сообщения
объединенного
института
ядерных
исследований
дубна

Р2-82-491

В.И.Иноземцев

О КОНФИГУРАЦИЯХ КЛАССИЧЕСКИХ ПОЛЕЙ ЯНГА-МИЛЛСА С СИМПЛЕКТИЧЕСКИМИ ГРУППАМИ СИММЕТРИИ, ОБЛАДАЮЩИХ ТОПОЛОГИЧЕСКИМ ЗАРЯДОМ $K = 4$

1982

I. Описание всех мультиинстантонных конфигураций классических полей Янга-Миллса с данным топологическим зарядом $k = -\frac{1}{16\pi^2}\int Sp(\mathcal{F}_{\mu\nu}\mathcal{F}^*_{\mu\nu})d^4x$, как было показано несколько лет тому назад в работе Атьи, Хитчина, Дринфельда и Манина (АХДМ)/I/, может быть достигнуто путем исследования чисто алгебраической нелинейной проблемы. Все решения уравнений дуальности $\mathcal{F}_{\mu\nu} = \pm \mathcal{F}^*_{\mu\nu}$ для произвольных компактных калибровочных групп, не имеющие (с точностью до калибровочных преобразований) сингулярных особенностей в R^4, согласно/I/ допускают представление в виде

$$\mathcal{A}_\mu(x) = N^+(x)\partial_\mu N(x) \quad , N^+N = I , \tag{I}$$

где N - матрица, размеры которой определяются калибровочной группой и числом k. Для симплектических групп $Sp(n)$ (в частности, для $SU(2) \equiv Sp$ (I)) структура этой матрицы наиболее проста/2/: N -матрица кватернионов $(n+k)\times n$, являющаяся решением линейного уравнения

$$N^+M(x) = 0, \tag{2}$$

где M - матрица кватернионов $(n+k)\times k$, линейно зависящая от кватерниона $x = x_0 - i\vec{\sigma}\vec{x}$ ($\vec{\sigma}$ - матрицы Паули):

$$M = B - Cx. \tag{3}$$

Для любых значений x матрица M должна удовлетворять нелинейному соотношению/I/

$$M^+M = r(x), \tag{4}$$

где $r(x)$ - матрица вещественных чисел размером $k\times k$, обладающая обратной всюду в R^4, за исключением конечного числа точек $\{x_\alpha\}$. Инвариантность соотношений (2), (4) и потенциала $\mathcal{A}_\mu$ (I) относительно линейных преобразований (3) позволяет привести M к канонической форме/3/:

$$C_{ij} = 0 \;,\; i\le n \;;\; C_{ij} = \delta_{i-n,j},\; i>n; \qquad B_{ij} = B_{j+n,i-n} \;,\; i>n, \tag{5}$$

т.е. совокупность последних k строк B является симметричной матрицей $\tilde{B}_{\ell j}$, $1 \le \ell, j \le k$. При использовании обозначения $\tilde{q}_{ij} = B_{ij}$, $1 \le i \le n$, соотношение (4) можно представить в виде $\frac{3k(k-1)}{2}$ нелинейных уравнений, связывающих $\tilde{q}_{ij}$ и $\tilde{B}_{\ell j}$:

$$\tilde{B}^{+}\tilde{B} + \tilde{q}^{+}\tilde{q} = r, \tag{6}$$

где r – вещественная матрица; $\tilde{q}$, $\tilde{B}$ определены с точностью до преобразований

$$\tilde{B} \to O^{+}\tilde{B}O, \quad \tilde{q} \to \tilde{q}O, \\ \tilde{q} \to S\tilde{q}. \tag{7}$$

Здесь O – произвольная вещественная ортогональная матрица, $S \in Sp(n)$. В описанной выше конструкции АХДМ поле $A_\mu(x)$, соответствующее произвольной мультиинстантонной конфигурации, можно построить по матрице B посредством стандартных операций линейной алгебры. Для приложений в квантовой теории (вычисления пропагаторов скалярных и фермионных полей в присутствии инстантонов/3,4/, детерминантов линейных операторов, возникающих при оценках функциональных интегралов/5/) необходимо найти решения системы (6), позволяющие определить явную зависимость $N_\mu(x)$, $A_\mu(x)$ от параметров конфигураций k инстантонов.

Общее решение (6) для произвольных k (содержащее для $SU(2)$ $8k-3$ физических параметров) до настоящего времени не построено/2/. Наиболее простыми частными решениями являются $5k$ – параметрический анзац т'Хоофта, для которого $\vec{B}, \tilde{q}$ –диагональная и вещественная матрицы соответственно, и его расширение посредством конформных преобразований/6/ до многообразия размерности ($5k+4$). Известно также общее решение при $k=3$ и асимптотическое разложение для произвольных k , применимое в пределе больших расстояний между инстантонами/3/.

В настоящей работе показано, каким образом можно построить общее решение (6) в случае k = 4. При этом наибольшие трудности возникают для группы $SU(2)$; при $n \ge 2$ для нахождения решений

(6) может быть использован способ/3/, предложенный для анализа (6) в случае $k=3$. Указывается также сравнительно простой набор матриц $\{\vec{B}, \tilde{q}\}$ для произвольных $k \ge 2$, зависящих от $(4k+3)$ параметров и не входящих в анзац т'Хоофта.

2. Условие вещественности матрицы $\tilde{B}^{+}\tilde{B} + \tilde{q}^{+}\tilde{q}$ можно записать в следующей форме:

$$\sum_{s=1}^{n} \left([\vec{Q}_{si}, \vec{Q}_{sj}] - q_{si}\vec{Q}_{sj} + q_{sj}\vec{Q}_{si} \right) + \sum_{\ell=1}^{k} [\vec{B}_{\ell i}, \vec{B}_{\ell j}] - \{b, \vec{B}\}_{ij} = 0, \tag{8}$$

$$1 \le i < j \le k ,$$

где введены обозначения: $\tilde{q} = q - i\vec{\sigma}\vec{Q}$, $\tilde{B} = b - i\vec{\sigma}\vec{B}$; $q, \vec{Q}, b, \vec{B}$ – вещественные матрицы, $\{b, B\} = b\vec{B} - \vec{B}b$. Преобразованиями (7) матрица b всегда может быть приведена к диагональному виду, а $q, \vec{Q}$ – к квазитреугольному:

$$b_{ij} = b_j \delta_{ij} , \\ q_{si} = 0, \ s > k+1-i \ ; \ \vec{Q}_{si} = 0, \ s \ge k+1-i . \tag{9}$$

При рассмотрении решений (8) для группы $SU(2)$ будем опускать первый индекс у элементов матриц $q, \vec{Q}$, полагая $q_{1i} = q_i$, $\vec{Q}_{1i} = \vec{Q}_i$ (отметим, что согласно (9) $\vec{Q}_k = 0$).

Поскольку векторы $\{\vec{B}_{ii}\}$ образуют набор, входящий в систему (8) линейно, выделим из матриц $\vec{B}$ диагональные части:

$$\vec{B}_{ij} = \vec{Y}_i \delta_{ij} + \vec{X}_{ij} , \quad \vec{X}_{ii} = 0 . \tag{10}$$

Величины $\{\vec{Y}_i, b_i\}$ присутствуют в (8) лишь в виде разностей $\vec{Y}_i - \vec{Y}_j$, $b_i - b_j$. Вводя обозначение

$$\vec{z}_i = \vec{Y}_i - \vec{Y}_k , \ z_i = b_i - b_k , \ i = 1, \dots, k-1, \tag{11}$$

представим систему (8) при $k=4$ для группы $SU(2)$ в виде

$$q_4 \vec{Q}_1 + [\vec{z}_1, \vec{X}_{14}] - z_1 \vec{X}_{14} + \vec{W}_1 = 0, \\ q_4 \vec{Q}_2 + [\vec{z}_2, \vec{X}_{24}] - z_2 \vec{X}_{24} + \vec{W}_2 = 0, \tag{8a} \\ q_4 \vec{Q}_3 + [\vec{z}_3, \vec{X}_{34}] - z_3 \vec{X}_{34} + \vec{W}_3 = 0,$$

$$
\begin{aligned}
&[\vec{Q}_1,\vec{Q}_3] - q_1\vec{Q}_3 + q_3\vec{Q}_1 + [\vec{z}_1-\vec{z}_3, \vec{X}_{13}] - (z_1-z_3)\vec{X}_{43} + \vec{T}_{13} = 0,\\
&[\vec{Q}_2,\vec{Q}_3] - q_2\vec{Q}_3 + q_3\vec{Q}_2 + [\vec{z}_2-\vec{z}_3, \vec{X}_{23}] - (z_2-z_3)\vec{X}_{23} + \vec{T}_{23} = 0,\\
&[\vec{Q}_1,\vec{Q}_2] - q_1\vec{Q}_2 + q_2\vec{Q}_1 + [\vec{z}_1-\vec{z}_2, \vec{X}_{12}] - (z_1-z_2)\vec{X}_{12} + \vec{T}_{12} = 0,
\end{aligned}
\tag{8б}
$$

где
$$\vec{W}_i = \sum_{\ell=1}^{3} [\vec{X}_{\ell i}, \vec{X}_{\ell 4}],\ i = 1,2,3,$$
$$\vec{T}_{ij} = \sum_{\ell=1}^{4} [\vec{X}_{\ell i}, \vec{X}_{\ell j}].$$

Подсистема (8б) при $\vec{Q}_3 = 0$ соответствует случаю $k = 3$; ее решение может быть легко найдено, если в качестве 9 неизвестных величин выбрать $\vec{Q}_1, \vec{Q}_2$, $q_i, i = 1,2,3$ /3/. При $k = 4$ число элементов матриц $q, \vec{Q}, b, \vec{B}$, подлежащих определению посредством (8а–б) через остальные, составляет 18. Выбор девяти из них очевиден: согласно (8а)

$$\vec{Q}_i = q_4^{-1}\left([\vec{X}_{i4}, \vec{z}_i] + z_i\vec{X}_{i4} - \vec{W}_i\right),\ i = 1,2,3. \tag{12}$$

Основную трудность представляет выделение такого набора остальных 9 элементов, для которого степень алгебраических уравнений подсистемы (8б) с учетом соотношений (12) является минимальной. Заметим, что включение в этот набор любого из элементов матрицы $\vec{X}$ приводит к уравнениям выше 5-й степени, поэтому его следует составить из $\vec{z}_i, z_i, q_i$.

Покажем, что набор $\{\vec{z}_1, \vec{z}_2, z_1, z_2, q_1\}$ может быть определен посредством решения алгебраического уравнения 3-й степени. Действительно, поскольку $\vec{Q}_3$ не содержит элементов набора, первые два уравнения (8б) с учетом (12) линейны относительно $\vec{z}_1$, $\vec{z}_2$ и обладают одинаковой структурой:

$$[\vec{Q}_3[\vec{z}_\gamma\vec{b}_\gamma]] + [\vec{c}_\gamma\vec{z}_\gamma] = \vec{Q}_3 q_\gamma + \vec{d}_\gamma z_\gamma + \vec{e}_\gamma,\ \gamma = 1,2, \tag{13}$$

где
$$
\begin{aligned}
\vec{b}_\gamma &= q_4^{-1}\vec{X}_{\gamma 4};\quad \vec{c}_\gamma = q_3 q_4^{-1}\vec{X}_{\gamma 4} - \vec{X}_{\gamma 3},\\
\vec{d}_\gamma &= \vec{X}_{\gamma 3} - q_3 q_4^{-1}\vec{X}_{\gamma 4} + q_4^{-1}[\vec{Q}_3\vec{X}_{\gamma 4}],\\
\vec{e}_\gamma &= -\vec{T}_{\gamma 3} + [\vec{z}_3\vec{X}_{\gamma 3}] + q_3 q_4^{-1}\vec{W}_\gamma - q_4^{-1}[\vec{Q}_3\vec{W}_\gamma].
\end{aligned}
$$

Решение уравнения $[\vec{a}[\vec{b}\vec{z}]] + [\vec{c}\vec{z}] = \vec{d}$ может быть записано в виде

$$
\begin{aligned}
\vec{z}(\vec{a},\vec{b},\vec{c},\vec{d}) = {}&[(\vec{a}\vec{b})^2 + \vec{c}^2]^{-1}\{\vec{d}(\vec{a}\vec{b}) - [\vec{c}\vec{d}] + \{\vec{c}(\vec{c}\vec{d}\cdot\vec{c}^2 + \vec{a}\vec{d}\times\\
&\vec{c}\vec{b}\cdot\vec{a}\vec{b} + \vec{c}\vec{d}\cdot(abc) - \vec{c}\vec{b}\cdot(acd)) + (\vec{b}(\vec{a}\vec{b}) - [\vec{c}\vec{b}])\times\\
&(\vec{a}\vec{c}\cdot\vec{c}\vec{d} + \vec{a}\vec{d}\cdot(\vec{a}\vec{b})^2 - \vec{a}\vec{b}\cdot(acd)\}\times(\vec{c}^2\cdot\vec{a}\vec{b} - \vec{a}\vec{c}\cdot\vec{b}\vec{c} + \vec{a}\vec{b}\cdot(abc))^{-1}\}
\end{aligned}
\tag{14}
$$

(для простоты здесь и далее используется обозначение $(abc) = \vec{a}[\vec{b}\vec{c}]$).

Таким образом, зависимость векторов $\vec{z}_1, \vec{z}_2$ от остальных величин набора z_1, z_2, q_1 является линейной:

$$\vec{z}_\gamma = \vec{L}_\gamma z_\gamma + \vec{M}_\gamma + \vec{N}_\gamma q_1,\ \gamma = 1,2, \tag{13а}$$

где
$$
\begin{aligned}
\vec{L}_\gamma &= \vec{z}(\vec{Q}_3, \vec{b}_\gamma, \vec{c}_\gamma, \vec{d}_\gamma),\\
\vec{N}_1 &= \vec{z}(\vec{Q}_3, \vec{b}_1, \vec{c}_1, \vec{Q}_3);\ \vec{N}_2 = 0,\\
\vec{M}_1 &= \vec{z}(\vec{Q}_3, \vec{b}_1, \vec{c}_1, \vec{e}_1);\ \vec{M}_2 = \vec{z}(\vec{Q}_3, \vec{b}_2, \vec{c}_2, \vec{e}_2 + \vec{Q}_3 q_2).
\end{aligned}
$$

Согласно (12) в такой же форме могут быть представлены и векторы $\vec{Q}_\gamma$, $\gamma = 1,2$:

$$
\begin{aligned}
\vec{Q}_\gamma &= \vec{P}_\gamma z_\gamma + \vec{S}_\gamma q_1 + \vec{R}_\gamma,\\
\vec{P}_\gamma &= q_4^{-1}(\vec{X}_{\gamma 4} + [\vec{X}_{\gamma 4}, \vec{L}_\gamma]);\ \vec{S}_\gamma = q_4^{-1}[\vec{X}_{\gamma 4}, \vec{N}_\gamma],\\
\vec{R}_\gamma &= q_4^{-1}([\vec{X}_{\gamma 4}, \vec{M}_\gamma] - \vec{W}_\gamma).
\end{aligned}
\tag{12а}
$$

Подстановка (12а–13а) в последнее из уравнений (8б) позволяет определить систему уравнений второго порядка для z_1, q_1, z_2:

$$\vec{\lambda}_1 z_1 z_2 + \vec{\mu}_1 q_1 z_2 = \vec{\lambda}_2 z_1 + \vec{\mu}_2 q_1 + \vec{s} z_2 + \vec{t}, \tag{8в}$$

где
$$
\begin{aligned}
\vec{\lambda}_1 &= [\vec{P}_1\vec{P}_2],\ \vec{\mu}_1 = [\vec{S}_1\vec{P}_2] - \vec{P}_2,\ \vec{s} = [\vec{L}_2, \vec{X}_{12}] + [\vec{P}_2\vec{R}_1] - \vec{X}_{12},\\
\vec{\lambda}_2 &= [\vec{X}_{12}, \vec{L}_1] + \vec{X}_{12} - q_2\vec{P}_1 + [\vec{R}_2\vec{P}_1],\\
\vec{\mu}_2 &= [\vec{R}_2\vec{S}_1] + \vec{R}_2 + [\vec{X}_{12}\vec{N}_1] - q_2\vec{S}_1,\\
\vec{t} &= [\vec{R}_2\vec{R}_1] + [\vec{M}_2 - \vec{M}_1, \vec{X}_{12}] - q_2\vec{R}_1 - \vec{T}_{12}.
\end{aligned}
$$

Можно показать, что вследствие (8в) z_2 является решением кубического уравнения

$$z_2^3(s\lambda_1\mu_1) + z_2^2[(t\lambda_1\mu_1) + (s\mu_2\lambda_1) + (s\mu_1\lambda_2)] +$$
$$+ z_2[(s\lambda_2\mu_2) + (t\mu_2\lambda_1) + (t\mu_1\lambda_2)] + (t\lambda_2\mu_2) = 0. \qquad (I5)$$

Отметим, что по крайней мере одно из решений (I5) является вещественным. Остальные элементы набора z_1, q_1 связаны с z_2 соотношениями

$$z_1 = \frac{[\bar\lambda_1\bar\mu_1]\left(z_2^2[\vec s\bar\mu_1] + z_2([\vec t\bar\mu_1] + [\bar\mu_2\vec s]) + [\bar\mu_2\vec t]\right)}{[\bar\lambda_1\bar\mu_1]\left(z_2^2[\bar\lambda_1\bar\mu_1] + z_2([\bar\mu_2\bar\lambda_1] + [\bar\mu_1\bar\lambda_2]) + [\bar\lambda_2\bar\mu_2]\right)},$$
$$q_1 = \frac{[\bar\lambda_1\bar\mu_1]\left(z_2^2[\bar\lambda_1\vec s] + z_2([\bar\lambda_1\vec t] + [\vec s\bar\lambda_2]) + [\vec t\bar\lambda_2]\right)}{[\bar\lambda_1\bar\mu_1]\left(z_2^2[\bar\lambda_1\bar\mu_1] + z_2([\bar\mu_2\bar\lambda_1] + [\bar\mu_1\bar\lambda_2]) + [\bar\lambda_2\bar\mu_2]\right)}. \qquad (I6)$$

Формулы (I2)-(I6) дают общее решение задачи об определении всех матриц B для группы $Sp(1) \equiv SU(2)$ при $k=4$, позволяя найти элементы $\vec Q_i, \vec z_1, \vec z_2, q_1, z_1, z_2$ по произвольно заданным 29 параметрам $\vec X_{ij}, \vec z_3, z_3, \vec Y_4, y_4, q_2, q_3, q_4$. Для групп $Sp(n)$, $n \geq 2$, структура уравнений (8а) остается неизменной (достаточно лишь изменить обозначения: $q_4 \to q_{14}$, $\vec Q_i \to \vec Q_{1i}$); в левой части (8б) появляются дополнительные слагаемые (например, для $Sp(2)$ $q_{23}\vec Q_{21}$, $q_{23}\vec Q_{22}$ и $[\vec Q_{21}, \vec Q_{22}] - q_{21}\vec Q_{22} + q_{22}\vec Q_{21}$ соответственно в первом, втором и третьем уравнениях (8б)). Вся система (8а-б) может быть решена тем же способом, что и в случае $k=3$: из (8а) определяются $\vec Q_{1i}$, после чего из (8б) могут быть найдены элементы $\vec Q_{21}$, $\vec Q_{22}$, q_{21}, q_{22}, q_{23}.

3. Построим для произвольных k сравнительно простое $(4k+3)$-параметрическое множество матриц $\{\tilde B, \tilde q\}$ для группы $SU(2)$, не входящее в анзац т'Хоофта. С этой целью запишем систему (8) в виде

$$\{B^{(1)}, B^{(2)}\} - \{b, B^{(3)}\} = -(Q^{(1)}Q^{(2)}) + (q\,Q^{(3)}),$$
$$\{B^{(3)}, B^{(1)}\} - \{b, B^{(2)}\} = -(Q^{(3)}Q^{(1)}) + (q\,Q^{(2)}), \qquad (I7)$$
$$\{B^{(2)}, B^{(3)}\} - \{b, B^{(1)}\} = -(Q^{(2)}Q^{(3)}) + (q\,Q^{(1)}),$$

где $B^{(\gamma)}, Q^{(\gamma)}, \gamma = 1,2,3$ – компоненты векторов $\vec B, \vec Q$; (qQ) – антисимметричные матрицы, составленные из элементов q_i, Q_i: $(qQ)_{ij} = q_iQ_j - q_jQ_i$. При условии $Q^{(1)} = Q^{(2)} = Q^{(3)} = 0$ решением (I7) является анзац т'Хоофта:

$$\{B^{(\gamma)}\}_{ij} = b_i^{(\gamma)}\delta_{ij}, \quad b_{ij} = b_i\delta_{ij}. \qquad (I8)$$

Рассмотрим систему (I7) в случае, когда $k-1$ элементов $Q^{(1)}$ отличны от нуля (k-й элемент всегда можно обратить в нуль преобразованием (7)). Первые два уравнения (I7) при этом можно представить в виде условия обращения в нуль коммутатора комплексных матриц $L = B^{(1)} - ib$, $M = B^{(2)} - iB^{(3)}$:

$$\{L, M\} = 0. \qquad (I9)$$

Простейшим решением (I9) является

$$M = \alpha I + \beta L, \qquad (20)$$

где $\alpha = \alpha_1 + i\alpha_2$, $\beta = \beta_1 + i\beta_2$ – произвольные комплексные числа, I– единичная матрица $(k \times k)$. Поскольку матрица b всегда может быть выбрана диагональной, решение последнего из уравнений (I7) с учетом (20) позволяет непосредственно определить $B^{(\gamma)}$:

$$B_{ij}^{(1)} = \begin{cases} b_i^{(1)}, & i=j, \\ (1+\beta\beta^*)^{-1}\left(\dfrac{Q_i^{(1)}q_j - Q_j^{(1)}q_i}{b_i - b_j}\right), & i \neq j, \end{cases}$$
$$B_{ij}^{(2)} = (\alpha_1 + \beta_2 b_i)\delta_{ij} + \beta_1 B_{ij}^{(1)}, \qquad (2I)$$
$$B_{ij}^{(3)} = (-\alpha_2 + \beta_1 b_i)\delta_{ij} - \beta_2 B_{ij}^{(1)}.$$

Посредством обращения матрицы кватернионов $\tilde M = b - x_0 I - i\vec\sigma(\vec B - \vec x I)$ можно построить решение матричного уравнения (2), зависящее от $(4k+3)$ параметров $b_j, b_j^{(1)}, q_j, Q_j^{(1)} (j=1,\dots,k, Q_k^{(1)}=0)$, $\alpha_1, \alpha_2, \beta_1, \beta_2$. Физическая интерпретация этих параметров, однако, не столь проста, как для анзаца т'Хоофта (I8); использование (I2-I6), (2I) для оценки квантовых эффектов точных k -инстантонных конфигураций с отличными от нуля параметрами "групповой ориентации" инстантонов $\vec{Q}_j$ требует привлечения численных методов.

Литература

1. M.F.Atiyan, N.J.Hitchin, V.G.Drinfeld and Yu.I.Manin. Phys.Lett., 65A, 185, 1978.
2. E.Corrigan. Phzs.Rep., 49, 95, 1979.
3. N.Christ, E.J.Weinberg, N.K.Stanton. Phys.Rev., D18, 2013, 1978.
4. L.S.Brown, R.D.Carlitz, D.B.Creamer and C.Lee. Phys.Rev., D17, 1583, 1978.
5. B.Berg, M.Lüsher. Nucl.Phys., B160, 281, 1979; A.A.Belavin, V.A.Fateev, A.S.Schwarz and Yu.A.Tyupkin. Phys.Lett., 83B, 317, 1979.
6. R.Jackiw, C.Nohl and C.Rebbi. Phys.Rev., D15, 1642, 1977.

Рукопись поступила в издательский отдел
28 июня 1982 года.

Иноземцев В.И. О конфигурациях классических полей Янга-Миллса с симплектическими группами симметрии, обладающих топологическим зарядом $k=4$ P2-82-491

Обсуждаются решения нелинейного матричного уравнения в конструкции Атьи-Хитчина-Дринфельда-Манина /АХДМ/, определяющие самодуальные поля Янга-Миллса с топологическим зарядом $k=4$ для симплектических калибровочных групп. В случае групп $Sp(n)$, $n \geq 2$, может быть использован способ, примененный ранее для построения конфигураций полей с $k=3$. Для группы $SU(2)=Sp(1)$ показано, что матрица АХДМ может быть построена по решениям кубического уравнения с коэффициентами, зависящими от $8k-3$ параметров.

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики ОИЯИ.

Сообщение Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1982

Inosemtsev V.I. On Classical Yang-Mills Fields with Sympletic Gange Groups and Topological Charge K=4 P2-82-491

The solutions of nonlinear matrix equation, which determine self-dual Yang-Mills fields with topological charge k=4 in the construction of Atiyah, Hitchin, Drinfeld and Manin (AHDM) are discussed for symplectic gauge groups. In the case of $Sp(n)$, $n \geq 2$ one can use the method proposed earlier for constructing solutions with k=3. For $SU(2)=Sp(1)$ it is shown that the AHDM matrix can be constructed from the solutions of a cubic equation with coefficients depending on 8k-3 parameters.

The investigation has been performed at the Laboratory of Theoretical Physics, JINR.

Communication of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1982

Перевод О.С.Виноградовой.