объединенный
институт
ядерных
исследований
дубна

Р2-82-752

Х.Намсрай

СТОХАСТИЧНОСТЬ ПРОСТРАНСТВА, ФЛУКТУАЦИЯ МЕТРИКИ, КВАНТОВАНИЕ МАСС ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ И ИХ СПЕКТР

Направлено в журнал "Physics Letters A".

1982

Одним из фундаментальных, но не решенных до сих пор вопросов современной физики является проблема возникновения спектра масс элементарных частиц. Мы предполагаем, что если объединить идею нелокальности взаимодействия [1] и стохастичности пространства [2] с флуктуацией метрики [3], то эта идея может оказаться полезной при поиске подхода к решению этой проблемы. Мы не считаем, что в данной работе излагается окончательная схема построения спектра масс элементарных частиц; но нам кажется, что этот подход может стать отправным пунктом дальнейших исследований. Мы знаем, что введение предположения о стохастичности пространства [4] неизбежно приводит к изменению метрики пространства, например, в плоском случае:

$$s_0 = x_0^2 - \vec{x}^2 \to s_\ell = \langle [(x_0 + i\tau)^2 - (\vec{x} + \vec{b})^2] \rangle =$$

$$= \int d^4b\, w(b^2/\ell^2)[(x_0 + i\tau)^2 - (\vec{x} + \vec{b})^2] = s_0 - \ell^2. \qquad /1/$$

Такой вид изменения метрики обсуждался также в работах [3]. Но есть другая возможность:

$$s_0 = x_0^2 - \vec{x}^2 \to s_\ell = \langle [(x_0 + \tau)^2 - (\vec{x} + i\vec{b})^2] \rangle = s_0 + \ell^2. \qquad /2/$$

Здесь $b_\mu = (\tau, \vec{b})$ - случайный вектор с распределением $w(b^2/\ell^2)$, удовлетворяющим условиям

$$w(b^2/\ell^2) > 0, \quad \int d^4b\, w(b^2/\ell^2) = 1, \quad \int d^4b\, b^2 w(b^2/\ell^2) \sim \ell^2.$$

Параметр ℓ характеризует меру флуктуации метрики /или стохастичности пространства/ или размер области, внутри которой может происходить нелокальность взаимодействия [1].

Рассмотрим теперь более общий случай, когда метрика пространства определяется формулой $ds = g_{\mu\nu}(x)\,dx^\nu dx^\mu$. В таком криволинейном пространстве мы имеем естественное обобщение:

$$ds = g_{\mu\nu}(x)\,dx^\nu dx^\mu \to ds_\ell^i = G_{\mu\nu}^i(x)\,dx^\nu dx^\mu, \quad i = А, Б,$$

$$G_{\mu\nu}^А(x) = \int d^4b\, g_{\mu\nu}(x_0 + i\tau, \vec{x} + \vec{b})\, w(b^2/\ell^2) = \frac{1}{(2\pi)^4} \int d^4p\, e^{ipx} \tilde{K}_А(-p^2\ell^2)\, \tilde{g}_{\mu\nu}(p), \qquad /3/$$

$$G_{\mu\nu}^Б(x) = \int d^4b\, g_{\mu\nu}(x_0 + \tau, \vec{x} + i\vec{b})\, w(b^2/\ell^2) = \frac{1}{(2\pi)^4} \int d^4p\, e^{ipx} \tilde{K}_Б(p^2\ell^2)\, \tilde{g}_{\mu\nu}(p).$$

Здесь

$$\tilde{K}_A(-p^2\ell^2) = (2\pi)^2 \int d\rho\rho^2 w(\rho^2/\ell^2)\, J_1(\sqrt{-\rho^2 p^2})/\sqrt{-p^2}, \qquad /4/$$

$$\tilde{K}_Б(p^2\ell^2) = (2\pi)^2 \int d\rho\rho^2 w(\rho^2/\ell^2)\, J_1(\sqrt{p^2\rho^2})/\sqrt{p^2}, \qquad /5/$$

$$p^2 = p_0^2 - \vec{p}^{\,2}.$$

Нас интересует только такой класс распределений $w(b^2/\ell^2)$, для которых формфакторы /4/ и /5/ являются целыми аналитическими функциями. Тогда метрический тензор $G^i_{\mu\nu}$ в /3/ может быть записан в виде

$$G^i_{\mu\nu} = K_i(\ell^2\Box)g_{\mu\nu}, \qquad \Box = -\frac{\partial^2}{\partial x_0^2} + \frac{\partial^2}{\partial \vec{x}^2}, \qquad /6/$$

где K_A и $K_Б$ - некоторые обобщенные функции Фурье, образы которых определяются формулами /4/ и /5/ соответственно.

Наш основной постулат состоит в том, что любые физические величины и уравнения физических систем конструируются с помощью метрического тензора $G^i_{\mu\nu}$ вида /6/. Например, квадрат оператора импульса принимает вид

$$\hat{p}^2 \to \hat{P}^2 = -G^i_{\mu\nu}\frac{\partial^2}{\partial x^\nu\, \partial x^\mu}, \qquad /7/$$

и его собственные значения определяются уравнением

$$\hat{P}^2\Psi = m_0^2\Psi. \qquad /8/$$

Это напоминает уравнение Клейна-Гордона при $\ell \to 0$. Величина m_0 соответствует некоторому наинизшему /или невозмущенному/ значению массы в спектре масс элементарных частиц.

Покажем теперь, что знак плюс и минус в выражениях /1/ и /2/ /и соответственно формфакторы /4/ и /5// играет фундаментальную роль в процессе рождения элементарных частиц как некоторое возмущение /флуктуация/ метрики пространства и времени. Для этого рассмотрим простейший случай, когда метрика определяется формулами /1/ и /2/. Согласно формуле /6/ эти равенства можно записать в едином виде:

$$s_0 \to s_\ell = (1 - a\ell^2\Box)s_0, \qquad /9/$$

где a - некоторое число, зависящее от формы распределения $w(b^2/\ell^2)$ и принимающее два значения: отрицательное и положительное, в зависимости от выбора метрических форм /1/ и /2/ /или в соответствии с выбором формфакторов /4/ и /5//. Тогда равенство

/8/ в данном случае дает следующее уравнение:

$$p^2 - m_0^2 - a\ell^2 p^4 = 0,$$

которое имеет два решения:

$$p_1^2 = m_0^2(1 + a m_0^2\ell^2)$$

и

$$p_2^2 = 1/(a\ell^2) - m_0^2(1 + a m_0^2\ell^2).$$

Здесь положено, что $m_0\ell \ll 1$. Если $a>0$, то оба решения имеют положительное значение, что соответствует появлению /рождению/ дополнительной частицы с массой порядка $1/(a\ell^2) - m_0^2 > 0$, при этом первоначальная масса m_0 в результате флуктуации метрики приобретает малую добавку, пропорциональную $m_0^2\ell^2$. Если $a<0$, то второму решению соответствует частица тахионного типа, то есть частица с мнимой массой.

Отметим, что в нашей схеме эйнштейновское соотношение между энергией и импульсом частицы принимает вид

$$E_\ell = \sqrt{\vec{p}^{\,2} + m_0^2(1 + a\ell^2 m_0^2)} \approx E_0 + \frac{1}{2E_0} a m_0^4 \ell^2,$$

$$E_0 = \sqrt{\vec{p}^{\,2} + m_0^2}\,.$$

в частности, для энергии покоя

$$E_\ell^0 = m_0 c^2 (1 + \tfrac{1}{2} a m_0^2 \ell^2),$$

в классическом пределе

$$E_\ell = \frac{\vec{p}^{\,2}}{2m_0}(1 - \tfrac{1}{2} a m_0^2 \ell^2).$$

Таким образом, мы видим, что только формфакторы типа /5/ могут описать спектр масс элементарных частиц. Из уравнения /8/ мы получаем условие на квантование масс:

$$m_0^2 - p^2\tilde{K}(p^2\ell^2) = 0. \qquad /10/$$

Оказывается, что параметры m_0, ℓ и вид формфакторов $\tilde{K}(p^2\ell^2)$ достаточны для получения спектра масс наблюдаемых частиц. Для этого рассмотрим простые случаи:

$$1.\ w_1(y^2)=\begin{cases}\pi^{-2}\ell^{-4}y^{-2}(1-y^2)^{-1/2}, & 0<y<1,\\ 0, & y\geq 1,\end{cases}$$

$$2.\ w_2(y^2)=\begin{cases}\pi^{-2}\ell^{-4}(2+\mu)(1+\mu)(1-y^2)^{\mu}, \mu>-1, 0<y<1,\\ 0 & y\geq 1.\end{cases}$$

Формфакторы /5/, соответствующие этим распределениям, равны

$$\tilde{K}_1(p^2\ell^2)=\frac{\sin^2(\sqrt{p^2\ell^2}/2)}{(\sqrt{p^2\ell^2}/2)^2},\quad \tilde{K}_2(p^2\ell^2)=4\,2^{\mu}\Gamma(3+\mu)\frac{J_{2+\mu}(\sqrt{p^2\ell^2})}{(\sqrt{p^2\ell^2})^{2+\mu}}. \quad /11/$$

Кстати, отметим, что оператор импульса $\hat{P}_\mu$, построенный с помощью обобщенной функции $K(\vec{\nabla}^2\ell^2)$, фурье-образ которой определяется формфактором $(\tilde{K}_1(p^2\ell^2))^{1/2}$ в статическом пределе $p_0\to 0$, совпадает с оператором импульса, исследованным в работе /5/ в рамках гипотезы о квантовании трехмерного пространства $\vec{x}$. Тогда уравнение /10/ в случае $K_1(p^2\ell^2)$ приобретает вид

$$m_0^2-(2/\ell^2)[1-\cos(\sqrt{p^2\ell^2})]=0.$$

Полагая $m_0=\sqrt{2}/\ell$, получим условие квантования

$$\cos(\sqrt{p^2\ell^2})=0.$$

Отсюда мы имеем семейство частиц:

$$\sqrt{p_n^2}=m_n=(1/\ell)(\frac{\pi}{2}+\pi n),\quad n=0,1,\dots .$$

Во втором случае уравнение /10/ дает

$$m_0^2-p^2 4\,\Gamma(3+\mu)\,2^{\mu}(\sqrt{p^2\ell^2})^{-2-\mu}J_{2+\mu}(\sqrt{p^2\ell^2})=0.$$

Положив здесь $m_0=0$, получим квантовое условие

$$J_{2+\mu}(\sqrt{p^2\ell^2})=0,$$

что соответствует некоторому семейству частиц с массами

$$m_n=(1/\ell)j_{2+\mu,n},\quad n=1,2,\dots,$$

где $j_{2+\mu,n}$ - нули функции Бесселя $J_{2+\mu}(x)$.

Мы считаем, что основная /первоначальная/ флуктуация метрики порождает некоторое семейство частиц, но вновь рожденные частицы этого семейства в свою очередь могут возбуждать метрику пространства, вследствие чего возможны вторичные /дочерние/ флуктуации метрики, которые способны родить другие семейства частиц и т.д. Такой процесс возбуждения метрики аналогичен цепной реакции атомного ядра. В результате таких последовательных /серийных/ флуктуаций получится спектр масс наблюдаемых нами частиц. Оказывается, что для удовлетворительного описания общего хода спектра масс частиц нам достаточны две основные флуктуации метрики, связанные с рождением π-мезона, протона и их соответствующих партнеров. Затем требуется, чтобы произошло несколько вторичных /дочерних/ возмущений метрики, вызываемых частицами K-мезонов, Λ-, Σ-, Ξ -гиперонов, рожденных уже в результате первоначальной флуктуации метрики.

Итак, предполагается, что два основных возмущения метрики определяются следующими формулами:

$$m_n^{(1)}=(1/\ell)\,\pi(\frac{1}{2}+n),\quad (1/\ell)=\frac{m^{(1)}c}{h}=90\ \text{МэВ}, n=0,1,\dots,$$

$$m_n^{(2)}=(1/\ell)\,j_{20\frac{1}{2},n},\quad 1/\ell=36{,}138\ \text{МэВ}, n=1,2\dots,$$

где $j_{20\frac{1}{2},n}$ обозначает n-й положительный нуль функции Бесселя $J_{20\frac{1}{2}}(x)$ /6/. Соответствующий спектр масс частиц приведен в табл.1 /экспериментальные значения взяты из работы /7/ /.

Дочерние возмущения метрики, вызываемые частицами K-мезона, Λ-, Σ-, Ξ -гиперонов определяются формулами

$$m_n^{(i)}=(1/\ell_i)\,j_{20\frac{1}{2},n},\quad i=K,\Lambda,\Sigma,\Xi,$$

где

$$1/\ell_K=19{,}07\ \text{МэВ};\ 1/\ell_\Lambda=43\ \text{МэВ};\ 1/\ell_\Sigma=46\ \text{МэВ};\ 1/\ell_\Xi=50{,}66\ \text{МэВ},$$

а соответствующие спектры масс показаны в табл.2.

Поскольку массы K-мезона, протона, Λ-, Σ-, Ξ -гиперонов равны по порядку величины, мы считаем, что для них формфакторы должны быть едины, а соответствующие значения параметра $1/\ell$ должны возрастать при увеличении масс частиц. Это естественно, так как для рождения частицы с большой массой требуется большая кривизна $R=1/\ell$ пространства или малые значения ℓ. Далее мы замечаем, что выбор формфакторов /11/, описывающих спектры масс частиц, в данном случае не является единственным и возможны другие формы флуктуации метрики /соответственно распределению $w(b^2/\ell^2)$ или выбираемому формфактору/. Остается открытым фунда-

Таблица 1

n	$m_n^{(1)}$	Экспериментальные значения	$m_n^{(2)}$	Экспериментальные значения
0	141	π		
1	424	$\sim K$	938	p
2	707	$\sim\rho$	1103	Λ
3	990	$S^*(975)$	1249	Σ
4	1272	$f(1270)$, $\eta(1275)$, $\mathcal{D}(1285)$	1386	Ξ, $N(1440)$
5	1555	$\rho'(1600)$	1518	$N(1535)$, $N(1520)$
6	1838	$\varphi(1850)$	1647	Ω^-, $N(1650)$, $N(1675)$, $N(1680)$
7	2120	$\pi(2100)$	1773	$N(1700)$, $N(1710)$, $N(1720)$
8	2403	$\delta(2450)$	1897	$N(1990)$,
9	2686	?	2020	$N(2080)$,
10	2969	$\eta_c(2980)$	2141	$N(2190)$,
11	3251	$\psi(3100)$	2262	Λ_c^+, $N(2200)$, $N(2220)$, $N(2250)$
12	3534	$\psi(3415)$, $\psi(3510, 3555)$	2381	$\Delta(2380 - 2450)$
13	3817	$\psi(3685)$, $\psi(3770)$	2501	
14	4100	$\psi(4030)$, $\psi(4160)$	2619	$N(2600)$
15	4382	$\psi(4415)$	2737	$\Delta(2750)$, $N(2700)$?
16	4665	?	2855	$\Delta(2850)$, $N(2800)$?
17	4948	?	2972	$\Delta(2950)$?
18	5230	$B(5200)$	3090	$N(3030)$,
19	5513	?	3206	$\Delta(3230)$,
20	5796	?	3323	$\Delta(3350)$?
...			...	
33	9472	$\Upsilon(9460)$		
34	9755	?		
35	10037	$\Upsilon(10020)$		
36	10320	$\Upsilon(10350)$		
37	10603	$\Upsilon(10570)$		
...	...			
285	80723	W, Z^0 ?		
290	82137			
295	83551			
320	90619			
325	92033			

Таблица 2

n	$m_n^{(K)}$	Экспериментальные значения
1	495	K
2	582	η
3	659	$\sim\rho$
4	732	
5	801	$\sim\omega$
6	869	$K^*(892)$
7	936	$\eta'(958)$
8	1001	$\delta(980)$
9	1066	$\varphi(1020)$
10	1130	$H(1190)$
11	1193	$B(1235)$
12	1257	$\rho'(1250)$, $A_1(1270)$, $Q_1(1280)$
13	1320	$\pi(1300)$, $A_2(1320)$, $\varepsilon(1300)$
14	1382	$K(1350)$
15	1444	$Q_2(1400)$, $K'(1400)$, $K^*(1430)$, $E(1420)$
16	1507	$f'(1515)$
17	1569	$L(1580)$
18	1630	$\theta(1640)$, $K^*(1650)$
19	1692	$\omega(1670)$, $A_3(1680)$, $\varphi'(1680)$, $g(1690)$
20	1753	$L(1770)$, $K^*(1780)$
21	1815	$X(1850)$
22	1876	$\mathcal{D}(1870)$
23	1937	$S(1915)$
24	1999	$\mathcal{D}^*(2007, 2010)$, $\delta(2030)$, $F(2020, 2021)$
25	2060	$h(2040)$, $\rho(2050)$, $K^*(2060)$
26	2121	$F^*(2140)$
27	2181	$\rho(2150)$, $\varepsilon(2150)$
28	2242	$K^*(2200)$, $\rho(2250)$
29	2303	$\varepsilon(2300)$
30	2364	$\rho(2350)$
31	2425	

n	$m_n^{(i)}$	Экспериментальные значения
	$m_n^{(\Lambda)}$	
1	1115	Λ
2	1312	$\Lambda(1405)$
3	1486	$\Lambda(1520)$
4	1650	$\Lambda(1600, 1670, 1690)$
5	1807	$\Lambda(1800, 1820, 1830)$
6	1960	$\Lambda(1890)$
7	2110	$\Lambda(2100, 2110)$
8	2257	?
9	2403	$\Lambda(2350)$
10	2548	$\Lambda(2583)$
	$m_n^{(\Sigma)}$	
1	1194	Σ
2	1404	$\Sigma(1385)$
3	1590	$\Sigma(1560, 1580, 1620)$, $\Sigma(1660, 1670)$
4	1765	$\Sigma(1750, 1775)$
5	1933	$\Sigma(1915, 1940)$
6	2096	$\Sigma(2030)$
7	2257	$\Sigma(2250)$
8	2415	$\Sigma(2455)$
9	2571	$\Sigma(2620)$
10	2725	
	$m_n^{(\Xi)}$	
1	1315	Ξ
2	1546	$\Xi(1530)$
3	1751	$\Xi(1820)$
4	1944	$\Xi(2030)$

ментальный вопрос о единственности выбора формы флуктуации метрики, описывающей спектр частиц, для этого, по-видимому, требуется другой физический принцип, которым мы не располагаем в настоящее время.

В заключение отметим, что нас не удивляет расщепление масс, связанное с внутренними квантовыми числами, такими как заряд, спин, изоспин, чарм и т.д. В нашей схеме мы не учли эти квантовые числа, и, следовательно, флуктуация метрики не чувствительна к изменению значений этих чисел. Поэтому мы связываем некоторые значения масс из теоретического вычисления с несколькими близкими к ним экспериментальными величинами.

Автор выражает искреннюю благодарность Г.Ф.Ефимову за полезные обсуждения и советы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ефимов Г.В. Нелокальные взаимодействия квантованных полей. "Наука", М., 1977.
2. Блохинцев Д.И. ЭЧАЯ, 1974, 5, с.606-644; Frederick C. Phys.Rev., 1976, D13, p.3183-3191.
3. Markov M. Nucl.Phys., 1959, 10, p.140-150; Takano Y. Progr. Theor.Phys., 1961, 26, p.304-314.
4. Namsrai Kh. Found.Phys., 1980, 10, p.353-361, 731-742; Namsrai Kh. Phys.Lett., 1981, 82A, p.103-106.
5. Fujiwara K. Found.Phys., 1980, 10, p.309-331.
6. Библиотека математических таблиц, выпуск 44. Таблицы нулей функций Бесселя /под ред. К.А.Карпова/. ВЦ АН СССР, М., 1957.
7. Particle Data Group. Review of Particle Properties. Phys.Lett., 1982, 111B, i-xxi, 1-294.

Рукопись поступила в издательский отдел
27 октября 1982 года.

Намсрай Х. P2-82-752

Стохастичность пространства, флуктуация метрики, квантование масс элементарных частиц и их спектр

Предложена схема построения спектра масс элементарных частиц в рамках гипотезы о стохастичности пространства и флуктуации метрики. В нашей схеме процесс рождения элементарных частиц рассматривается как некоторое возмущение /флуктуация/ метрики пространства и времени, при этом эйнштейновское соотношение между энергией и импульсом частицы изменяется. Построен обобщенный оператор импульса и найдены конкретные виды формы флуктуации метрики, дающие возможность описать спектр масс наблюдаемых частиц.

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики ОИЯИ.

Препринт Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1982

Namsrai Kh. P2-82-752

Stochasticity of Space, Fluctuation in Metric, Quantization of Elementary Particle Masses and their Spectrum

A scheme of construction of spectra of elementary particle masses is proposed within the framework of the hypothesis of stochasticity of space and of fluctuation in metric. In our scheme the process of creation of elementary particles is regarded as some perturbation (or fluctuation) of space-time metric and at this the Einstein relation between the energy and momentum of a particle is changed. Generalized momentum operator is constructed and concrete forms of fluctuation in space-time metric, giving the possibility to describe the spectra of observed particle masses, are founded.

The investigation has been performed at the Laboratory of Theoretical Physics, JINR.

Preprint of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1982

Перевод О.С.Виноградовой.