mu_1 \ldots \mu_n, \nu_1 \ldots \nu_n) = (D-n+1) Det(\mu_2 \ldots \mu_n, \nu_2 \ldots \nu_n) \qquad /30/$$

следует, что тензор /27/ обращается в нуль, если его свернуть по любым двум индексам в К4П /т.е. с помощью тензора $G_{\mu\nu}$ /. Поэтому необходимо свернуть с / d-мерными/ импульсами по меньшей мере 8 из десяти индексов детерминанта /27/. Два оставшихся индекса соответствуют двум свободным индексам выражения $tr(W_\mu \Gamma_\nu)$. Лишь в этом случае тензор /27/ может дать ненулевой вклад в диаграмму, так как импульсы после интегрирования могут превратиться в d-мерные тензоры $g_{\mu\nu}$, у которых согласно /9′/ существуют ненулевые свертки с /27/. Легко усмотреть, что восьмая степень по импульсам в числителе диаграмм с k = 1 набирается начиная с четырехпетлевого приближения. Сходным образом можно исследовать случаи k = 2 и 3. Опуская малоинтересные детали, приведем результат [9]. Вклад детерминанта /27/ может не обратиться в нуль начиная с четырех (k = 1), двух (k=2) и одной петли (k=3). Если же интересоваться только расходящимися вкладами, то надо еще учесть полиномиальность контрчленов в схеме минимальных вычитаний /это позволяет уменьшить число вспомогательных матриц при k = 3 / и тот факт, что степень расходимости определяется степенью только внутренних импульсов диаграммы. Оценка изменится лишь для $k=3$, поднявшись до двух петель.

При $D=6$ и 10 соответствующие тензоры /28/ и /29/ не являются детерминантами порядка $(D+1)\times(D+1)$ и не обращаются в нуль после свертки с $G_{\mu\nu}$. Здесь оценки получаются из единственного требования: количество Γ-матриц в диаграмме должно быть достаточным для построения детерминанта /28/ или /29/. Если выписать эти оценки явно, то они получаются значительно ниже приведенных в [8,9]. Причина расхождения кроется в различной трактовке регуляризованных вейлевских спиноров /см. Приложение/. К счастью, конкретные цифровые значения оценок для $D=6,10$ нам фактически не понадобятся. Для дальнейшего достаточными оказываются следующие легко проверяемые факты: при $D=10$ детерминант /29/ впервые возникает в диаграммах вида /23/ на пятипетлевом уровне, если $k=1$, и на четырехпетлевом, если $k=2$.

5. ЯВНЫЙ ПРИМЕР НАРУШЕНИЯ СУПЕРСИММЕТРИИ

Результаты предыдущего раздела позволяют определить область заведомой инвариантности P^3 путем ограничения снизу области возможных нарушений суперсимметричных тождеств Уорда. Однако они не дают явного примера нарушения. Такой пример появился после того, как была вычислена в трехпетлевом приближении функция ренормировки заряда $\beta(g)$ для теории /14/ при произвольном D. В работе[6] эта функция вычислялась по вершине гост-гост-вектор и, значит, соответствовала ренормировке калибровочной константы связи. В работе[9] β-функция была вычислена по вершине фермион-фермион-скаляр и описывала ренормировку константы юкавского взаимодействия. Эти две константы обозначены в лагранжиане /14/ одной буквой g и в суперсимметричной теории должны были бы перенормироваться одинаково. Однако расчет в[6] дал

$$\beta(g^2)=\frac{Cg^4(D-10)}{2(4\pi)^2}\left[1-\frac{Cg^2}{(4\pi)^2}(D-6)+\frac{7}{4}\,\frac{C^2g^4}{(4\pi)^4}(D-6)^2\right], \qquad /31/$$

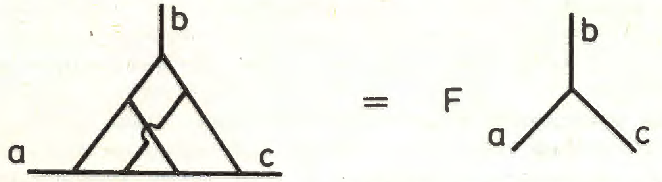
в то время как вычисление в работе[9] привело к

$$\beta(g^2)=\frac{Cg^4(D-10)}{2(4\pi)^2}\left[1-\frac{Cg^2}{(4\pi)^2}(D-6)\right]+ \qquad /32/$$
$$+\frac{g^8}{(4\pi)^6}\left\{C^3\left(\frac{D^3}{8}-\frac{13}{2}D^2+66D-207\right)+2F(D-10)(D-4)\left[D-3-12\left(D-\frac{15}{2}\right)\zeta(3)\right]\right\}.$$

Здесь C - оператор Казимира калибровочной группы, $f^{abc}f^{dbc}=C\delta^{ad}$, а F возникает из свертки структурных констант

$$f^{ajt}f^{ijk}f^{bmk}f^{\ell mn}f^{crn}f^{irs}f^{\ell st}=Ff^{abc}, \qquad /33/$$

которую можно графически представить в виде



/34/

Трехпетлевые вклады в /31/ и /32/ не совпадают при $D=4,6$ и 10. Это означает, что квантовая теория, построенная на основе лагранжиана /14/, схемы P^3 и метода минимальных вычитаний, не является суперсимметричной начиная с трех петель.

Функции Грина, использованные для нахождения β-функций /31/ и /32/, - это пропагаторы и трехвостки. Они входят в суперсимметричные тождества Уорда с $k=1,2$. Но при $D=10$ такие тождества Уорда, как мы видели, заведомо не нарушаются в схеме P^3 на трехпетлевом уровне. Можно сделать вывод, что отсутствие в тождествах Уорда нарушающих суперсимметрию вкладов от вариации /22/ еще не гарантирует суперсимметрии всей теории: одна и та же константа связи может перенормироваться различным образом в зависимости от выбора конкретной вершины в лагранжиане /14/, по которой вычисляется β-функция. Причина этого эффекта ясна: калибровочная часть лагранжиана, $\mathcal{L}_g$ /19/, неинвариантна относительно преобразований суперсимметрии /13/.

На первый взгляд кажется, что ответственна за нарушение суперсимметрии отнюдь не регуляризация /она свое дело сделала - сохранила вид тождеств Уорда неизменным/, а лишь явная несимметричность действия /14/ + /19/. В таком случае оставалась бы надежда на более удачный выбор калибровочного условия: если оно будет суперсимметричным, то та же регуляризация должна, видимо, обеспечить /в трехпетлевом приближении/ суперсимметричность и всей теории.

Вспомним, однако, то обстоятельство, что β-функция схемы минимальных вычитаний является калибровочно-независимой величиной[14]. Разрешая возникшую дилемму, заключаем, что в полностью суперсимметричной формулировке теории /14/, где однозарядность модели будет прямым следствием сохранения вида тождеств Уорда в процессе регуляризации, соответствующие оценки обязаны будут допускать нарушение тождеств Уорда в трехпетлевом приближении для $N=1,2,4$. Мы лишены возможности проверить это предсказание, ибо в настоящее время не существует явно инвариантной записи, пригодной для всех суперсимметричных янг-миллсовских теорий. Однако все эти модели могут быть представлены в терминах $(N=1)$-суперполей[15-17]. При таком выборе калибровки лагранжиан, включая и калибровочные слагаемые, явно инвариантен относительно преобразований суперсимметрии с $N=1$, но зато содержит наряду с A_μ и λ большое количество вспомогательных полей, возникших из разложения суперполей на компоненты. Соответствующие выражения слишком громоздки, и мы их здесь приводить не будем. Отметим лишь, что принцип калибровочной независимости β-функции требует несовпадения трехпетлевых вкладов в ренормировку калибровочной и юкавской констант связи и в этой (N=1)-суперсимметричной формулировке.

Возможны два объяснения такого несовпадения. Либо (N=1)-инвариантность недостаточна для фиксирования равенства ренормированных констант связи в случае расширенной /например, N=4 / суперсимметрии, либо сами (N=1)-суперсимметричные тождества Уорда нарушаются в схеме P^3. Вскоре мы увидим, что верным оказывается второе предположение.

Допустим сначала, что тождества Уорда верны, т.е. регуляризация инвариантна. Тогда она обеспечивает (N=1)-суперсимметрию (N=4)-теории и на квантовом уровне. С другой стороны, в калибровке /14/, /19/, где отсутствовала явная суперсимметрия, была зато налицо SU(4)-симметрия [11], связывающая 4 отдельных (N=1)-супермультиплета в единую (N=4)-суперсимметричную теорию. Калибровочная независимость β-функции позволяет объединить информацию, полученную в двух разных калибровках и заключить [5,9], что сохранение (N=1)-суперсимметричных тождеств Уорда обеспечило бы равенство всех ренормировочных констант и в расширенных /N=2,4/ моделях.

Следовательно, тождества Уорда в (N=1)-суперсимметричной калибровке нарушаются уже с трехпетлевого уровня. Возможность их нарушения видна из того, что N=1 соответствует D=4, а оценки для этого случая достаточно низкие: трехпетлевое приближение - уже опасная зона. Действительно, слагаемое /22/, генерирующее эти оценки, будет присутствовать в выражении для $\delta\mathcal{L}$ и в (N=1)-суперсимметричной калибровке наряду с другими возможными слагаемыми, включающими вспомогательные поля. В свою очередь, результаты /31/ и /32/ показывают, что нарушение тождеств Уорда /т.е. неинвариантность P^3/ не только возможно, но действительно имеет место начиная с трех петель. Итак, нижняя граница области неинвариантности схемы P^3 для N=1,2 и 4 определяется оценками для N=1/т.е. D=4 /, приведенными в конце раздела 4, а явный пример этой неинвариантности виден из сравнения β-функций /31/ и /32/.

6. СХЕМА P^3 ВНЕ ОБЛАСТИ ИНВАРИАНТНОСТИ

Найденная нами область заведомой инвариантности схемы P^3 /одна-две петли в зависимости от типа рассматриваемой вершины/ совершенно не удовлетворяет требованиям, предъявляемым к регуляризации в суперсимметричных теориях. Например, наиболее интересные вычислительные результаты последних лет [2,5,6], демонстрирующие сокращение расходимостей в теориях с N=2 и 4, лежат вне этой области. В такой ситуации естественно рассмотреть еще одну

возможность реализации схемы P^3, а именно, ее суперполевую версию.

Известно, что суперполевой вариант P^3 страдает той же внутренней несогласованностью [7], что и компонентный подход. Более того, как мы уже отмечали в [8], здесь не удается избежать противоречий даже ценой потери инвариантности. Суперполевая диаграммная техника работы [17], основанная на алгебре ковариантных производных, не допускает модификации, устраняющей противоречия и в то же время позволяющей производить все необходимые вычисления [7]. Попробуем поэтому встать на точку зрения, отвергнутую нами при анализе компонентного формализма /там она не дала бы ничего нового/: действуя в рамках противоречивой схемы, определим границы области, в которой противоречия еще не могут проявиться.

Рецепт P^3 в суперполях формулируется аналогично компонентному подходу: вся алгебра /лоренцева, дираковская, алгебра θ-величин и суперковариантных производных/ выполняется в обычном четырехмерном пространстве, а импульсное интегрирование производится потом по d-мерным формулам. Результатом алгебраических манипуляций /до интегрирования/ является выражение из $G_{\mu\nu}$-символов и импульсов, причем все лоренцевы индексы должны быть свернуты между собой. А поскольку регуляризация противоречива, т.е. после интегрирования могут появляться неоднозначности, то их присутствие неизбежно и в подынтегральных выражениях. Причиной появления этих подынтегральных неоднозначностей может быть различие в порядке коммутирования и аннигиляции суперковариантных производных при интегрировании по частям. Формой же их проявления могут быть лишь детерминанты $\mathrm{Det}(\mu_1 \ldots \mu_5, \nu_1 \ldots \nu_5)$ или построенные из них объекты. Действительно, только такие структуры из $G_{\mu\nu}$-символов обращаются в нуль в четырехмерном пространстве /все алгебраические преобразования под знаком интеграла имели в точности четырехмерный вид, значит, в четырехмерном пространстве подынтегральных неоднозначностей нет/ и не равны нулю в d-мерном. Так как все 10 индексов детерминанта должны быть свернуты с импульсами, то нетрудно оценить порог появления ненулевых вкладов. Такая возможность наступает, например, в пропагаторе векторного супермультиплета начиная с 5 петель. Если же наложить дополнительное ограничение на процедуру вычислений, потребовав явной калибровочной инвариантности ответов /считать допустимыми только такие способы работы с суперковариантными производными, которые обеспечивают поперечность поправок к векторному пропагатору/, то оценка поднимается до 6 петель.

Таким образом, суперполевой вариант P^3 гарантирует явную суперсимметрию результатов /во всех порядках/ и их однозначность до 5 петель включительно. В целом же данная схема является внутренне несогласованной. Приемлема ли такая ситуация? Только в том случае, если можно доказать, что схема P^3 в той области, где она однозначна, преобразуется в некоторую другую, заведомо непротиворечивую /но, может быть, неинвариантную/ схему путем добавления в лагранжиан конечных локальных контрчленов. Пока такой анализ не сделан, трудно решить окончательно, может ли P^3 рассматриваться вплоть до 5 петель как допустимый вариант регуляризации суперсимметричных калибровочных теорий.

В заключение мы благодарим Д.В.Ширкова, И.В.Тютина, О.В.Тарасова, А.Д.Рябцева, Г.А.Чочиа и А.Ю.Каменщика, внесших значительный вклад в получение и осмысление изложенных выше результатов.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Вывод формул /26/-/29/

Предположим сначала, что фермионы оператора /22/ - это обычные дираковские спиноры D-мерного пространства. Договоримся заодно с диаграммой /23/ учитывать и симметричную ей относительно изменения направления стрелок спинорной петли /отсюда возникнет характерная структура $L+L_R$/. Из теоремы Вика и рисунка /25/ немедленно получаем /для дираковских спиноров/

$$\Delta = \mathrm{tr}[(L+L_R)\Gamma_a]\,\mathrm{tr}[M\Gamma_a] + \mathrm{tr}[\Gamma_a(L+L_R)\Gamma_a M]. \qquad /П1/$$

Майорановские спиноры отличаются от дираковских с точки зрения диаграммной техники лишь отсутствием стрелок на фермионных линиях. В теореме Вика наряду со свертками вида $\langle\lambda\bar\lambda\rangle$ должны теперь на равных основаниях учитываться и свертки $\langle\lambda\lambda\rangle$, $\langle\bar\lambda\bar\lambda\rangle$. Это изменит комбинаторные множители и в силу равенства $\mathrm{tr}(L_R\Gamma_a) = \mathrm{tr}(L\Gamma_a)$ приведет к /26/ при $D=4$. Вейлевское условие на спиноры эквивалентно появлению в /П1/ проекционных операторов $1/2(1+\Gamma_7)$ или $1/2(1+\Gamma_{11})$ под знаком следа. Здесь Γ_7 и Γ_{11} соответствуют матрице γ_5 для случаев $D=6$ и 10. Ввиду $\mathrm{tr}(L_R\Gamma_a\Gamma_{7,11}) = \mathrm{tr}(L\Gamma_a\Gamma_{7,11})$ имеем при $D=6$ /вейлевские спиноры/

$$\Delta = \mathrm{tr}[L\Gamma_a(1+\Gamma_7)]\,\mathrm{tr}[M\Gamma_a(1+\Gamma_7)] + \mathrm{tr}[(L+L_R)\Gamma_a M\Gamma_a(1+\Gamma_7)], \qquad /П2/$$

а при $D=10$, когда майорановское и вейлевское условия накладываются одновременно,

$$\Delta = \frac{1}{2}\mathrm{tr}[L\Gamma_a(1+\Gamma_{11})]\,\mathrm{tr}[M\Gamma_a(1+\Gamma_{11})] + \mathrm{tr}[(L+L_R)\Gamma_a M\Gamma_a(1+\Gamma_{11})]. \qquad /П3/$$

Из схемы P^3 мы исключили тензор $\epsilon_{\mu_1\ldots\mu_D}$, следовательно, должны исключить и возможность его появления при вычислении следов с нечетным числом матриц Γ_7 или Γ_{11}. Это достигается постулированием следующих свойств $\Gamma_{7,11}$:

$$\Gamma_{7,11}^2 = 1,\quad [\Gamma_{7,11},\Gamma_\mu]_+ = 0,\quad \mathrm{tr}(\Gamma_{7,11}\Gamma_{\mu_1}\cdot\ldots\cdot\Gamma_{\mu_n}) = 0\ \ (n=1,2,\ldots). \qquad /П4/$$

Теперь Γ_7 и Γ_{11} выпадают из /П2/, /П3/ и мы приходим к соотношениям /26/.

Получение /27/-/29/ из /26/ сводится к ряду достаточно простых утверждений. Во-первых, $\mathrm{tr}(\Gamma_{\mu_1}\cdot\ldots\cdot\Gamma_{\mu_n}) = \mathrm{tr}(\Gamma_{\mu_n}\cdot\ldots\cdot\Gamma_{\mu_1})$. Отсюда $\Delta(L,M) = \Delta(M,L)$. Далее, $\Delta(\Gamma_\mu,\Gamma_\nu)=0$. Пусть теперь известно, что $\Delta(\Gamma_{\mu_1}\cdot\ldots\cdot\Gamma_{\mu_{2n-1}}, \Gamma_{\nu_1}\cdot\ldots\cdot\Gamma_{\nu_{2n-1}})=0$ вплоть до некоторого n. Тогда

$\Delta(\Gamma_{\mu_1}\cdot\ldots\cdot\Gamma_{\mu_{2n+1}}, \Gamma_{\nu_1}\cdot\ldots\cdot\Gamma_{\nu_{2n-1}})$ антисимметрично по индексам $\mu_1,\ldots,\mu_{2n+1}$ в силу коммутационных соотношений /16/. Но тензор, составленный из произведений $G_{\mu\nu}$-символов и антисимметричный по более чем половине своих индексов, должен быть тождественно равен нулю. Мы доказали, что если тензор $\Delta(2n-1,2n-1) \equiv \Delta(\Gamma_{\mu_1}\cdot\ldots\cdot\Gamma_{\mu_{2n-1}}, \Gamma_{\nu_1}\cdot\ldots\cdot\Gamma_{\nu_{2n-1}})$ равен нулю, то и $\Delta(2n+1,2n-1)=0$. Продолжая по индукции, можно доказать равенство $\Delta(2m+1,2n-1)=0$ и для всех $m>n$. Рассмотрим наименьшее значение n, при котором $\Delta(2n+1,2n+1)\neq 0$. Этот тензор составлен из $G_{\mu\nu}$-символов и антисимметричен по обеим группам индексов, до и после запятой. Следовательно, он пропорционален детерминанту $\mathrm{Det}(\mu_1\ldots\mu_{2n+1},\nu_1\ldots\nu_{2n+1})$. Коэффициент пропорциональности можно найти, вычисляя прямо из /26/ числовой множитель, например, перед структурой $G_{\mu_1\nu_1}\cdot\ldots\cdot G_{\mu_{2n+1}\nu_{2n+1}}$. Таким путем мы приходим к формулам /27/-/29/.

Матрицы Γ_7 и Γ_{11}, определяемые свойствами /П4/, имеют тот недостаток, что у них нет гладкого шести- или десятимерного предела. Соотношение /П4/ для следа, начиная с некоторого порядка, будет приводить к ответам, отличающимся от шести- или десятимерных результатов в случае конечных диаграмм, вообще не требующих регуляризации, причем отличие сохранится и после перехода к пределу $d\to 4$. Если же для надлежащих значений n заменить это соотношение на более привычное, например $\mathrm{tr}(\Gamma_7\Gamma_{\mu_1}\cdot\ldots\cdot\Gamma_{\mu_6}) = 8\epsilon_{\mu_1\ldots\mu_6}$, и использовать далее формулы типа /7/, то наша система символов вновь станет противоречивой. Правда, эта противоречивость будет, как и раньше, обусловлена детерминантами $(D+1)\times(D+1)$, равно как и эффекты нарушения суперсимметрии, поскольку именно к этим детерминантам приводит изложенная в разделе 4 аргументация, если ее применить к /П2/ и /П3/. Действительно, слагаемые с одной матрицей Γ_7 из /П2/ и с одной Γ_{11} из /П3/ заведомо не дают вклада в диаграмму /23/ при $k=1,2$, а в случае $D=10$ и при $k=3$. Поэтому эффективно

$$\Delta = \mathrm{tr}[L\Gamma_a\Gamma_7]\,\mathrm{tr}[M\Gamma_a\Gamma_7] + \mathrm{tr}[L\Gamma_a]\,\mathrm{tr}[M\Gamma_a] + \mathrm{tr}[(L+L_R)\Gamma_a M\Gamma_a] \qquad /П5/$$

при $D=6$, а при $D=10$

$$\Delta = \frac{1}{2}\mathrm{tr}[L\Gamma_a\Gamma_{11}]\,\mathrm{tr}[M\Gamma_a\Gamma_{11}] + \frac{1}{2}\mathrm{tr}[L\Gamma_a]\,\mathrm{tr}[M\Gamma_a] + \mathrm{tr}[(L+L_R)\Gamma_a M\Gamma_a]. \qquad /П6/$$

Легко проверить, что минимальными примерами $\Delta(L,M)\neq 0$ будут для случая /П5/, /П6/ не выражения /28/, /29/, а детерминанты $(D+1)\times(D+1)$. Как и /26/ при $D=4$, тензоры $\Delta(L,M)$ из /П5/ и /П6/

в соответствующих целомерных пространствах обращаются в нуль тождественно, при любых L и M. Таким образом, порог нарушения суперсимметрии может быть найден вполне аналогично случаю D=4. Соответствующие оценки приведены в [8,9] и процитированы во введении.

Поскольку обе рассмотренные версии метода регуляризации матриц Γ_7 и Γ_{11} имеют очевидные изъяны /первая - несоответствие предела $d \to 4$ целомерному случаю, а вторая - противоречивость в высоких порядках/, мы в данной статье, в отличие от [8,9], опираемся на более низкие оценки, следующие из соотношений /28/, /29/, т.е. из первой версии. В определенной таким способом области инвариантности P^3 дефекты обеих версий еще не проявляются, а результаты совпадают. Нелишне добавить, что система соотношений /П4/ наиболее проста и удобна для расчетов. Она и была использована в практических вычислениях [2,6,9].

ЛИТЕРАТУРА

1. Capper D.M., Jones D.R.T., van Nieuwenhuizen P. Nucl.Phys., 1980, B167, p.479.
2. Avdeev L.V., Tarasov O.V., Vladimirov A.A. Phys.Lett., 1980, 96B, p.94.
3. 't Hooft G. Nucl.Phys., 1973, B61, p.455.
4. Siegel W. Phys.Lett., 1979, 84B, p.193.
5. Grisaru M., Roček M., Siegel W. Nucl.Phys., 1981, B183, p.141; Caswell W.E., Zanon D. Nucl.Phys., 1981, B182, p.125.
6. Avdeev L.V., Tarasov O.V. Phys.Lett., 1982, 112B, p.356.
7. Siegel W. Phys.Lett., 1980, 94B, p.37.
8. Avdeev L.V., Chochia G.A., Vladimirov A.A. Phys.Lett., 1981, 105B, p.272.
9. Avdeev L.V. JINR, E2-82-288, Dubna, 1982.
10. Brink L., Schwarz J.H., Scherk J. Nucl.Phys., 1977, B121, p.77.
11. Gliozzi F., Scherk J., Olive D. Nucl.Phys., 1977, B122, p.253.
12. Kahane J. J.Math.Phys., 1968, 9, p.1732.
13. Chisholm J.S.R. Nuovo Cim., 1963, 30, p.426.
14. Kluberg-Stern H., Zuber J.B. Phys.Rev., 1975, D12, p.482; Лавров П.М., Тютин И.В. ЯФ, 1981, 34, с.277.
15. Ferrara S., Zumino B. Nucl.Phys., 1974, B79, p.413.
16. Fayet P. Nucl.Phys., 1976, B113, p.135; 1979, B149, p.137.
17. Grisaru M., Siegel W., Roček M. Nucl.Phys., 1979, B159, p.429.

Рукопись поступила в издательский отдел
16 декабря 1982 года.

Авдеев Л.В., Владимиров А.А. P2-82-872

Размерная регуляризация и суперсимметрия

Дано детализированное описание метода суперсимметричной размерной регуляризации. Показано, что этой регуляризации присуще своеобразное свойство дополнительности: ее явно суперсимметричная формулировка оказывается внутренне несогласованной, а устранение этих противоречий возможно лишь за счет нарушения суперинвариантности. Указан конкретный механизм проявления этой дополнительности на диаграммах Фейнмана. Найден явный пример нарушения суперсимметрии в трехпетлевом приближении. В свете этого результата пересмотрен статус размерной регуляризации в калибровочных теориях с глобальной суперсимметрией.

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики ОИЯИ.

Препринт Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1982

Avdeev L.V., Vladimirov A.A. P2-82-872

Dimensional Regularization and Supersymmetry

We examine in detail the techniques of supersymmetric dimensional regularization. A peculiar complementarity is found to be inherent in the regularization: its manifestly supersymmetric version is contradictory, while the removal of inconsistencies costs a loss of supersymmetry in higher orders. We analyse this phenomenon at the level of Feynman diagrams and discover an explicit example of supersymmetry breakdown in the three-loop approximation. In the light of this result we reconsider the status of dimensional regularization in globally supersymmetric gauge theories.

The investigation has been performed at the Laboratory of Theoretical Physics, JINR.

Preprint of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1982

Перевод авторов.