



**СООБЩЕНИЯ  
ОБЪЕДИНЕННОГО  
ИНСТИТУТА  
ЯДЕРНЫХ  
ИССЛЕДОВАНИЙ  
ДУБНА**

4866/82

P2-82-550

**Ш.И.Вашакидзе, В.А.Матвеев**

**О МАГНИТНОМ МОМЕНТЕ  
СИЛЬНОСВЯЗАННОЙ СИСТЕМЫ**

**1982**



$$\mathbf{H} = \vec{a}\vec{p} + \beta m + H_f + H_{int}, \quad /1/$$

где

$$H_f = \frac{1}{2} \sum \omega_f (p_f p_f + q_f q_f), \quad /2/$$

$$H_{int} = g \sum A_f e^{i\vec{r}\vec{q}} q_f, \quad /2/$$

$\vec{p}$  и  $\vec{r}$  - канонические переменные спинорной частицы с большой массой  $m$  ( $m \sim g^2$ );  $g$  - константа связи, которая выбирается большой  $g \gg 1$ ;  $p_f$  и  $q_f$  - канонические переменные поля. Для простоты предположим, что система заключена в ограниченном объеме и, следовательно, удовлетворяются коммутационные соотношения:

$$[p_f, q_{f'}] = -i\delta_{ff'}, \quad [\vec{p}, \vec{r}] = -i. \quad /3/$$

Формфакторы  $A_f$  и частоты поля  $\omega_f$  удовлетворяют условиям вещественности:

$$A_f^* = A_{-f}, \quad \omega_f = \omega_{-f},$$

и предполагается, что они не приводят к расходящимся выражениям.

Выбранный нами гамильтониан приводит к хорошо известному уравнению для векторной связи, рассмотренной в работах /2,7/, с той разницей, что дополнительно в нашем гамильтониане /1/ присутствует собственно энергетическая часть квантового поля. Наличие этого члена обязательно для строгого учета квантового характера поля и, как будет видно из дальнейших рассуждений, играет важную роль при определении таких характеристик системы, как эффективная масса и магнитный момент. Четырехкомпонентный спинор  $\Psi$ , описывающий нашу систему, представим в виде

$$\Psi = \begin{pmatrix} \phi \\ \chi \end{pmatrix},$$

после чего приходим к уравнениям

$$\chi = \frac{1}{E + m - H_f - H_{int}} (\vec{\sigma} \cdot \vec{p}) \phi, \quad /4/$$

$$\{(E - H_f - H_{int})^2 - \vec{P}^2 - m^2\} \phi = 0. \quad /5/$$

Совершим теперь преобразования Боголюбова к новым переменным  $\vec{q}$ ,  $\vec{\lambda}$  и  $Q_f$ :

$$q_f = e^{i\vec{r}\vec{q}} (gU_f + Q_f), \quad \vec{r} = \vec{q} + \frac{1}{g}\vec{\lambda}. \quad /6/$$

Здесь  $U_f$  - некоторые с-числа /классическое значение поля/;  $Q_f$  - новые квантовые координаты поля. Переменная  $\vec{q}$  описывает движение системы как целого, а  $\vec{\lambda}$  является координатой, характеризующей движение частицы относительно центра системы.

Для сохранения числа независимых переменных при преобразованиях /6/ накладываются три связи  $\sum f U_f^* Q_f = 0$ , где  $U_f$  - некие с-числа, удовлетворяющие условиям вещественности и ортонормированности:

$$U_f^* = U_{-f}, \quad \sum f_{\alpha} f_{\beta} U_f U_f^* = \delta_{\alpha\beta}.$$

Коммутационные соотношения /3/ будем реализовывать в представлении  $\{q_f, \vec{r}\}$ , предполагая

$$p_f = -i \frac{\partial}{\partial q_f}, \quad \vec{p} = -i \frac{\partial}{\partial \vec{r}}. \quad /7/$$

С помощью соотношений преобразований дифференциалов  $p_f$  и  $\vec{p}$  представляются в терминах новых координат  $Q_f, \vec{q}$  и  $\vec{\lambda}$  /5,8/:

$$\vec{p} = -ig \frac{\partial}{\partial \vec{\lambda}}, \quad /8/$$

$$p_f = -i \frac{\partial}{\partial q} = e^{-if\vec{q}} \{p'_f + \frac{i}{g} U_f^* \vec{h}_f (\vec{P} + ig \vec{\lambda} + i \sum f' p'_f Q_{f'})\}. \quad /9/$$

где

$$\vec{h}_{f\alpha} = (1 - \frac{1}{g} \hat{F})_{\alpha\beta}^{-1} f_{\beta}, \quad \hat{F}_{\alpha\beta} = \sum f_{\alpha} f_{\beta} U_f^* Q_f,$$

$$p'_f = \sum A_{ff'} (-i \frac{\partial}{\partial Q_{f'}}), \quad A_{ff'} = \delta_{ff'} - U_f (\vec{r}\vec{r}') U_f^*,$$

$$\vec{r}' = -i \frac{\partial}{\partial \vec{q}}.$$

После такой замены переменных из-за трансляционной инвариантности гамильтониан не зависит от переменной  $\vec{q}$ , что соответствует явному учету закона сохранения импульса. При этом для больших  $g$  уравнение /5/ можно разложить в ряд теории возмущений по обратным степеням константы  $g$ .

Представляя в уравнении /5/

$$E = g^2 E_2 + g E_1 + E_0 + \dots, \quad m = g^2 \mu,$$

получаем в ведущем порядке по константе связи /порядок  $g^4$  /

$$\{[E_2 - \frac{1}{2} \sum \omega_f |U_f|^2 - \sum A_f U_f]^2 - \mu^2\} \phi = 0. \quad /10/$$

В следующем порядке /порядок  $g^3$  / с точностью до несущественного с-числового множителя приходим к уравнению

$$\{E_1 - \sum \omega_f U_f Q_f - \sum A_f [i (\vec{r}\vec{\lambda}) U_f + Q_f]\} \phi = 0. \quad /11/$$

Для существования регулярного решения мы должны потребовать тождественного обращения в нуль оператора в левой части этого уравнения, который линеен по переменным поля. Это требование определяет классические значения поля:

$$U_f = - \frac{A_f^*}{\omega_f}, \quad /12/$$

при этом  $E_1=0$ .

Если теперь потребовать обращения  $E_2$  в нуль, мы получим условие, накладываемое на значения параметров нашей задачи:

$$\mu = \frac{1}{2} \cdot \sum \frac{1}{\omega_f} |A_f|^2, \quad /13/$$

которое в работе /8/ было названо условием захвата частицы полем.

После этого в разложении /5/ в ряд теории возмущений ведущими являются члены второго порядка по константе связи.

Прежде чем выписать уравнение, удобно совершить канонические преобразования:

$$\Psi = e^{ig\vec{J}\vec{q} + i\sum S_f Q_f + i\mu(\vec{c}\vec{\lambda})} \phi,$$

где  $g\vec{J} = \vec{p}$  - значение полного импульса системы;  $\vec{c}$  - пока произвольный вектор, а  $S_f$  - с- числа, удовлетворяющие условиям

$$\sum S_f U_f \vec{f} = 0, \quad S_f^* = S_{-f}.$$

Уравнение можно переписать в более удобной форме, введя новые переменные:

$$\tilde{Q}_f = Q_f + iU_f(\vec{f}\vec{\lambda}),$$

$$-i \frac{\partial}{\partial \tilde{Q}_f} = -i \frac{\partial}{\partial Q_f} + iU_f \sum (f f') U_{f'} \frac{\partial}{\partial Q_{f'}} - U_f^* (f \vec{\lambda}).$$

Оно принимает вид

$$E_0 \Psi = H_0 \Psi, \quad /14/$$

где

$$H_0 = W_0 + D + N, \quad /15/$$

$$W_0 = \frac{\mu \vec{c}^2}{2} + \frac{1}{2} \cdot \sum \omega_f |a_f'|^2, \quad /16/$$

$$D = \frac{1}{2\mu} \cdot (\sum \vec{f} U_f \frac{\partial}{\partial \tilde{Q}_f})^2 + \frac{1}{2} \cdot \sum |Q_f Q_{-f}| \frac{\partial}{\partial \tilde{Q}_f} \frac{\partial}{\partial \tilde{Q}_{-f}} \omega_f, \quad /17/$$

$$N = \sum \{U_f(\vec{f}\vec{c}) - i\omega_f a_f'^*\} \frac{\partial}{\partial \tilde{Q}_f}, \quad /18/$$

при

$$a_f' = S_f + iU_f^*(\vec{f}[\vec{J} - \mu\vec{c}]).$$

Полученные нами уравнения /12/, /13/ и /14/ совпадают с соответствующими уравнениями, получаемыми при изучении задачи о движении массивной бесспиновой частицы в скалярном квантованном поле /8,5/. Детальное исследование спектра внутренних возбуждений системы, описываемой гамильтонианом /15/, дано в работах /8,9/.

Определим теперь эффективную массу системы. Из условия обращения линейного нерегулярного члена N в нуль и уравнений /13/ определяем константы  $S_f$  и  $\vec{c}$ :

$$S_f = i \left[ \frac{U_f^*}{\omega_f} + \mu U_f^* \right] (\vec{f}\vec{c}) - i U_f^* (\vec{f}\vec{J}),$$

$$\vec{J} = \left[ \mu + \frac{1}{3} \cdot \sum f^2 \frac{|U_f|^2}{\omega_f} \right] \vec{c},$$

кинетическая энергия системы  $W_0$  представляется в виде

$$W_0 = \frac{1}{2} \left[ \mu + \frac{1}{3} \cdot \sum f^2 \frac{|U_f|^2}{\omega_f} \right] \vec{c}^2. \quad /19/$$

Из этих выражений легко определяем физический смысл вектора

$$\vec{V} \equiv \langle \vec{q} \rangle = \frac{\partial E}{\partial g\vec{J}} = \frac{1}{g} \vec{c}.$$

Таким образом,  $\vec{c}$  с точностью до фактора  $1/g$  определяет скорость системы. Таким образом, из уравнения /19/ следует, что эффективная инертная масса частицы равняется

$$m_{эфф.} = m + \frac{1}{3} g^2 \sum f^2 \frac{|A_f|^2}{\omega_f^3}. \quad /20/$$

Надо отметить, что определение эффективной массы системы основано на исследовании соотношения между интегралами движения энергии и полного импульса системы, которые наглядно выделяются с помощью канонического преобразования Н.Н.Боголюбова.

Как было показано в работе /8/, значение эффективной массы /20/ можно получить исходя из явного вида функций Грина. Там же приводится модельный гамильтониан, с помощью которого легко проследить некоторые характерные особенности определения эффективной массы.

Построенная выше схема теории возмущений позволяет легко найти магнитный момент квазичастичного образования. Для этого рассмотрим гамильтониан нашей системы во внешнем слабом электромагнитном поле (АФ):

$$H = [\vec{\alpha}(\vec{p} - e\vec{A}) + \beta m] + e\Phi + H_f + H_{int}.$$

Опять представляя четырехкомпонентный спинор в виде  $\Psi = \begin{pmatrix} \phi \\ \chi \end{pmatrix}$ , окончательно приходим к уравнению

$$E\phi = \frac{(\vec{p} - e\vec{A}) - e(\vec{\sigma}H)}{E + m - e\Phi - H_f - H_{int}} \cdot \phi + (m + e\Phi + H_f + H_{int})\phi.$$

Откуда, учитывая /13/, /6/, легко находим магнитный момент системы в главном приближении теории возмущений:

$$\vec{m} = 2 \frac{e}{2m} \vec{S}. \quad /21/$$

Таким образом, эффективно при условии захвата частицы полем система характеризуется дираковским магнитным моментом и массой, равной массе "голого" фермиона, определяемой из уравнения /20/ при пренебрежении квантовыми поправками в эффективной массе.

Если теперь предположить, что  $\omega_f$  - частоты безмассового поля:  $\omega_f^2 = f^2$ , то, учитывая условие /13/, получаем для эффективной массы

$$m_{\text{эфф}} = \frac{5}{3} m.$$

Магнитный момент /21/ представляется в виде

$$\vec{m} = \frac{10}{3} \frac{e}{2m} \vec{S},$$

что соответствует наличию аномального магнитного момента.

Заметим, что эффективные размеры связанной системы, определяемые амплитудой "дрожания"  $\lambda$ , с ростом силы взаимодействия стремятся к нулю как  $1/g$ . Подобная система могла бы рассматриваться как модель составного фермиона, имеющего малую энергию и малые размеры. Однако, как показывает проведенное нами рассмотрение, при условиях  $m \sim g^2$  и  $g \rightarrow \infty$  магнитный момент такого фермиона очень отличается от дираковского значения.

В заключение авторы выражают глубокую благодарность Н.Н.Боголюбову и А.Н.Тавхелидзе за интерес к работе. Мы признательны А.А.Хелашвили за плодотворные обсуждения.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Overseth M. In: Baryon 1980. Proceedings of the International Conference on Baryon Resonances, Toronto (ed. Nathen Isgur). Univ. of Toronto, Toronto, 1981, p. 461; Satche R.G. Phys.Rev. D., 1981, 23, p. 1148.
2. Bander M. et al. Phys.Rev.Lett., 1981, V47, p. 549.
3. Shaw G.B., Slansky R. Phys.Rev.D, 1980, 22, p. 1760; Derman E. Phys.Rev. D, 1981, 23, p. 1623; Phys.Lett.D, 95B, p. 369; Vishjic-Trientafillon V. Phys.Rev.D., 1982, V25, p. 248.

4. Боголюбов Н.Н., Струминский Б.В., Тавхелидзе А.Н. ОИЯИ, Д-1968, Дубна, 1968; Боголюбов Н.Н. и др. Вопросы физики элементарных частиц. Изд-во АН Арм.ССР, Ереван 1966; Боголюбов П.Н. ОИЯИ, Р-4274, Дубна, 1967.
5. Боголюбов Н.Н. УНЖ, 1950, 2, с. 3; Избранные труды "Наукова думка", Киев, 1970, т. 2; Солодовникова Е.П., Тавхелидзе А.Н., Хрусталеv О.А. ТМФ, 1972, 10, с. 162.
6. Ellis J., Caillard M., Zumino B. Phys.Lett., 1980, 94B, p. 343; t'Hooft G. In: Recent Developments in Gauge Theories. Ed. G. t'Hooft et al. Plenum Press, New York, 1980.
7. Lipkin H., Tavkhelidze A.N. Phys.Lett., 1965, 17, p. 331.
8. Вашакидзе Ш.И., Матвеев В.А. ТМФ, 1980, 55, с. 360.
9. Вашакидзе Ш.И., Матвеев В.А. ОИЯИ, Р2-11637, Дубна, 1978.

Рукопись поступила в издательский отдел  
14 июля 1982 года.

## НЕТ ЛИ ПРОБЕЛОВ В ВАШЕЙ БИБЛИОТЕКЕ?

Вы можете получить по почте перечисленные ниже книги, если они не были заказаны ранее.

Д13-11182	Труды IX Международного симпозиума по ядерной электродинамике. Варна, 1977.	5 р. 00 к.
Д17-11490	Труды Международного симпозиума по избранным проблемам статистической механики. Дубна, 1977.	6 р. 00 к.
ДБ-11574	Сборник аннотаций XV совещания по ядерной спектроскопии и теории ядра. Дубна, 1978.	2 р. 50 к.
Д3-11787	Труды III Международной школы по нейтронной физике. Алушта, 1978.	3 р. 00 к.
Д13-11807	Труды III Международного совещания по пропорциональным и дрейфовым камерам. Дубна, 1978.	6 р. 00 к.
	Труды VI Всесоюзного совещания по ускорителям заряженных частиц. Дубна, 1978 /2 тома/	7 р. 40 к.
Д1,2-12036	Труды V Международного семинара по проблемам физики высоких энергий. Дубна, 1978	5 р. 00 к.
Д1,2-12450	Труды XII Международной школы молодых ученых по физике высоких энергий. Приморско, НРБ, 1978.	3 р. 00 к.
	Труды VII Всесоюзного совещания по ускорителям заряженных частиц, Дубна, 1980 /2 тома/	8 р. 00 к.
Д11-80-13	Труды рабочего совещания по системам и методам аналитических вычислений на ЭВМ и их применению в теоретической физике, Дубна, 1979	3 р. 50 к.
Д4-80-271	Труды Международной конференции по проблемам нескольких тел в ядерной физике. Дубна, 1979.	3 р. 00 к.
Д4-80-385	Труды Международной школы по структуре ядра. Алушта, 1980.	5 р. 00 к.
Д2-81-543	Труды VI Международного совещания по проблемам квантовой теории поля. Алушта, 1981	2 р. 50 к.
Д10,11-81-622	Труды Международного совещания по проблемам математического моделирования в ядерно-физических исследованиях. Дубна, 1980	2 р. 50 к.
Д1,2-81-728	Труды VI Международного семинара по проблемам физики высоких энергий. Дубна, 1981.	3 р. 60 к.
Д17-81-758	Труды II Международного симпозиума по избранным проблемам статистической механики. Дубна, 1981.	5 р. 40 к.
Д1,2-82-27	Труды Международного симпозиума по поляризационным явлениям в физике высоких энергий. Дубна, 1981.	3 р. 20 к.
Р18-82-117	Труды IV совещания по использованию новых ядерно-физических методов для решения научно-технических и народнохозяйственных задач. Дубна, 1981.	3 р. 80 к.

Заказы на упомянутые книги могут быть направлены по адресу:  
101000 Москва, Главпочтамт, п/я 79  
Издательский отдел Объединенного института ядерных исследований

Вашакидзе Ш.И., Матвеев В.А. P2-82-550  
О магнитном моменте сильносвязанной системы

На основе метода коллективных координат Н.Н.Боголюбова рассматривается задача о массивной спинорной частице, сильно взаимодействующей с квантовым полем. Показано, что система характеризуется магнитным моментом, значительно отличающимся от дираковского. Характер возникновения аномального магнитного момента квазичастичного образования определяется квантовой природой поля, которая проявляется в возникновении инертного облака поляризаций вокруг спинорной частицы.

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики ОИЯИ.

Сообщение Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1982

Vashakidze Sh.I., Matveev V.A. P2-82-550  
About Magnetic Moment of the Strongly Bound System

On the basis of Bogolubov's collective coordinate method the problem of a massive spinor particle strongly interacting with the quantized field is studied. It is shown that the system magnetic moment differs from Dirac's one. The character of the anomalous magnetic moment of the quasi-particle is defined by the quantum nature of the field, what reveals in arising of an inert polarization cloud around the spinor particle.

The investigation has been performed at the Laboratory of Theoretical Physics, JINR.

Communication of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1982

Перевод О.С.Виноградовой.