сообщения
объединенного
института
ядерных
исследований
дубна

Р2-82-575

А.Д.Линкевич, В.И.Саврин,
В.В.Санадзе, Н.Б.Скачков

СКЕЙЛИНГОВЫЕ СВОЙСТВА СТРУКТУРНЫХ ФУНКЦИЙ НУКЛОНА КАК СВЯЗАННОГО СОСТОЯНИЯ КВАРКА И ДИКВАРКА

1982

1. ВВЕДЕНИЕ

Настоящая работа является непосредственным продолжением наших работ [1–5] и посвящена исследованию глубоконеупругого лептон-нуклонного электромагнитного рассеяния. При этом нуклон рассматривается как связанное состояние кварка со спином 1/2 и дикварка со спином 0 или 1. Отметим, что дикварковая модель нуклона приобрела в последние годы известность в связи с обсуждением экспериментально наблюдаемых степенных поправок к структурным функциям нуклона. Этой модели посвящены, в частности, работы [6].

Основы метода нахождения структурных функций адронов в квазипотенциальном подходе [7] были сформулированы в [8]. Дальнейшее развитие этот метод получил в работах [9,1–5], а одновременные уравнения для волновых функций частиц со спинами 0, 1/2 и 1, 1/2 рассматривались также в [10].

В настоящей работе мы проанализируем скейлинговые свойства структурных функций нуклона /раздел 2/ и определим их поведение вблизи упругого порога в случае волновых функций, отвечающих одноглюонному обмену [5] /раздел 3/.

2. АНАЛИЗ СКЕЙЛИНГОВЫХ СВОЙСТВ СТРУКТУРНЫХ ФУНКЦИЙ НУКЛОНА

Полученные в [4] формулы для структурных функций F_1, F_2 нуклона имеют вид*:

$$F_1^{(i)} = M\,[\,V_1^{(i)} + \frac{V_2^{(i)}}{1+\nu^2/Q^2}\,], \quad i = 0,1;$$

$$F_2^{(i)} = \frac{\nu}{2(1+\nu^2/Q^2)}\,[\,V_1^{(i)} + \frac{3\,V_2^{(i)}}{1+\nu^2/Q^2}\,]\,. \qquad /2.1/$$

Здесь значение индекса $i=0$ отвечает случаю, когда дикварк имеет спин 0, а значение $i=1$ – спин 1. Функции $V_j^{(i)}$ / $j=1,2$; $i=0,1$/ задаются формулой

* Мы используем следующие стандартные переменные: $Q^2 = -q^2 > 0$, где q есть переданный импульс /импульс виртуального фотона/; $\nu = Pq/M$, где P - импульс нуклона, а M - его масса; $x = Q^2/2M\nu$; $W^2 = (P+q)^2$.

$$V_j^{(i)} = \frac{1}{2(2\pi)^2\sqrt{\nu^2+Q^2}}\Big[Q_1^2 m_2 \int_{\alpha_1^-}^{\alpha_1^+} du\, q_j^{(i)}(u) +$$

$$+ Q_2^2 m_1 [f_i(Q^2)]^2 \int_{\alpha_2^-}^{\alpha_2^+} dv\, d_j^{(i)}(v), \qquad /2.2/$$

где Q_1 и Q_2 - заряды кварка и дикварка /в единицах e /, m_1 и m_2 - их массы, $f_i(Q^2)$ - электромагнитный формфактор дикварка. Функции $q_j^{(i)} \equiv q_j^{(i)}(u,\nu,W^2)$ и $d_j^{(i)} \equiv d_j^{(i)}(v,\nu,W^2)$ удобно представить в виде:

$$q_1^{(i)} = \rho_1(u,\nu,W^2)\ \tilde q^{(i)}(u),$$

$$q_2^{(i)} = \frac{1}{2}[W^2 - m_1^2 - m_2^2]\ \tilde q^{(i)}(u),$$

$$d_1^{(0)} = -[\rho_2(v,\nu,W^2) + m_1^2 + m_2^2]\ \tilde d^{(0)}(v),$$

$$d_2^{(0)} = (M+\nu)^2\ \tilde d^{(0)}(v), \qquad /2.3/$$

$$d_1^{(1)} = -\frac{2}{3}\{(m_1^2 + 9m_2^2) + 3\rho_2(v,\nu,W^2) -$$

$$-[\rho_2(v,\nu,W^2)]^2/m_2^2\}\ \tilde d^{(1)}(v),$$

$$d_2^{(1)} = \{4m_1 v(-m_1 v + M + \nu)\ [1 + \rho_2(v,\nu,W^2)/2\times$$

$$\times m_2^2] - [\rho_2(v,\nu,W^2)]^2/2m_2^2 + (M+\nu)^2 +$$

$$+ 2m_2^2\}\ \tilde d^{(1)}(v),$$

где

$$\tilde q^{(0)}(u) = M\,(m_1 + \sqrt{m_2^2u^2 + m_1^2 - m_2^2})\ |\psi^{(0)}(u)|^2,$$

$$\tilde q^{(1)}(u) = \frac{M}{3}[m_1(2u-1) - \sqrt{m_2^2u^2 + m_1^2 - m_2^2}]\ |\psi^{(1)}(u)|^2, \qquad /2.4/$$

$$\tilde d^{(0)}(v) = m_1 M(1+v)\ |\psi^{(0)}(v)|^2,$$

$$\tilde d^{(1)}(v) = \frac{1}{3}m_1 M[2(m_1^2v^2 - m_1^2 + m_2^2)/m_2^2 -$$

$$-(v+1)]\ |\psi^{(1)}(v)|^2,$$

и

$$\rho_1(u,\nu,W^2) = -4m_2^2u + 4m_2(M+\nu)u - \qquad /2.5/$$

$$-W^2 + m_1^2 + m_2^2,$$

а ρ_2 получается из ρ_1 заменой $v \to u$, $m_1 \leftrightarrows m_2$. В /2.4/ $\psi^{(0)}$ и $\psi^{(1)}$ - волновые функции кварк-дикварковой системы, когда дикварк имеет спин 0 и 1 соответственно[5]. Пределы интегрирования в /2.2/ имеют вид

$$\alpha_1^{\pm} = (2m_2W^2)^{-1}\{(M+\nu)(W^2 - m_1^2 + m_2^2) \pm$$

$$\pm\sqrt{\nu^2+Q^2}\ \sqrt{(W^2 - m_1^2 + m_2^2)^2 - 4m_2^2W^2}\}, \qquad /2.6/$$

а $\alpha_2^{\pm}$ получаются из $\alpha_1^{\pm}$ заменой $m_1 \to m_2$.

Обычно структурные функции адронов рассматриваются в терминах квадрата переданного импульса Q^2 и бьеркеновской скейлинговой переменной x. В используемом нами подходе более естественными и удобными переменными, как было показано в [1,2], являются квадрат массы конечного адронного состояния W^2, который характеризует степень неупругости процесса рассеяния, и скейлинговая переменная Нахтмана

$$\xi = \frac{\sqrt{\nu^2+Q^2} - \nu}{M}. \qquad /2.7/$$

Эта переменная была впервые введена в работе[11], но не получила, однако, дальнейшего применения в силу того, что пределы ее изменения при фиксированном значении Q^2 зависят от Q^2 и не равны 0 и 1, в отличие от пределов изменения бьеркеновской переменной x. Однако при фиксированном значении W^2 переменная ξ изменяется в интервале $[0,1]$[2]. Отметим, что скейлинговая переменная ξ учитывает массу адрона-мишени M, а при $M=0$ сводится к бьеркеновской переменной x: $\xi = x$.

Проанализируем поведение структурных функций /2.1/ в терминах переменных W^2 и ξ в глубоконеупругой области $W^2 \gg M^2$. Для этого перейдем в /2.2/ от интегрирования по u и v к интегрированию по y и z, положив $u = m_1/m_2\,\mathrm{ch}\,y$, $v = m_2/m_1\,\mathrm{ch}\,z$. Поскольку

$$Q^2 = \frac{\xi}{1-\xi}[W^2 - M^2(1-\xi)],$$

$$\nu = \frac{W^2 - M^2(1-\xi^2)}{2M(1-\xi)}, \qquad /2.8/$$

то

$$V_j^{(i)} = \frac{M(1-\xi)}{(2\pi)^2[W^2 - M^2(1-\xi)^2]}\Big[Q_1^2 m_1 \int_{a_1^-}^{a_1^+} dy\,\times$$

$$\times\,\mathrm{sh}\,y\ q_j^{(i)}(y) + Q_2^2 m_2 f_i^2(Q^2)\int_{a_2^-}^{a_2^+} dz\,\mathrm{sh}\,z\ d_j^{(i)}(z). \qquad /2.9/$$

Здесь пределы интегрирования имеют вид /см.[2] /

$$a_1^+ = \ln \frac{W^2 \gamma_1}{M^2(1-\xi)}, \qquad a_1^- = \ln \gamma_1 (1-\xi),$$

$$a_2^+ = \ln \frac{W^2 \gamma_2}{M^2(1-\xi)}, \qquad a_2^- = \ln \gamma_2 (1-\xi), \qquad /2.10/$$

где

$$\gamma_1 = 2Mm_2 \{(W^2 - m_1^2 + m_2^2) - \sqrt{(W^2 - m_1^2 + m_2^2)^2 - 4m_2^2 W^2}\}^{-1}, \qquad /2.11/$$

а γ_2 получается из γ_1 заменой $m_1 \leftrightarrows m_2$.

Ограничиваясь первыми членами разложения по степеням W^2, нетрудно получить соотношение

$$F_2^{(i)}(\xi, W^2) \approx \xi F_1^{(i)}(\xi, W^2) \qquad /2.12/$$

/которое является аналогом известного соотношения Каллана-Гросса/, а также формулу

$$F_2^{(i)}(\xi, W^2) = \frac{M^2 \xi(1-\xi)}{(2\pi)^2} [\, Q_1^2 m_1 \int_{a_1^-}^{a_1^+} dy\, \mathrm{sh}y\, R_1^{(i)}(y) +$$

$$+ \frac{1}{W^2} Q_1^2 m_1 \int_{a_1^-}^{a_1^+} dy\, \mathrm{sh}y\, R_2^{(i)}(y) + W^2 f_i^2(Q^2)\, Q_2^2 m_2 \times \qquad /2.13/$$

$$\times \int_{a_2^-}^{a_2^+} dz\, \mathrm{sh}z\, R_3^{(i)}(z) + f_i^2(Q^2)\, Q_2^2 m_2 \int_{a_2^-}^{a_2^+} dz\, \mathrm{sh}z\, R_4^{(i)}(z) + 0\left(\frac{1}{W^2}\right).$$

Здесь

$$R_1^{(i)}(y) = \tilde{q}^{(i)}(y) [\, 2m_2 M^{-1} \mathrm{ch}y (1-\xi)^{-1} - 1],$$

$$R_2^{(i)}(y) = \tilde{q}^{(i)}(y) \{ 4m_2 \mathrm{ch}y [-m_2 \mathrm{ch}y + M(1-\xi)^{-1}] +$$

$$+ M^2(1-\xi)(7\xi+1) + m_1^2 + m_2^2 \},$$

$$R_3^{(0)}(z) \equiv 0,$$

$$R_4^{(0)}(z) = \tilde{d}^{(0)}(z) [\, 3(1-\xi)^{-1} - 2m_1 M^{-1} \mathrm{ch}z (1-\xi)^{-1} - 2],$$

$$R_3^{(1)}(z) = \tilde{d}^{(1)}(z)\; 2/3 m_2^2 [\, 2m_1 M^{-1} \mathrm{ch}z (1-\xi)^{-1} - 1]^2,$$

$$R_4^{(1)}(z) = \tilde{d}^{(1)}(z) \{ 4/3 m_2^2 [\, 2m_1 M^{-1} \mathrm{ch}z (1-\xi)^{-1} - 1] \times$$

$$\times [\, 4m_1^2 \mathrm{ch}^2 z - m_1 M(1-\xi) \mathrm{ch}z - M^2(1-\xi)^2/2 - m_1^2 + \qquad /2.14/$$

$$+ m_2^2/2] + 12M^2 \xi (1-\xi) [\, (2m_1 M^{-1} \mathrm{ch}z (1-\xi)^{-1} - 1)/2m_2^2 +$$

$$+ (4M^2(1-\xi)^2)^{-1}]\}.$$

Функции $\tilde{q}^{(i)}, \tilde{d}^{(i)}$ /2.4/ в терминах переменных y и z имеют вид:

$$\tilde{q}^{(0)}(y) = M\, (m_1 + \sqrt{m_2^2\, \mathrm{sh}^2 y + m}\,)\, |\psi^{(0)}(y)|^2,$$

$$\tilde{q}^{(1)}(y) = M/3 [\, m_1 (2\mathrm{ch}y - 1) - \sqrt{m_2^2 \mathrm{sh}^2 y + m_1^2}\,]\, |\psi^{(1)}(y)|^2, \qquad /2.15/$$

$$\tilde{d}^{(0)}(z) = m_1 M\, (\mathrm{ch}z + 1)\, |\psi^{(0)}(z)|^2,$$

$$\tilde{d}^{(1)}(z) = m_1 M/3\, (2m_1^2/m_2^2\, \mathrm{sh}^2 z - \mathrm{ch}z + 1)\, |\psi^{(1)}(z)|^2.$$

В первом интеграле в /2.13/ мы воспользуемся следующим разбиением:

$$\int_{a_1^-}^{a_1^+} dy = \int_{a_1^-}^{\infty} dy - \int_{a_1^+}^{\infty} dy.$$

Поскольку $\gamma_{1,2} \to M/m_{2,1}$ при $W^2 \to \infty$ /2/, то

$$a_{1,2}^- \to \ln \frac{M(1-\xi)}{m_{2,1}} \qquad /2.16/$$

и выражение

$$\int_{a_1^-}^{\infty} dy\, \mathrm{sh}y\, R_1^{(i)}(y)$$

при $W^2 \to \infty$ зависит лишь от скейлинговой переменной Нахтмана ξ. В результате структурные функции нуклона F_k, k=1,2 могут быть представлены в виде

$$F_k(\xi, W^2) = F_k^S(\xi) + F_k^{PS}(\xi, W^2), \qquad /2.17/$$

где F_k^S есть ξ - скейлинговая часть структурной функции F_k, а F_k^{PS} - предскейлинговая часть, причем $F_k^{PS} \to 0$ при $W^2 \to \infty$. Их явный вид следующий:

$$F_2^{(i)\,S}(\xi) \approx \xi\, F_1^{(i)\,S}(\xi) = \frac{M^2\,\xi(1-\xi)}{(2\pi)^2}\, Q_1^2 m_1 \times$$

$$\times \int_{a_1^-}^{\infty} dy\ \mathrm{sh}\, y\ R_1^{(i)}(y), \qquad /2.18/$$

$$F_2^{(i)\,PS}(\xi, W^2) = \xi\, F_1^{(i)\,PS}(\xi, W^2) = \frac{M^2\,\xi(1-\xi)}{(2\pi)^2} \times$$

$$\times \Big[-Q_1^2 m_1 \int_{a_2^-}^{\infty} dy\ \mathrm{sh}\, y\ R_1^{(i)}(y) + \frac{1}{W^2}\, Q_1^2 m_1 \int_{a_1^-}^{a_1^+} dy\ \mathrm{sh}\, y \times$$

$$\times R_2^{(i)}(y) + W^2 f_i^2(Q^2)\, Q_2^2 m_2 \int_{a_2^-}^{a_2^+} dz\ \mathrm{sh}\, z\ R_3^{(i)}(z) + \qquad /2.19/$$

$$+ f_i^2(Q^2)\, Q_2^2 m_2 \int_{a_2^-}^{a_2^+} dz\ \mathrm{sh}\, z\ R_4^{(i)}(z) + 0\,(\frac{1}{W^2}).$$

Как легко видеть из /2.19/, структурные функции нуклона содержат степенные по $1/W^2$ поправки к скейлинговой части /если формфакторы дикварков $f_i(Q^2)$ убывают с ростом Q^2 не медленнее, чем $1/\sqrt{Q^2}$).

3. СТРУКТУРНЫЕ ФУНКЦИИ НУКЛОНА В СЛУЧАЕ ВОЛНОВЫХ ФУНКЦИЙ, ОТВЕЧАЮЩИХ ОДНОГЛЮОННОМУ ОБМЕНУ

В нашей работе/5/ были получены приближенные решения квазипотенциальных уравнений для волновых функций с эффективным ядром, отвечающим одноглюонному обмену. Рассматривался случай, когда поведение формфакторов дикварков выбирается в виде

$$f_i(Q^2) = \frac{\mathrm{th}^2 y_Q}{y_Q\ \mathrm{sh}\, y_Q}, \quad i = 1,2, \qquad /3.1/$$

соответствующем поведению пионного формфактора в КХД/12/

$$f_i(Q^2) \approx \frac{\mathrm{const}}{Q^2 \ln Q^2/\Lambda^2}. \qquad /3.2/$$

Здесь Λ - масштабный параметр КХД, μ_i и ξ_i - некоторые константы, а $y_Q = \mathrm{Arch}\,(1 + Q^2/2m_1^2)$ - быстрота, отвечающая передаче Q^2.

Приближенные решения квазипотенциальных уравнений при этом имеют вид/5/

$$\psi^{(0)}(\chi_p) = \frac{\mathrm{const}\ \mathrm{th}\,\chi_p}{\chi_p \sqrt{\chi_p^2+4}\ \mathrm{ch}\,\chi_p\ (\mathrm{ch}\,\chi_p - h)^2}, \qquad /3.3а/$$

$$\psi^{(1)}(\chi_p) = \frac{\mathrm{const}\ \mathrm{th}\,\chi_p}{\chi_p^2\ \mathrm{ch}^2\chi_p\ (\mathrm{ch}\,\chi_p - h)^2}, \qquad /3.3б/$$

где

$$\chi_p = \ln \frac{p_0 + |\vec{p}|}{m_1}, \qquad h = \frac{m_2}{m_1}\Big(\frac{M}{m_1+m_2} - 1\Big) + 1.$$

Вычислить аналитически интегралы с такими волновыми функциями не удается. Однако получить некоторую информацию о поведении структурных функций можно, не производя вычислений интегралов, которые справедливы во всей кинематической области переменных ξ и W^2. Так, при $\xi \to 1$ все пределы интегрирования стремятся к бесконечности, в силу чего можно воспользоваться асимптотическими выражениями для функций $R_k^{(i)}$. В результате несложно найти, что пороговое поведение /при $\xi \to 1$ / структурных функций нуклона для случая волновых функций /3.3/ имеет вид

$$F_2\ (\xi, W^2) \sim \frac{(1-\xi)^3}{\ln^4 (1-\xi)},$$

согласующийся с точностью до логарифмического фактора с предсказаниями правил кваркового счета.

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей работе найденные нами ранее формулы для структурных функций нуклонов через одновременные волновые функции представлены в виде, удобном для анализа скейлинговых свойств и сравнения с экспериментальными данными. Показано, что для любых волновых функций кварк-дикварковой системы эти формулы содержат скейлинговые части, зависящие от переменной Нахтмана ξ, и степенные по $1/W^2$ поправки. Установлено пороговое /при $\xi \to 1$/ поведение структурных функций нуклона.

Авторы благодарны В.Г.Кадышевскому, С.П.Кулешову, А.Н.Квинихидзе и А.В.Радюшкину за интерес к работе и полезные обсуждения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Kapshay V.N., et al. Nuovo Cim., 1981, 66A, p. 45; ОИЯИ, Р2-81-481, Дубна, 1981.
2. Savrin V.I., Skachkov N.B. Nuovo Cim., 1981, 65A, p.1.
3. Linkevich A.D., Savrin V.I., Skachkov N.B. JINR, E2-82-611, Dubna, 1981.
   Kapshay V.N. et al. E2-82-36, Dubna, 1982.
4. Linkevich A.D. et al. JINR, E2-82-130, P2-82-263, Dubna, 1982.
5. Linkevich A.D. et al. JINR, P2-82-32, Dubna, 1982.

6. Schmidt I.A., Blankenbecler R. Phys.Rev., 1977, D16, p.1318. Blankenbecler R. Preprint SLAC-PUB-2521, Staford, SLAC, 1980. Frazer W.R., Guinon J.F. Phys.Rev.Lett., 1980, 45, p. 1138. Abbot L.F., Atwood W.B., Barnett R.M. Phys.Rev., 1980, D22, p. 582.
7. Logunov A.A., Tavkhelidze A.N. Nuovo Cim., 1963, 29, p. 380.
8. Faustov R.N. Proc. V Intern.Symposium on Many Particle Hydrodynamics. Eisenach and Leopzig, June 4-10, 1974, p. 769.
9. Саврин В.И. ТМФ, 1976, 29, с. 347; 1979, 39, с. 48; Квинихидзе А.Н., и др. ЭЧАЯ, 1977, 8, с. 478; Красников Н.В., Четыркин К.Г. Препринт ИЯИ, П-0036, М., 1976; Атакишиев Н.М., Мир-Касимов Р.М., Нагиев Ш.М. ОИЯИ, Р2-80-635, Дубна, 1980.
10. Khrustalev O.A., Savrin V.I., Tyurin N.Ye. JINR, E2-4479, Dubna, 1969.
Гарсеванишвили В.Р., Матвеев В.А., Слепченко Л.А. ЭЧАЯ, 1970, 1, с. 91.
Матвеев М.Д., Мир-Касимов Р.М., Скачков Н.Б. ТМФ, 1972, 10, с.3.
Гарсеванишвили В.Р. и др. ТМФ, 1972, 11, с. 37; 1972, 12, с. 384;
Голоскоков С.В. и др. ТМФ, 1975, 24, с. 147.
Каримходжаев А., Фаустов Р.Н. ЯФ, 1979, 29, с. 463.
11. Nachtmann O. Nucl.Phys., 1974, B78, p.455.
12. Ефремов А.В., Радюшкин А.В. ТМФ, 1980, 42, с. 147; Phys.Lett., 80, 94B, p.245;
Диттес Ф.-М., Радюшкин А.В. ЯФ, 1981, 34, с. 529.

Рукопись поступила в издательский отдел
22 июля 1982 года.

Линкевич А.Д. и др. Р2-82-575
Скейлинговые свойства структурных функций нуклона как связанного состояния кварка и дикварка

Выражения для структурных функций нуклона через одновременные волновые функции представлены в виде, удобном для анализа скейлинговых свойств и сравнения с экспериментальными данными. Показано, что для любых волновых функций кварк-дикварковой системы эти формулы содержат скейлинговые части, зависящие от переменной Нахтмана ξ, и степенные по $1/W^2$ поправки. Установлено поведение структурных функций вблизи упругого порога.

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики ОИЯИ.

Сообщение Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1982

Linkevich A.D. et al. P2-82-575
Scaling Properties of the Structure Functions of Nucleons as a Quark-Diquark Bound State

Expressions for the nucleon structure functions through the single-time wave functions are represented in the form that is convenient for analysis of scaling properties and comparison with experimental data. It is shown that at any wave functions of the quark-diquark system these formulae contain scaling parts depending on the Nachtmann variable ξ and power $1/W^2$-corrections. The behaviour of the structure functions is determined near the elastic threshold.

The investigation has been performed at the Laboratory of Theoretical Physics, JINR.

Communication of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1982

Перевод О.С.Виноградовой.