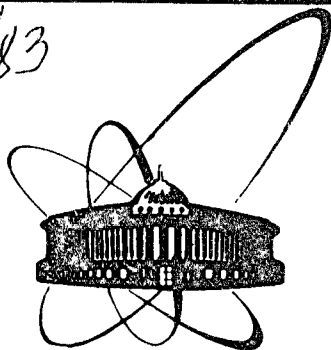


2/13/83



Объединенный  
институт  
ядерных  
исследований  
дубна

10/1-83

P2-82-695

Г. Г. Бунатян

ЯДЕРНОЕ ВЕЩЕСТВО  
ВБЛИЗИ КРИТИЧЕСКОЙ ТОЧКИ  
 $\pi$ -КОНДЕНСАЦИИ

Направлено в журнал "Ядерная физика"

1982

## 1. ВВЕДЕНИЕ

1. В последние годы все больше внимания уделяется исследованию ядер в необычных условиях: при плотности  $\rho$ , существенно превышающей обычную  $\rho_0$ , при большой энергии возбуждения, при  $Z \ll N$  или  $N \ll Z$  и т.п. В таких состояниях свойства ядерного вещества могут существенно меняться, возможны совершенно новые физические явления. Среди них одно из самых интересных - фазовый переход изотропного ядерного вещества в неоднородное с периодической спин-изоспиновой структурой, появление в системе среднего периодического пионного поля - пионная конденсация<sup>/1-3/</sup>. Возможность такого перехода связана со "смягчением" пионной степени свободы в ядерном веществе при его уплотнении, так что при некоторой критической плотности  $\tilde{\rho}_c(T)$  основное состояние системы становится неустойчивым по отношению к появлению в ней среднего периодического пионного поля. При исследовании  $\pi$ -конденсации и близости ядер к  $\pi$ -конденсатной неустойчивости основное внимание всегда уделялось изучению пионного поля в ядерном веществе при различных  $\rho, T$ . Вычислялся поляризационный оператор пиона  $\Pi(\rho, T)$ , функция Грина  $\mathcal{D}(\rho, T)$ , и определялись критические плотности  $\rho_c(T)$ , температура, импульс пионного поля,  $k_c$ , при которых достигается "смягчение" пионной моды, достаточное для  $\pi$ -конденсации.

2. До последнего времени во всех работах под критической плотностью понималась такая  $\rho_c(T)$ , что при  $\rho = \rho_c(T)$  имеется  $k = k_c(\rho, T)$ , для которого уравнение  $\mathcal{D}^{-1}(\omega, k_c, \rho, T) = 0$  имеет решение  $\omega^2(k_c) = 0$ ; при  $\rho > \rho_c(T)$  решение  $\omega^2(k) \leq 0$  есть для некоторого интервала  $k$ . Исследования, проведенные в<sup>/4-6/</sup> с учетом  $\pi\pi$ -взаимодействия и ангармонизма пионных возбуждений в среде, то есть эффектов, нелинейных по пионному полю, показали, что при любых  $T$  появление такой полной неустойчивости пионного поля ( $\omega^2(k) \leq 0$ ) не может служить критерием  $\pi$ -конденсации: ни при каких  $\rho$  таких решений  $\omega^2(k) \leq 0$  нет. Для перехода от изотропного состояния в неоднородное с периодическим средним пионным полем, т.е. для  $\pi$ -конденсации, надо, чтобы это явление сопровождалось уменьшением термодинамического потенциала системы. Термодинамические условия пионной конденсации исследовались в<sup>/5,6/</sup>.

Отметим, что, как следует из<sup>/4-6/</sup>, свойства ядерного вещества при  $\rho \sim \rho_c(T)$  определяются не истинными пионными возбуждениями при  $k \sim k_c, \omega \sim 0$ :  $\mathcal{D}$  - функция пиона имеет при этих  $\rho \sim \rho_c, k \sim k_c, \omega \sim 0$  не простой полюс, но более сложную особенность - логарифмическую точку ветвления, и определена на комплексной

плоскости с разрезами по действительной оси. Скачок  $\text{Im} \mathcal{D}$  на разрезе входит во все расчеты интересующих нас эффектов в ядерном веществе. При отсутствии  $\text{Im} \Pi$  мы имели бы систему с ротонным спектром; свойства таких систем рассматривались, например, в<sup>/7,8/</sup>.

3. В работах<sup>/4-6/</sup> мы рассматривали лишь пионное поле вблизи критической точки  $\pi$ -конденсации /далее везде - КТПК/. В этой работе мы исследуем изменения свойств нуклонных и  $\Delta$ -изобарных степеней свободы в ядерном веществе вблизи КТПК, обусловленные особенностями пионного поля. В настоящее время лишь немногие работы<sup>/9,10/</sup> содержат изучение свойств нуклонов при  $T=0$  вблизи КТПК. Ниже мы будем сопоставлять расчеты, проводившиеся в<sup>/9,10/</sup>, с выполненными в данной работе.

Мы не ставим задачу полного вычисления собственно-энергетических частей нуклона  $\Sigma^N(\rho, T)$  и  $\Delta$ -изобары  $\Sigma^\Delta(\rho, T)$ , определяющих свойства соответствующих степеней свободы в ядерном веществе. Наша цель состоит лишь в том, чтобы выявить особенности  $\Sigma$  и ее производных вблизи КТПК, обусловленные особенностями пионного поля. В следующем разделе преобразуем общую формулу  $\Sigma(\rho, T)$  вблизи КТПК, используя полученные в<sup>/4-6/</sup> результаты для поляризационного оператора  $\Pi(\rho, T)$  и функции Грина  $\mathcal{D}(\rho, T)$  пиона. В разделе III исследуем особенности  $\Sigma$  и ее производных вблизи КТПК для различных  $T$ .

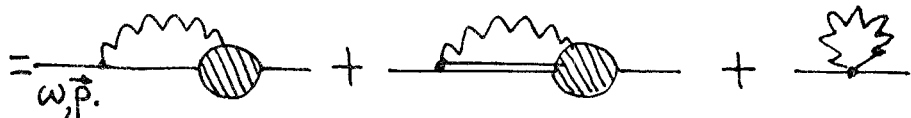
## II. СОБСТВЕННО-ЭНЕРГЕТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ ВБЛИЗИ КТПК

1. Как и ранее в<sup>/4-6/</sup>, рассматриваем изотопически-симметричную равновесную систему при температуре  $T$ , состоящую из взаимодействующих нуклонов,  $\Delta$ -изобар и пионов. Химпотенциал пионов  $\mu_\pi = 0$ , а плотности нуклонов и  $\Delta$ -изобар и их химпотенциал определяем из условия сохранения числа барионов. Мы хотим исследовать качественно свойства собственно-энергетической части нуклона  $\Sigma^N$ , а также  $\Sigma^\Delta$  в такой системе вблизи КТПК, где пионное поле близко к появлению неустойчивости. Ясно, что вся  $\Sigma$  определяется бесконечным числом самых разнообразных процессов с участием всех мезонов и барионов. Но поскольку нас интересует лишь выявление особенностей в  $\Sigma$ , обусловленных близостью к КТПК, мы можем ограничиться лишь вычислением вклада в  $\Sigma$  от процессов с участием пионов. При приближении системы к КТПК,  $\rho \rightarrow \rho_c(T)$ , качественные изменения претерпевают лишь процессы, содержащие пионное поле, именно потому, что вблизи КТПК оно

близко к неустойчивости, для него КТПК - особая. Все особенности  $\Sigma$  вблизи КТПК могут быть обусловлены лишь такими процессами, а все иные, не содержащие пионного поля, не претерпевают существенных изменений вблизи КТПК, вклад их в  $\Sigma$  никакими особенностями не обладает.

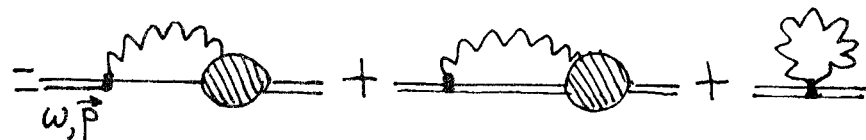
2. Согласно сказанному выше, наша задача состоит в исследовании особенностей входящих в  $\Sigma$  диаграмм:

$$\Sigma^N(\omega, \vec{p}, \rho, T) = \Sigma^{NN} + \Sigma^{N\Delta} + \Sigma^{N\pi} =$$



/1/

$$\Sigma^{\Delta}(\omega, \vec{p}, \rho, T) = \Sigma^{\Delta N} + \Sigma^{\Delta\Delta} + \Sigma^{\Delta\pi} =$$



В ядерном веществе вблизи КТПК. При этом из  $\Sigma(\rho)$  следует, разумеется, вычесть их значения при  $\rho=0$ , что и предполагается везде далее. В скелетных диаграммах /1/ сплошной линии соответствует полная функция Грина нуклона в среде  $\mathcal{G}(\rho, T)$ , двойной

линии -  $\Delta$ -изобары  $\mathcal{G}^{\Delta}(\rho, T)$ , а извилистой - пиона  $\mathcal{D}(\rho, T)$ . Выращения /1/ для  $\Sigma$  содержат полные вершинные части  $\mathcal{T}_{\pi NN}(\rho, T)$ ;  $\mathcal{T}_{\pi N\Delta}(\rho, T)$ ,  $\mathcal{T}_{\pi\Delta\Delta}(\rho, T)$  - заштрихованные кружки на рисунках,

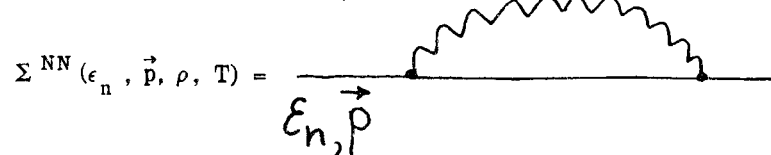
которые, разумеется, отличаются от соответствующих затравочных вершин  $\tau_{\pi NN}$ ,  $\tau_{\pi N\Delta}$ ,  $\tau_{\pi\Delta\Delta}$  /1-4/. Однако для выявления и исследова-

ния особенностей  $\Sigma$  вблизи КТПК можно, как увидим далее, заменить полные вершины затравочными. Отметим, что такое же упрощение делалось и в /9,10/.

Ясно, что /1/ представляет собой весьма сложное уравнение для  $\Sigma$ , т.к.  $\mathcal{G}, \mathcal{G}^{\Delta}$ , входящие в /1/, сами определяются через

$\Sigma^N, \Sigma^{\Delta}$ , а  $\mathcal{D}(\rho, T)$  содержит вклады от процессов частично-двойных возбуждений, представляющие собой интегралы от произведений  $\mathcal{G}\mathcal{G}, \mathcal{G}\mathcal{G}^{\Delta}, \mathcal{G}^{\Delta}\mathcal{G}^{\Delta}$  /1-6/.

3. Входящие в  $\Sigma$  /1/ выражения



$$\Sigma^{NN}(\epsilon_n, \vec{p}, \rho, T) =$$

$\epsilon_n, \vec{p}$

$$= -\frac{3f^2}{2} \int_{-1/T}^{1/T} d\tau \int \frac{d\vec{k} k^2}{(2\pi)^3} \mathcal{G}(\tau, \vec{p} + \vec{k}) \mathcal{D}(|\tau|, \vec{k}) e^{\epsilon_n \tau}, \quad /1a/$$

$$f = 1, \quad \epsilon_n = (2n + 1)\pi i,$$

$$\Sigma^{\pi N}(\rho, T) = 3\lambda_1 \int \frac{d\vec{k}}{(2\pi)^3} \mathcal{D}(0, \vec{k}) \quad /16/$$

и др. вычисляются согласно правилам диаграммной техники при  $T \neq 0$  /11/. При получении /16/ использовалось взаимодействие  $\hat{H}_s = \lambda_1 \hat{\phi}_\pi^2$ ,  $\lambda_1 = 0,006$ , обычно вводимое /12/ для описания  $\pi N$ -рассеяния в  $s$ -состоянии. Мы используем систему единиц  $\hbar = c = m_\pi = 1$ . Входящие в /1a, б/ функции Грина представим в виде

$$\mathcal{G}(\tau, \vec{p}) = \begin{cases} -\int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\xi}{\pi} \text{Im} \mathcal{G}(\xi - i0) (1 - n(\xi)) e^{-\xi \tau}, & \tau > 0, \\ -\int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\xi}{\pi} \text{Im} \mathcal{G}(\xi - i0) n(\xi) e^{-\xi \tau}, & \tau < 0, \end{cases} \quad /2/$$

$$n(\xi) = (1 + e^{\xi/T})^{-1},$$

$$\mathcal{D}(|\tau|, \vec{k}) = -\int_0^{\infty} \frac{d\xi}{\pi} \text{Im} \mathcal{D}(\xi - i0) [\chi(\xi) e^{\xi|\tau|} + (\chi(\xi) + 1) e^{-\xi|\tau|}],$$

$$\chi(\xi) = (e^{\xi/T} - 1)^{-1}.$$

Здесь

$$\mathcal{G}(\epsilon, \vec{p}) = (\epsilon - \vec{p}^2/2m - \Sigma^N(\epsilon, \vec{p}, \rho, T) + \mu(\rho, T))^{-1}, \quad /2a/$$

$$\mathcal{D}_\nu(\xi, \vec{k}) = (\xi^2 - \vec{k}^2 - 1 - \Pi_\nu(\xi, \vec{k}, \rho, T))^{-1} \quad (\nu = 1, 2, 3)$$

- аналитическое продолжение мацубаровской температурной функции Грина с дискретных значений  $\epsilon_n = (2n+1)\pi i$ ,  $\xi_m = 2m\pi i$  на комплексную плоскость. При этом в верхней полуплоскости  $\mathcal{G}_{\epsilon+i0}$ ,  $\mathcal{D}(\xi+i0)$  совпадают с запаздывающими функциями Грина  $\mathcal{G}^R(\epsilon)$ ,  $\mathcal{D}^R(\xi)$ , а в нижней - с опережающими  $\mathcal{G}^A(\epsilon)$ ,  $\mathcal{D}^A(\xi)$  /11/. Подставив /2/ в /1а, 1б/, получим

$$\Sigma^{NN}(\epsilon \pm i0, \vec{p}, \rho, T) = 3t^2 \int \frac{\vec{k}^2 d\vec{k}}{(2\pi)^3} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\xi_1}{\pi} \text{Im} \mathcal{G}(\xi_1 - i0, \vec{p} + \vec{k}) \times$$

$$\times \int_0^{\infty} \frac{d\xi}{\pi} \text{Im} \mathcal{D}(\xi - i0, \vec{k}) \left\{ \frac{n(\xi_1)}{\epsilon \pm i0 - \xi_1 + \xi} + \frac{n(\xi_1) - 1}{-\epsilon \mp i0 + \xi_1 + \xi} + \right.$$

$$\left. + 2\chi(\xi) \frac{\xi_1 - \epsilon \pm i0}{\xi^2 - (\xi_1 - \epsilon \mp i0)^2} \right\}, \quad /3/$$

$$\Sigma^{N\pi}(\rho, T) = 3\lambda_1 \int \frac{d\vec{k}}{(2\pi)^3} \int_0^{\infty} \frac{d\xi}{\pi} \text{Im} \mathcal{D}(\xi - i0, \vec{k}, \rho, T) (1 + 2\chi(\xi)). \quad /3а/$$

Выражения, соответствующие диаграммам в /1/ с  $\Delta$ -изобарами, содержат, кроме интегралов с  $\vec{k}^2$ , интегралы с  $\vec{k}^2(\vec{p}\vec{k})$ , входящие с различными коэффициентами. Мы не станем выписывать здесь все эти выражения, т.к. для исследования особенностей  $\Sigma$  вблизи КТПК эти отличия, как будет ясно из дальнейшего, несущественны.

Некоторые расчеты  $\Sigma$  при  $T=0$ , сходные с нашими, проводились в /9/, но там при вычислении всех выражений, содержащих  $\mathcal{D}$ , не учитывалось, что из-за наличия точки ветвления  $\mathcal{D}(\xi)$  определена на плоскости  $\xi$  с разрезами по действительной оси, причем скачок на разрезе  $\text{Im} \Pi(\xi \pm i0)$ , определяющий все выражения, не мал.

Уравнения /1/, /3/ для  $\Sigma$  можно решать точно численно, используя выражения  $\mathcal{G}$ ,  $\mathcal{G}^{\Delta}$  через  $\Sigma^N$ ,  $\Sigma^{\Delta}$  и для  $\mathcal{D}$  через  $\mathcal{G}$ ,  $\mathcal{G}^{\Delta}$ . Попытка провести упрощенные численные расчеты такого рода содержится в /10/. Наша цель, однако, состоит лишь в исследовании особенностей  $\Sigma$  вблизи КТПК. В дальнейших оценках мы используем приближение квазичастиц для описания барионов, а  $\mathcal{D}$ -функцию вблизи КТПК аппроксимируем тем же выражением, что и в /5,6/.

4. Характерным свойством ядерного вещества является наличие одночастичной ветви возбуждений  $\epsilon(\vec{p})$  с  $\epsilon \rightarrow 0$ ,  $\vec{p} \rightarrow \vec{p}_F$ , т.е. квазичастиц у границы Ферми. Тогда  $\mathcal{G}$  записываем /11/ в виде

$$\mathcal{G}(\epsilon \pm i0, \vec{p}) = a [\epsilon \pm i0 - \epsilon(\vec{p}) + i\Gamma(\epsilon, \vec{p})]^{-1}, \quad p = p_F, \quad /4/$$

$$a \approx (1 - \partial \Sigma / \partial \epsilon)_{\epsilon = \epsilon(\vec{p})}^{-1}, \quad \Gamma \approx \mp \frac{a}{2} (\epsilon^2 \frac{\partial^2 \text{Im} \Sigma}{\partial \epsilon^2})_{\epsilon = \epsilon(\vec{p})} \ll \epsilon(\vec{p}).$$

Ясно, что  $\mathcal{G}$  можно аппроксимировать полюсным выражением /4/, если уравнение

$$\epsilon(\vec{p}) = \vec{p}^2 / 2m + \Sigma(\epsilon(\vec{p}), \vec{p}, \rho, T) - \mu \quad /4а/$$

имеет решение  $\epsilon(\vec{p})$ , конечны производные  $(\partial \Sigma / \partial \epsilon)_{\epsilon = \epsilon(\vec{p})}$ ,  $(\partial^2 \Sigma / \partial \epsilon^2)_{\epsilon = \epsilon(\vec{p})}$ , и поэтому можно разложить  $\Sigma(\epsilon, \vec{p})$  вблизи  $\epsilon = \epsilon(\vec{p}) \approx 0$ . Мнимая часть  $\Sigma$  должна быть такой, чтобы было достаточно мало затухание  $\Gamma(\epsilon(\vec{p})) \ll \epsilon(\vec{p})$ . При  $T=0$ , когда есть граничный импульс  $p_F(\rho)$ , зависящий лишь от плотности, но не от взаимодействия /11,13/, можно, вводя эффективную массу  $m^*$ , записать  $\mathcal{G}$  в виде

$$\mathcal{G}(\epsilon \pm i0, \vec{p}) = a [\epsilon - (p^2 - p_F^2) / 2m^* + i\Gamma]^{-1},$$

$$m^* = (2 \frac{\partial \epsilon(\vec{p})}{\partial p^2})^{-1} \approx \frac{m}{a(1 + 2m \frac{\partial \Sigma}{\partial p^2})_{\epsilon = \epsilon(\vec{p})}} \quad /4б/$$

Эффективную массу  $m^*$  вводят обычно таким же образом и при  $T \neq 0$ . В квазичастичном приближении в формулах /2/, /3/

$$\text{Im} \mathcal{G}(\epsilon \pm i0, \vec{p}) = \mp \pi a \delta(\epsilon - \epsilon(\vec{p})), \quad /4в/$$

и все вычисления, конечно, упрощаются. Формулы для  $\Delta$ -изобары, аналогичные /4/, отличаются от них лишь заменой  $m$  на  $M_{\Delta}$ ,  $\Sigma^N$  на  $\Sigma^{\Delta}$ , и добавлением разности масс  $M_{\Delta} - m$  к  $\mu$ . Далее мы исследуем эффективную массу и вычет функции Грина в квазичастичном полюсе - спектроскопический фактор  $a$  вблизи КТПК.

5. Функция Грина пиона  $\mathcal{D}(\omega, \vec{k}, \rho, T)$  имеет резкий максимум при  $\omega \rightarrow 0$ , вблизи критических  $\rho \sim \rho_c(T)$ ,  $k \sim k_c$ , где  $k_c$  - критический импульс, при котором достигается минимум в спектре  $\pi$ -пионных

возбуждений<sup>11</sup> /1-8/. Согласно аппроксимации для  $\mathcal{D}$  при  $\rho \sim \rho_c$ ,  $k \sim k_c$ ,  $\omega \sim 0$ , установленной ранее /1-6/,

$$\text{Im} \mathcal{D}(\xi \pm i0, \vec{k}, \rho, T) = \frac{\mp \beta \xi}{X^2 + \beta^2 \xi^2}, \quad X = \tilde{\omega}^2(\rho, T) + \gamma(k - k_c)^2, \quad /5/$$

$$\rho \sim \rho_c(T), \quad \xi \sim 0, \quad |\vec{k}| \sim k_c, \quad \gamma \sim 1, \quad \beta \sim 1.$$

Параметры /5/ обсуждались в /5/. Близость к  $\pi$ -конденсатной неустойчивости при данных  $\rho, T$  определяется близостью к нулю величины  $\tilde{\omega}^2(\rho, T) = \mathcal{D}^{-1}(0, \vec{k}_c, \rho, T) = \min \mathcal{D}^{-1}(\rho, T)$  /1-6/. Напомним здесь, что в КТПК  $\tilde{\omega}_c \neq 0$ , как ранее было установлено в /5,6/ и в чем мы еще раз убедимся в следующей работе. Поэтому, говоря везде о стремлении  $\tilde{\omega} \rightarrow 0$  вблизи КТПК, мы имеем в виду уменьшение  $\tilde{\omega}$ , но не точное равенство  $\tilde{\omega}^2 = 0$ . Вблизи КТПК, т.е. при  $\tilde{\omega} \rightarrow 0$ , благодаря резкому максимуму  $\text{Im} \mathcal{D}(\xi, \vec{k})$  при  $\xi \sim 0, k \sim k_c$  основной вклад в /2/, /3/ дает интегрирование по  $d\xi$  при  $\xi \sim 0$  и интегрирование по  $dk$  вблизи  $k \sim k_c$ . Вклад в интегралы /2/, /3/ остальных  $\xi, k$  слабо зависит от  $\tilde{\omega}$  и не меняется существенно вблизи КТПК. Поэтому все особенности  $\Sigma$  и ее производных вблизи КТПК,  $\tilde{\omega} \rightarrow 0$ , определяются зависимостью от  $\tilde{\omega}$  при  $\tilde{\omega} \rightarrow 0$  вклада в интегралы /2/, /3/ от  $k \sim k_c, \xi \sim 0$ . Именно зависимость этих интегралов от  $\tilde{\omega} \rightarrow 0$  и исследуется далее.

### III. ИССЛЕДОВАНИЕ ОСОБЕННОСТЕЙ СОБСТВЕННО-ЭНЕРГЕТИЧЕСКОЙ ЧАСТИ И ЕЕ ПРОИЗВОДНЫХ ВБЛИЗИ КТПК.

1. Согласно сказанному выше, преобразуем при  $\tilde{\omega} \rightarrow 0$  /3/, используя /4/, /5/, к виду

$$\text{Im} \Sigma^{NN}(\epsilon \pm i0, \vec{p}, \rho, T) = \mp 3f^2 \frac{am^* \beta k_c^3}{p(2\pi)^2} \int_{-q_0}^{q_0} dq \int_{z_-}^{z_+} dz \times$$

$$\times \frac{z}{X^2 + \beta^2 z^2} \{ [\ln(z + \epsilon) - \theta(-z)] + \chi(z) \}, \quad q_0 \leq k_c.$$

$$\text{Re} \Sigma^{NN}(\epsilon, \vec{p}, \rho, T) = \frac{3f^2 am^* \beta k_c^3}{\pi p(2\pi)^2} \int_{-q_0}^{q_0} dq \int_{z_-}^{z_+} dz \frac{1}{X^2 + \beta^2 z^2} \times$$

$$\times [ (2n(z + \omega) - 1) \pi X / 2\beta + z \ln |X / \beta z| ] -$$

/6/

$$- \frac{1}{2} \int_0^\infty \frac{d\xi \chi(\xi) \xi}{X^2 + \beta^2 \xi^2} \ln \left[ \frac{z_+^2 - \xi^2}{z_-^2 - \xi^2} \right]^2 \},$$

$$\text{Im} \Sigma^{N\pi}(\rho, T) = 0;$$

/6a/

$$\text{Re} \Sigma^{N\pi}(\rho, T) = 3\lambda_1 k_c^2 T / (8\pi \sqrt{\gamma} \tilde{\omega}) (\pi \beta T / 6 \tilde{\omega}^2)^x +$$

$$+ 3\lambda_1 (c_1 - c_2 \tilde{\omega} - c_3 \tilde{\omega}^2 + \dots), \quad x = 0 \div 1;$$

коэффициенты в /6a/ см. в /8/. Интегрирование в /6/ по  $dz$  появилось вместо интегрирования по направлениям  $\vec{k}$ , и

$$z_{\pm}(\rho, k, \epsilon) = (p \pm k)^2 / 2m^* - \mu - \epsilon, \quad k \sim k_c. \quad /7/$$

Далее будем исследовать особенности в /6/ при  $\tilde{\omega} \rightarrow 0$  для  $p$ ,  $\epsilon = p^2 / 2m + \Sigma(\epsilon, p) - \mu$ , т.е. для "квазичастиц"; при  $T=0$  можно полагать  $\epsilon = (p^2 - p_F^2) / 2m^*$ , причем основной интерес представляют, конечно,  $p \sim p_F$  - граничный импульс при  $T=0$ .

2. Дальнейшие оценки существенно зависят от  $z_{\pm}(\rho, k_c)$  и  $k_c$ . Если оба  $z_{\pm}(\rho, k_c) > 0$ , или  $z_{\pm}(\rho, k_c) < 0, z_{\pm} \neq 0$ , то, очевидно, подынтегральное выражение в  $\text{Im} \Sigma$  /6/ не содержит особенностей при  $\tilde{\omega} \rightarrow 0$ , и никаких расхождений в  $\text{Im} \Sigma$  при  $\tilde{\omega} \rightarrow 0$  ожидать нельзя. Для квазичастиц, т.е. для  $\epsilon = p^2 / 2m + \Sigma(\epsilon, \vec{p}) - \mu$ , можно полагать при  $k \sim k_c$

$$z_{\mp}(\rho, k) = (k^2 \mp 2pk) / 2m^* \approx z_{\mp}(\rho, k_c) + (k_c \mp p) \frac{q}{m^*} + \frac{q^2}{2m^*}. \quad /7a/$$

$z_+ > 0$  всегда, и особенности у  $\text{Im} \Sigma$  можно ожидать, лишь если  $z_-(k_c) \leq 0$ , т.е. для  $k_c / p \leq p_F / p$  /напомним, что  $k_c \sim p_F$  /1-6/. В этом случае преобразуем /6/ к виду

$$\text{Im} \Sigma^{NN}(\epsilon \pm i0, \vec{p}, \rho, T) = \mp \frac{3f^2 am^* \beta k_c^3}{p(2\pi)^2} \int_{-q_0}^{q_0} dq \times$$

$$\times \left\{ \frac{1}{2\beta} \ln \left( \frac{X^2 + \beta^2 z_-^2}{X^2} \right) + \beta \int_{z_-}^{z_+} \frac{n(z + \epsilon) z dz}{X^2 + \beta^2 z^2} + \beta \int_{z_-}^{z_+} \frac{\chi(z) z dz}{X^2 + \beta^2 z^2} \right\} \quad /8/$$

Последний член здесь отличен от нуля лишь для  $T \neq 0$ . При  $\tilde{\omega} \rightarrow 0$  все члены в /8/, как нетрудно убедиться, остаются при всех  $T$  конечными, кроме этого последнего. Его оценим для  $T \gg \tilde{\omega}^2$ , полагая  $\chi(\xi) \sim T/\xi$ , имеем при  $z_-(k_c) \leq 0$ , т.е. при  $k_c/2 \leq p$

$$\text{Im} \Sigma(\epsilon \pm i0, \vec{p}, \rho, T) \sim \mp \frac{3f^2 am^* k_c^3}{p(2\pi)} \int_{-q_0}^{q_0} dq \frac{T}{X} \times \times \arctg \frac{\beta z}{X} \Big|_{z_-}^{z_+} \sim \mp \frac{3f^2 am^* T k_c^3}{4p\sqrt{\gamma} \tilde{\omega}} \quad /8a/$$

Это выражение расходится  $\sim 1/\tilde{\omega}$  при  $\tilde{\omega} \rightarrow 0$ . Уже отсюда ясно, что при  $T \neq 0$  для состояний с интересующими нас  $k_c, p$ , нельзя ввести понятие квазичастиц вблизи КТПК, т.е. в этих условиях нет одночастичной ветви возбуждений в ядерном веществе. К обсуждению  $\Sigma$  при  $T \neq 0$  мы вернемся ниже.

Для малых  $T \ll \tilde{\omega}^2$  при  $\tilde{\omega} \rightarrow 0$  из /8/ получаем

$$\text{Im} \Sigma(\epsilon \pm i0, p, \rho, T) \approx \mp \frac{3f^2 am^* k_c^3}{2\beta p(2\pi)^2} \int_{-q_0}^{q_0} dq \ln \left( \frac{X^2 + \beta^2 \epsilon^2}{X^2} \right) \quad /8b/$$

- четную функцию  $\epsilon$ , которая обращается в нуль для квазичастиц на поверхности Ферми,  $\epsilon = (p^2 - p_F^2)/2m^*$ , как и следует из общей теории /11,13/. На поверхности Ферми  $(\partial \text{Im} \Sigma / \partial \epsilon)_F = 0$ ,

$$\left( \frac{\partial^2 \text{Im} \Sigma(\epsilon \pm i0)}{\partial \epsilon^2} \right)_F \sim \mp \frac{3\beta^2 am^* k_c^3 f^2}{16\sqrt{\gamma} \tilde{\omega}^3 \pi p_F} \quad /8в/$$

т.е. расходится при  $\tilde{\omega} \rightarrow 0$ . Отсюда для затухания квазичастиц вблизи КТПК имеем

$$\Gamma(\epsilon \pm i0) = \text{Im} \dot{\Sigma}^{-1}(\epsilon \pm i0) \approx \mp \frac{3f^2 k_c^3 \beta^2}{32\pi p_F \sqrt{\gamma}} \frac{a^2 m^* \epsilon^2}{\tilde{\omega}^3} \quad /9/$$

Чтобы выяснить поведение  $\Gamma$  /9/, надо, конечно, еще найти вид  $a, m^*$  при  $\tilde{\omega} \rightarrow 0$ .

3. Как нетрудно заключить, из /6/, с учетом /7/, /8/, в  $\text{Re} \Sigma$  /6/ все члены, кроме последнего, ни при каких  $T$  не расходятся при  $\tilde{\omega} \rightarrow 0$ . Выражение /6a/ при  $T=0$  также остается конечным вблизи КТПК /8/.

Свойства ядерного вещества определяются не только  $\Sigma$ , но и ее производными. Для существования одночастичной ветви возбуждений у границы Ферми вблизи КТПК еще недостаточно, чтобы оставалась конечной  $\text{Re} \Sigma$  /и/, следовательно,  $\mu$  /и/ выполнялось условие  $\text{Im} \Sigma \sim 0$  при  $p \sim p_F$ . Необходимо, как уже отмечалось, /4-4в/, чтобы оставались конечными при  $\tilde{\omega} \rightarrow 0$  производные  $(\partial \Sigma / \partial \epsilon)_F$ ,  $(\partial^2 \Sigma / \partial \epsilon^2)_F$ ,  $(\partial \Sigma / \partial p^2)_F$ , определяющие  $m^*$  и  $a$  для квазичастиц.

Из /6/ получаем общие выражения

$$\frac{\partial \text{Re} \Sigma(\epsilon, p, \rho, T)}{\partial \epsilon} = - \frac{3f^2 k_c^3 am^*}{2p(2\pi)^2} \int_{-q_0}^{q_0} dq \times \times \left\{ X \left[ 2 \int_{z_-}^{z_+} \frac{dz}{X^2 + \beta^2 z^2} \cdot \frac{\partial n(z + \epsilon)}{\partial \epsilon} + \frac{2n(z + \epsilon) - 1}{X^2 + \beta^2 z^2} \Big|_{z_-}^{z_+} \right] + \right. \quad /10/$$

$$+ \frac{2\beta}{\pi} \left[ \frac{z}{X^2 + \beta^2 z^2} \ln \left( \frac{X}{\beta z} \right) \Big|_{z_-}^{z_+} - \frac{\beta}{\pi} \int_0^\infty d\xi \chi(\xi) \times \right.$$

$$\left. \times \frac{4\xi}{X^2 + \beta^2 \xi^2} \left[ \frac{z_+}{z_+^2 - \xi^2} - \frac{z_-}{z_-^2 - \xi^2} \right] \right\}.$$

4. Вначале рассмотрим /10/ при малых  $T \ll \tilde{\omega}^2, \tilde{\omega} \rightarrow 0$ . Тогда  $n(z + \epsilon) = \theta(-z - \epsilon)$ ,  $\partial n(z + \epsilon) / \partial \epsilon = \delta(z + \epsilon)$ , и отсутствует последний член в /10/. Интеграл в /10/, содержащий  $\delta(\epsilon + z)$ , очевидно, отличен от нуля лишь при  $z_-(p, k) \leq 0, k \sim k_c(z_+ > 0$  всегда/, т.е. при  $k_c/2 \leq p \sim p_F$ , и в этом случае получаем оценку для него

$$- \frac{3f^2 k_c^3}{p(2\pi)^2} am^* \int_{-q_0}^{q_0} dq \frac{X}{X^2 + \beta^2 \epsilon^2} \sim - \frac{3f^2 k_c^3 am^*}{p(2\pi)^2 \sqrt{\gamma} (\tilde{\omega}^4 + \beta^3 \epsilon^2)^{1/4}} = - am^* / 11/$$

На границе Ферми,  $p \sim p_F$ ,  $\epsilon = \frac{p - p_F^2}{2m^*} \rightarrow 0$ ,  $\gamma$  расходится при  $\tilde{\omega} \rightarrow 0$ . Как

мы убедимся далее,  $m^* \sim 1/\tilde{\omega}$ , вследствие чего при всех конечных  $p$  имеем  $z_{\pm} \sim \tilde{\omega}$ ,  $z_{\pm} \rightarrow 0$  при  $\tilde{\omega} \rightarrow 0$ . Тогда второй член в /10/, как нетрудно получить, расходится на поверхности Ферми при

$$\tilde{\omega} \rightarrow 0 \sim am^*(\tilde{\omega}^4 + (p^2/2m^*)^2)^{-1/4} \sim \frac{am^*}{\sqrt{\tilde{\omega}}}, \text{ т.е. медленнее первого.}$$

Еще медленнее,  $\sim am^* \ln|\tilde{\omega}|$ , расходится при этом третий член в /10/. Таким образом, асимптотическое поведение  $(\partial \text{Re} \Sigma / \partial \epsilon)_F$  при  $\tilde{\omega} \rightarrow 0$  дается формулой /11/. Для вычисления  $m^*$  надо еще найти  $(\partial \Sigma / \partial p^2)_F$ . Выражение для  $(\partial \Sigma / \partial p^2)$  отличается от /10/ тем, что в нем отсутствует первый член из /10/, содержащий  $(\partial n(\epsilon + z) / \partial \epsilon) \rightarrow \delta(\epsilon + z)$ , а все остальные доумножаются на  $-1/2m^*$ . Как обсуждалось выше, эта часть /10/ при  $a \sim \tilde{\omega}$ ,  $m^* \sim 1/\tilde{\omega}$ ,  $\tilde{\omega} \rightarrow 0$  расходится медленнее, чем  $am^*/\tilde{\omega}$ . Следовательно,  $(\partial \Sigma / \partial p^2)_F$  при  $\tilde{\omega} \rightarrow 0$  расходимостей не содержит в этом случае. В используемом в /16/ приближении  $\Sigma^{NN}$  не зависит от  $\epsilon, p$ , ее производные равны нулю.

5. Члены в  $\Sigma^{N\Delta}$ , содержащие  $\Delta$ -изобару, а также  $\Sigma^{\Delta}$  в /1/, имеют такую же асимптотику при  $\tilde{\omega} \rightarrow 0$ , как и только что исследованные выражения /6/-/11/, отличаясь от них лишь коэффициентами, несущественными для нас, поскольку мы все равно интересуемся лишь особенностями всех величин вблизи КТПК. Важно заметить, что при  $T=0$  вблизи КТПК не происходит существенного роста  $\Sigma^{\Delta}$  как и  $\Sigma^N$ , по сравнению с  $\Sigma$  при обычной плотности  $\rho_0$ , так что

во всяком случае  $M_{\Delta} - m + \Sigma^{\Delta} - \Sigma^N > 0$ , и не происходит при  $T=0$  перехода нуклонов в  $\Delta$ -изобары.

6. Уравнения, определяющие спектроскопический фактор  $a$  и эффективную массу  $m^*$ , /4/-/4в/, вблизи КТПК, получаются из выражений для этих величин  $a, m^*$  через производные  $\Sigma$ , исследованные нами. При  $\tilde{\omega} \rightarrow 0$ ,  $\gamma \rightarrow \infty$  имеем из /11/, /4/, /4б/

$$a \sim \frac{1}{1 + am^* \gamma}, \quad am^* \sim \frac{m}{1 + 2m a \gamma} \sim m \quad /12/$$

$$p \rightarrow p_F, \quad \epsilon \sim 0, \quad \gamma \sim \frac{3f^2 k_c^3 \pi}{p_F (2\pi)^2 \sqrt{\gamma}} \cdot \frac{1}{\tilde{\omega}} \rightarrow \infty,$$

следовательно,

$$a \sim \frac{1}{m\gamma} \sim \tilde{\omega} \cdot \frac{p_F (2\pi)^2 \sqrt{\gamma}}{3f^2 k_c^3 \pi m} = \tilde{\omega} d, \quad m^* = m/a. \quad /12a/$$

Представив  $\epsilon = (p^2 - p_F^2)/2m^*$  с  $m^*$ , а /12a/ в выражение для затухания квазичастиц /9/, получим

$$\Gamma(\epsilon \pm i0) \sim \mp \frac{3}{54} \left( \frac{\beta p_F \pi \sqrt{\gamma}}{f^2 k_c^3 m^2} \right)^2, \quad /126/$$

откуда ясно, что затухание при  $T=0$  у поверхности Ферми оставалось бы для квазичастиц при  $\tilde{\omega} \rightarrow 0$  конечным, т.к.  $a \sim \tilde{\omega}$ ,  $m^* \sim m/\tilde{\omega}$ . Но ввести квазичастицы непосредственно вблизи КТПК согласно полученным выше результатам, нельзя, т.к. из-за расходимости  $(\partial \Sigma / \partial \epsilon)_F$  нельзя разложить  $\Sigma(\epsilon)$  по  $\epsilon$ , т.е. вблизи КТПК  $\Sigma(\epsilon, p)$  не имеет простого полюса  $\epsilon = \epsilon(p)$ , соответствующего энергии квазичастицы с импульсом  $p \sim p_F$ . В этих условиях нет одночастичной ветви возбуждений у границы Ферми. Напомним, что вдали от границы Ферми одночастичных возбуждений нет и при обычной ядерной плотности  $\rho_0$ . Следствия из полученных результатов обсудим в следующей работе, а сейчас рассмотрим свойства  $\Sigma$  вблизи КТПК при  $T \neq 0$ .

7. Исследование ядерного вещества вблизи КТПК для больших  $T \sim 1$  представляет интерес, т.к. необходимые для  $\tilde{n}$ -конденсации большие плотности  $\rho \sim \rho_c(T) \geq 3\rho_0$ , получаемые в столкновениях

тяжелых ядер большой энергии, неминуемо сопровождаются разогревом до  $T \geq 1$  /14/. При достаточно большой температуре,  $T \geq \omega^2$ , вблизи КТПК  $\tilde{\omega} \rightarrow 0$  расходится /8a/, так что в этих условиях квазичастиц заведомо нет. Расходятся, как следует из /8/, и  $\partial \text{Im} \Sigma / \partial \epsilon$ ,  $\partial^2 \text{Im} \Sigma / \partial \epsilon^2$ .

Для  $T \geq \tilde{\omega}^2$  в последнем члене  $\text{Re} \Sigma$  /6/ можно полагать  $\chi(\xi) \sim T/\xi$ . Асимптотическое поведение  $\text{Re} \Sigma$  при  $\tilde{\omega} \rightarrow 0$  определяется этим членом в /6/, который преобразуем к виду

$$-3f^2 T \frac{mk_c^3}{2\beta(2\pi)^2 p} \int_{-q_0}^{q_0} \frac{dq}{X} \ln \left| \frac{\beta^2 z_+^2 + X^2}{\beta^2 z_-^2 + X^2} \right| \sim -\frac{T}{\tilde{\omega}} \frac{3f^2 k_c^3 m}{8\pi p \sqrt{\gamma}} \ln \left| \frac{z_+^2(k_c)}{z_-^2(k_c)} \right|. \quad /13/$$

Это выражение расходится, очевидно, при  $\tilde{\omega} \rightarrow 0$  при любых  $z_{\pm}$ . Для интересующих нас  $\epsilon, p$  /7a/ всегда  $z_+^2 > z_-^2$ , поэтому /13/ вблизи КТПК растет по абсолютной величине, оставаясь отрицательным,  $\text{Re} \Sigma \rightarrow -\infty$  при  $\tilde{\omega} \rightarrow 0$ . Расходится при  $T \neq 0$  и  $\Sigma^{N\Delta}$  /6a/. Как уже отмечалось выше, асимптотические выражения для  $\Sigma^{N\Delta}, \Sigma^{\Delta}$  в /1/ отличаются от  $\Sigma^{NN}$  лишь несущественными для нас коэффициентами. Разумеется, с ростом  $\Sigma^N, \Sigma^{\Delta}$  растет и химпотенциал  $\mu$  так, чтобы сохранялось число барионов. Если  $\Sigma^N, \Sigma^{\Delta} \rightarrow -\infty$ , то это означает, что возрастает энергия связи нуклона / $\Delta$ -изобары/ в ядерном веществе.

Поскольку для  $T \gg \tilde{\omega}^2$ ,  $\Sigma^{N,\Delta}$  расходятся при  $\tilde{\omega} \rightarrow 0$ , вблизи КТПК эти величины могут стать гораздо больше разности масс  $\Delta$ -изобары и нуклона,  $|\Sigma| \gg M_{\Delta} - m$ , вследствие чего в этих условиях может стать несущественным различие между ними.

8. Из выражения /10/ для  $|\partial \text{Re} \Sigma / \partial \epsilon$  можно заключить, что эта величина при  $T \gg \tilde{\omega}^2$  расходится вблизи КТПК. Асимптотическое поведение при  $\tilde{\omega} \rightarrow 0$  определяется последним членом в /10/

$$\frac{\partial \text{Re} \Sigma}{\partial \epsilon} \sim \frac{T}{\tilde{\omega}} \frac{k_c^3 3f^2 m}{4\pi p \beta \sqrt{\gamma}} \left\{ \frac{1}{|z_+(k_c)|} - \frac{1}{|z_-(k_c)|} \right\}. \quad /14/$$

Это выражение расходится при всех  $z_{\pm}$ . Квазичастиц вблизи КТПК при  $T \neq 0$  нет не только из-за наличия расходящейся мнимой части  $\text{Im} \Sigma / 8a$ , но и вследствие расходимости  $\partial \Sigma / \partial \epsilon$ , т.е. нельзя говорить о квазичастицах с большим затуханием вблизи КТПК. Даже опустив  $\text{Im} \Sigma$ , мы не сможем представить  $\Sigma$  в виде /4/, т.к. из-за расходимости  $\partial \Sigma / \partial \epsilon$  нельзя разложить  $\Sigma(\epsilon)$  в ряд по  $\epsilon$ .

Физические следствия полученных результатов обсудим в следующей работе.

Автор благодарен В.А.Ходелю за полезные обсуждения.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Мигдал А.Б. ЖЭТФ, 1971, 51, с. 2209; ЖЭТФ, 1972, 63, с. 1933; Мигдал А.Б., Маркин О.А., Мишустин И.Н. ЖЭТФ, 1974, 66, с. 443.
2. Мигдал А.Б., Маркин О.А., Мишустин И.Н. ЖЭТФ, 1976, 70, с. 1592.
3. Мигдал А.Б. Фермионы и бозоны в сильных полях. "Наука", М., 1978.
4. Бунатян Г.Г. 1980, ЯФ, 31, с. 1186.
5. Бунатян Г.Г., Мишустин И.Н. ОИЯИ, P2-81-291, Дубна, 1981; ОИЯИ, P2-81-500, Дубна, 1981, ЯФ, 1982, 36, с. 1121.
6. Бунатян Г.Г. ОИЯИ, P2-260-82; P2-82-261; P2-82-262, Дубна, 1982.
7. Бразовский С.А. ЖЭТФ, 1975, 68, с. 175.
8. Дюгаев А.М. ЖЭТФ, 1976, 70, с. 2390.
9. Дюгаев А.М. Письма в ЖЭТФ, 1975, 22, с. 919.
10. Oset E., Palanges-Mestre A. Nucl. Phys., 1981, A359, p. 289.
11. Абрикосов А.А., Горьков Л.П., Дзялошинский И.Е. Методы квантовой теории поля в статистической физике. Физматгиз, М., 1962.
12. Koltun D.S., Reitan A. Phys. Rev., 1966, 141, p. 1414.

Рукопись поступила в издательский отдел  
28 сентября 1982 года.

Бунатян Г.Г.

P2-82-695

Ядерное вещество вблизи критической точки  $\pi$ -конденсации

Вблизи критической точки пионной конденсации исследована собственно-энергетическая часть нуклона и  $\Delta$ -изобары в ядерном веществе при различных температурах, обусловленная взаимодействием с пионным полем. Показано, что близость пионного поля к неустойчивости приводит к расходимости этих величин, вследствие чего принципиально меняются свойства ядерного вещества.

Работа выполнена в Лаборатории нейтронной физики ОИЯИ.

Препринт Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1982

Bunatian G.G.

P2-82-695

The Nuclear Matter near by the  $\pi$ -Condensation Critical Point

Near by the pion condensation critical point, the nucleon and  $\Delta$ -isobar selfenergy part in nuclear matter caused by the interaction with the pion field is investigated for various temperatures. It is pointed out, that the pion field closeness to the instability leads to the divergence of these quantities. Owing to that, the properties of the nuclear matter near by the pion condensation critical point change totally.

The investigation has been performed at the Laboratory of Nuclear Physics, JINR.

Preprint of the Joint Inst.

Перевод О.С.Виноградовой.