

сообщения  
объединенного  
института  
ядерных  
исследований  
Дубна

3164/82

12/7-82

P2-82-260

Г.Г.Бунатян

ФУНКЦИЯ ГРИНА  
И ПОЛЯРИЗАЦИОННЫЙ ОПЕРАТОР ПИОНА  
В ЯДЕРНОМ ВЕЩЕСТВЕ

1982

## 1. ВВЕДЕНИЕ

1. Свойства пионного поля в ядерном веществе существенно зависят от его плотности, температуры, изотопического состава. При достаточно большой плотности в ядерном веществе может возникать неустойчивость, приводящая к перестройке системы с образованием пионного конденсата<sup>/1-3/</sup>. Возможность  $\pi$ -конденсации, то есть фазового перехода изотропного ядерного вещества в неоднородное с периодической спин-изоспиновой структурой, связывается всегда со смягчением пионной степени свободы в ядерном веществе при увеличении его плотности. На основе первоначальных оценок в<sup>/1,2/</sup> делался вывод о том, что уже обычная ядерная плотность  $\rho_0 \geq \tilde{\rho}_c$ , той критической плотности, при которой частота пионной моды в ядерном веществе для импульсов  $k \sim k_c \sim p_F$  становится  $\tilde{\omega}^2(k) \leq 0$ , то есть достигается полная неустойчивость пионного поля в среде, следствием чего должно быть наличие в ядре пионного конденсата. Дальнейшие исследования<sup>/4/</sup> показали, что это не так, что во всяком случае  $\rho_0 < \tilde{\rho}_c(T)$  и при обычной плотности  $\rho_0$  ядерное вещество изотропно. При этом не исключается возможность близости ядерного вещества при  $\rho_0$  к  $\pi$ -конденсатной неустойчивости, что должно оказать существенное влияние на свойства обычных ядер и проявиться в ядерной физике низких и промежуточных энергий. Исследованию таких предкритических явлений посвящено в последние годы очень много работ, наиболее полно вся проблема близости ядер к  $\pi$ -конденсации освещается в обзорах<sup>/5,6/</sup>. Поскольку  $\rho_0 < \tilde{\rho}_c$ , для достижения  $\pi$ -конденсатной неустойчивости необходимо уплотнение ядерного вещества. Оценки с достаточно реалистическими параметрами взаимодействия частиц в ядерной среде дают  $\rho_c \geq (2 \div 3) \rho_0$ <sup>/7,8/</sup>. Столь существенные уплотнения могут достигаться в столкновениях тяжелых ядер с энергией  $E/A \geq 1$  ГэВ на нуклон<sup>/9/</sup>. Но такие столкновения неизбежно сопровождаются разогревом уплотненного ядерного вещества до температуры  $T \sim m_\pi c^2$ <sup>/9/</sup>. Следовательно, в столкновениях тяжелых ионов приближение ядерного вещества к  $\pi$ -конденсатной неустойчивости с ростом плотности происходит при  $T \neq 0$ . В ряде работ<sup>/10/</sup> обсуждались предкритические явления в ядерном веществе при столкновениях тяжелых ядер высокой энергии - "критическая опалесценция".

Объединенный институт

ядерной физики и математики

БИБЛИОТЕКА

2. Во всех этих работах, где исследуется поведение ядерного вещества вблизи критической точки как при  $T=0$ , то есть в обычных ядрах, так и при  $T \neq 0$  не включалось  $\pi\pi$ -взаимодействие и не учитывались флуктуации пионного поля в среде. Иными словами, не учитывались эффекты, не линейные по пионному полю, и ангармонизм пионных возбуждений в среде. Из-за смягчения пионной степени свободы при больших  $k_c \sim p_F$  в уплотненном ядерном веществе при  $T \neq 0$  эти эффекты становятся крайне существенными вблизи критической точки, как это впервые было показано в<sup>/11/</sup>. Из<sup>/11/</sup> следует, что все расчеты, не учитывающие флуктуаций пионного поля, не могут правильно описать свойства ядерного вещества вблизи критической точки. Учет тепловых флуктуаций становится существенным при плотности, гораздо меньшей критической. По мере приближения системы к критической точке тепловые флуктуации пионного поля нарастают все сильнее, вследствие чего невозможно выполнение условия абсолютной неустойчивости ядерного вещества  $\omega^2(k) \leq 0$ <sup>/11/</sup>. Более того, оказывается, что при критической плотности  $\bar{\rho}_c(T)$ , определяемой в<sup>/11/</sup> из требования минимума термодинамического потенциала при отличном от нуля среднем пионном поле, ядерное вещество еще далеко от состояния, в котором частота пионной моды обращается в нуль. Для  $T \neq 0$  не следует ожидать при  $\rho < \bar{\rho}_c$  предвестников  $\pi$ -конденсации, непосредственно обусловленных близостью к нулю частоты пионной степени свободы. Можно, однако, наблюдать связанное с нарастанием флуктуаций изменение термодинамических свойств среды вблизи критической точки, например, рост теплоемкости<sup>/11/</sup>.

3. Очень важно выяснить, исключают ли флуктуации пионного поля близость ядерного вещества обычной плотности  $\rho_0$  к точке  $\pi$ -конденсатной неустойчивости. Чтобы понять, насколько обоснованы попытки обнаружить предкритические явления в обычных ядрах<sup>/5,6/</sup>, необходимо теперь исследовать условия  $\pi$ -конденсации в ядерном веществе при  $T=0$  с учетом  $\pi\pi$ -взаимодействия и флуктуаций пионного поля, что и будет сделано в этой и последующих работах. Прежде всего вычислим поляризационный оператор пиона вблизи критической точки как для  $T=0$ , так и для  $T \neq 0$ , включая вклады и от более сложных, чем учтенные в<sup>/11/</sup>, процессов взаимодействия пионных возбуждений.

## 2. ОСНОВНЫЕ СООТНОШЕНИЯ ДЛЯ ПОЛЯРИЗАЦИОННОГО ОПЕРАТОРА И ФУНКЦИИ ГРИНА ПИОНА

1. Как и ранее в<sup>/11,14/</sup>, рассматриваем при температуре  $T$  равновесную изотопически-симметричную систему, состоящую из взаимодействующих нуклонов,  $\Delta_{33}$ -изобар и пионов. Учитываем также возможность появления среднего конденсатного пионного поля  $\langle \pi \rangle = \phi$ .

При изучении пионного поля в ядерном веществе используем мацубаровские температурные функции Грина  $\mathcal{D}(\tau, \vec{r}_1, \vec{r}_2)$ <sup>/12/</sup>,  $-1/T < \tau < 1/T$ . В однородной системе  $\mathcal{D}$  зависит лишь от  $\vec{r} = \vec{r}_1 - \vec{r}_2$ . Ее фурье-разложение:

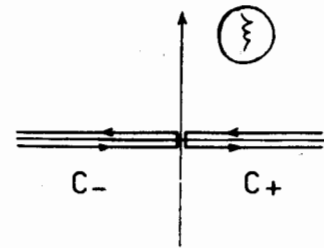
$$\mathcal{D}_\nu(\tau, \vec{r}) = T \sum_n e^{-\omega_n \tau} \mathcal{D}_\nu(\omega_n, \vec{r}) = T \sum_n e^{-\omega_n \tau} \int \frac{d\vec{k}}{(2\pi)^3} e^{i\vec{k}\vec{r}} \mathcal{D}_\nu(\omega_n, \vec{k}), \quad /1/$$

$$\omega_n = 2\pi n i T, \quad \nu = 1, 2, 3,$$

преобразуем, используя обычные методы вычисления таких сумм<sup>/13/</sup>, как это делалось и в<sup>/11,14/</sup>:

$$\mathcal{D}_\nu(\tau, \vec{r}) = - \int_C \frac{d\xi}{2\pi i} e^{\xi|\tau|} \mathcal{D}_\nu(\xi, \vec{r}) \chi(\xi) = - \int_C \frac{d\xi}{2\pi i} e^{\xi|\tau|} \chi(\xi) \int \frac{d\vec{k} e^{i\vec{k}\vec{r}}}{(2\pi)^3} \mathcal{D}_\nu(\xi, \vec{k}),$$

$$\chi(\xi) = (e^{\xi/T} - 1)^{-1},$$



контур  $C$  изображен на рисунке. Здесь  $\mathcal{D}_\nu(\xi, \vec{k})$  - аналитическое продолжение мацубаровской температурной функции Грина с дискретных значений  $\omega_n = 2\pi n i T$  на комплексную плоскость  $\omega$ . При этом в верхней полуплоскости  $\mathcal{D}(\xi)$  совпадает с  $\mathcal{D}^R(\xi)$  - запаздывающей функцией Грина, а в нижней - с опережающей  $\mathcal{D}^A(\xi)$ . В дальнейших расчетах мы выражаем изучаемые величины именно через  $\mathcal{D}^R$  /или  $\mathcal{D}^A$  /, а не через причинную функцию Грина, что было бы неудобно и привело бы к ряду трудностей. Как известно<sup>/12/</sup>,

$$\mathcal{D}^R(\xi + i0) = \mathcal{D}^{A*}(\xi - i0), \quad -\text{Im} \mathcal{D}(\xi + i0) = \text{Im} \mathcal{D}(\xi - i0),$$

и поскольку в изотопически-симметричной среде химпотенциал пиона  $\mu_\pi = 0$ ,

$$\mathcal{D}^{R,A}(\xi) = \mathcal{D}^{R,A}(-\xi), \quad \mathcal{D}(\xi + i0) = \mathcal{D}(-\xi - i0), \quad \text{Im} \mathcal{D}(\xi) = 0$$

при  $\text{Re} \xi = 0$ , что и использовано в преобразовании /2/.

### 2. Функция Грина в /2/

$$\mathcal{D}_\nu(\xi, \vec{k}, \rho, T) = (\xi^2 - \vec{k}^2 - 1 - \Pi_\nu(\xi, \vec{k}, \rho, T))^{-1}, \quad \Pi = \Pi^n + \Pi^\pi + \Pi^{\Delta}, \quad /3/$$

где  $\Pi^n$  - поляризационный оператор пиона в среде, обусловленный  $\pi N$ - и  $\pi\Delta$ -взаимодействиями:

$$\Pi_\nu^n(\omega, \vec{k}, \rho, T) = \text{diagrams}, \quad /3a/$$

имеет логарифмические точки ветвления;  $\Pi(\omega)$ ,  $\mathcal{D}(\omega)$  определены на комплексной плоскости с разрезами на действительной оси<sup>/14/</sup>. На краях разрезов

$$\mathcal{D}(\xi+i0) - \mathcal{D}(\xi-i0) = 2i \operatorname{Im} \mathcal{D}(\xi+i0), \quad /4/$$

чем и определяется вычисление интегралов в /2/ и в дальнейших формулах. Разрезы на действительной оси, то есть  $\xi$ , для которых  $\operatorname{Im} \Pi(\xi, \vec{k}) \neq 0$ , находим, вычисляя  $\Pi^n(\xi, \vec{k})$  согласно<sup>/14/</sup> и /3а/. При  $T \neq 0$ , строго говоря,  $\operatorname{Im} \Pi^n(\omega, \vec{k}, T, \rho) \neq 0$  лишь для  $\operatorname{Re} \omega = 0$ .

Лагранжиан  $\pi\pi$ -взаимодействия в среде запишем в виде

$$\mathcal{L}_{\pi\pi} = -\Lambda (\vec{\pi} + \vec{\phi})^4 / 4, \quad \Lambda > 0, \quad /5/$$

полагая здесь амплитуду положительной постоянной. Исследуем в этой работе подробно пионное поле в изотропной фазе,  $\vec{\phi} = 0$ , а возможность появления в ядерном веществе периодической спин-изоспиновой структуры, то есть среднего периодического пионного поля  $\langle \vec{\pi} \rangle = \vec{\phi} \neq 0$  и связанного с ним  $\Pi^a(\rho, T)$ , рассмотрим в дальнейшем. При  $\vec{\phi} = 0$  взаимодействие /5/ вызывает добавку к поляризационному оператору пиона в среде:

$$\Pi^\pi(\omega, \vec{k}, \rho, T) = \Pi^{1\pi}(\rho, T) + \Pi^{3\pi}(\omega, \vec{k}, \rho, T), \quad /6a/$$

$$\begin{aligned} \Pi^{1\pi}(\rho, T) &= \text{diagram} = 5\Lambda \mathcal{K}(\rho, T) = 5\Lambda \int \frac{d\vec{k}}{(2\pi)^3} \operatorname{Im} \mathcal{D}(\xi-i0, \vec{k}, \rho, T) \chi(1+2\chi(\xi)), \\ \Pi^{3\pi}(\omega, \vec{k}, \rho, T) &= \text{diagram} = -5\Lambda \int \frac{d\vec{k}_1 d\vec{k}_2 d\vec{k}_3}{(2\pi)^6} \times \\ &\times \frac{\delta(\vec{k}_1 + \vec{k}_2 - \vec{k}_3 - \vec{k})}{(2\pi i)^3} \int_C d\xi_1 \int_C d\xi_2 \int_C d\xi_3 \mathcal{D}(\xi_1, \vec{k}_1) \mathcal{D}(\xi_2, \vec{k}_2) \mathcal{D}(\xi_3, \vec{k}_3) \times /6b/ \\ &\times \chi(\xi_1) \chi(\xi_2) \chi(\xi_3) [e^{(\xi_1 + \xi_2 + \xi_3)T} - 1] \tilde{\Lambda}(\xi_1, \xi_2, \xi_3, \omega, \vec{k}_1, \vec{k}_2, \vec{k}_3, \vec{k}) \times \\ &\times [(\xi_1 + \xi_2 + \xi_3 + \omega)^{-1} + (\xi_1 + \xi_2 + \xi_3 - \omega)^{-1}], \end{aligned}$$

которую вычисляем согласно правилам диаграммной техники при  $T \neq 0$ <sup>/12/</sup>, используя /2/, /4/. Свойства полной, приводимой амплитуды  $\pi\pi$ -рассеяния  $\tilde{\Lambda}$  /ромбик в диаграмме /6б// и уравнение для нее обсудим в дальнейшем. В скелетных графиках /6/ волнистая линия соответствует пионной функции Грина  $\mathcal{D}(\omega, \vec{k}, \rho, T)$  /3/,

которая сама содержит  $\Pi^\pi$ , так что выражение /3/ с  $\Pi^\pi$  /6/ есть уравнение для  $\Pi$  или  $\mathcal{D}$ . Его можно решать численно, находя  $\Pi^n$  согласно<sup>/14/</sup>. Такие расчеты очень сложны, и мы их проводить не будем, а ограничимся исследованием свойств  $\Pi^\pi$  при  $\omega \sim 0$ ,  $k \sim k_0$  вблизи критической точки  $\rho \sim \rho_c$ . Близость к  $\pi$ -конденсации при данных  $\rho, T$  определяется близостью к нулю величины  $\tilde{\omega}^2 = \mathcal{D}^{-1}(0, k_0, \rho, T) = \min \mathcal{D}^{-1}$ , как это обсуждалось ранее во многих работах<sup>/5, 8, 11/</sup>. Поэтому необходимо исследовать  $\Pi^n, \Pi^\pi, \mathcal{D}$  при  $\omega \sim 0, k \sim k_0$ . Для приближенного вычисления интегралов /6/ воспользуемся, как и в<sup>/11/</sup>, тем, что при  $\omega \sim 0$  вблизи критических значений  $\rho \sim \rho_c, k \sim k_0$   $\mathcal{D}$  имеет резкий максимум. Учитывая /6/,  $\mathcal{D}^{-1}$  можно представить в виде

$$\mathcal{D}^{-1}(\omega, \vec{k}, \rho, T) = \omega^2 - 1 - \vec{k}^2 - \operatorname{Re} \Pi^n(\omega, \vec{k}, \rho, T) - i \operatorname{Im} \Pi^n(\omega, \vec{k}, \rho, T) - \Pi^\pi(\omega, \vec{k}, \rho, T) = \omega^2(1 - a(T)) + i \omega \beta \operatorname{sign}(\operatorname{Im} \omega) - X(\omega, \vec{k}, \rho, T), \quad /7/$$

$$X = \gamma \cdot (k - k_0)^2 + \tilde{\omega}^2(\omega, \vec{k}, \rho, T), \quad \tilde{\omega}^2 = \omega_0^2(\rho, T) + \Pi^\pi(\omega, \vec{k}, \rho, T), \quad /8/$$

$$\omega_0^2 = c(\rho_c(T) - \rho), \quad k_0^2(\rho, T) = k_c^2 + \kappa(\rho - \rho_c(T)), \quad /9/$$

подобно тому, как это делалось для  $T=0$  в<sup>/8/</sup>, а для  $T \neq 0$ <sup>/11/</sup>, где также подробно обсуждались все входящие в /7/-/9/ параметры  $\Pi^n$ . Описанными выше свойствами /3/-/9/  $\Pi, \mathcal{D}$  обладают именно в ядерной среде. Заметим здесь, что если бы мнимая часть у  $\Pi, \mathcal{D}$  отсутствовала,  $\operatorname{Im} \Pi = 0, \operatorname{Im} \mathcal{D} = 0$  в /3/-/7/, мы имели бы систему со спектром ротонного типа, свойства которой вблизи точки фазового перехода рассматривались при  $T \neq 0$  в<sup>/15/</sup>. Некоторые результаты, полученные нами в<sup>/11/</sup> и далее, в последующих работах, сходны с результатами из<sup>/15/</sup>. Наличие максимума  $\mathcal{D}$  при  $\tilde{\omega}^2 \rightarrow 0, \omega \sim 0, k \sim k_0$  используется во всех дальнейших вычислениях. Очень важно, что в /7/-/9/ импульс  $k_0$ , при котором происходит смягчение пионной моды, то есть достигается  $\min \mathcal{D}^{-1}$ , не мал,  $k_0 \sim \rho_F(\rho_0)$ . Сильные флуктуации пионного поля вблизи критической точки обусловлены именно появлением мягкой моды с большим импульсом.

3. Как следует из оценок, полученных в<sup>/5, 6/</sup>, близость при  $T=0$  ядерного вещества плотности  $\rho_0$  к  $\pi$ -конденсации можно заметить в ряде опытов, если  $\tilde{\omega}^2(\rho_0, \omega, \vec{k}) \leq \epsilon_F^2$  при  $\omega \sim 0, k \sim k_0$ . Поведение этой величины  $\tilde{\omega}^2(\rho)$  при  $T \neq 0$  вблизи критической точки рассматривалось в<sup>/11/</sup>. Но, в отличие от работы<sup>/11/</sup>, мы включаем теперь в  $\Pi$  полное выражение /6/ для  $\Pi^\pi$ , а не только первые простейшие графики /6а/, не зависящие от  $\omega, \vec{k}$  ввиду

постоянства  $\Lambda$ . Это приводит к ряду существенных усложнений, в частности, теперь сама величина  $\tilde{\omega}^2$  в /7/-/9/ зависит от  $\omega, \vec{k}$ . Поэтому требуется более тщательное исследование  $\Pi^{17}$ ,  $\Pi^{37}$ , что и будет сделано в последующих работах.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Мигдал А.Б. ЖЭТФ, 1971, 51, с.2209; ЖЭТФ, 1972, 63, с.1933; Мигдал А.Б., Маркин О.А., Мишустин И.Н. ЖЭТФ, 1974, 66, с.443.
2. Мигдал А.Б., Маркин О.А., Мишустин И.Н. ЖЭТФ, 1976, 70, с.1592.
3. Мигдал А.Б. Фермионы и бозоны в сильных полях. "Наука", М., 1978.
4. Троицкий М.А., Колдаев М.В., Чекунаев Н.И. ЖЭТФ, 1977, 73, с.1258; Butsev V.S., Chultem D. JINR, E15-10226, Dubna, 1976; Phys.Lett., 1977, 67B, p.33; Dey W. et al. Helv.Phys.Act., 1976, 49, p.778.
5. Борзов И.Н. и др. ЭЧАЯ, 1981, 12, с.848.
6. Meyer-ter-Vehn J. Phys.Rep., 1981, 74, p.325.
7. Baym G. In: Int.Conf. on High Energy Phys. and Nucl.Str. 7th, Zürich, 1977, p.309; Backman S.O., Weise W. In: Meson in Nuclei, Oxford, 1979, vol.III, p.1095.
8. Бунатян Г.Г. ОИЯИ, P4-11755, Дубна, 1978; ЯФ, 1979, 30, с.258.
9. Gudima K.K., Iwe H., Toneev V.D. Journ.of Phys.G: Nucl. Phys., 1979, 5, p.229; Naganiya S. et al. Phys.Lett., 1979, 84B, p.147; Preprint LBL-12123, 1981.
10. Gyulassi M., Greiner W. Ann.Phys., 1977, 109, p.485; Ericson M., Dolorme J. Phys.Lett., 1978, 76B, p.182.
11. Бунатян Г.Г., Мишустин И.Н. ОИЯИ, P2-81-291, Дубна, 1981; ОИЯИ, P2-81-500, Дубна, 1981.
12. Абрикосов А.А., Горьков Л.П., Дзялошинский И.Е. Методы квантовой теории поля в статистической физике. Физматгиз, М., 1962; Фрадкин Е.Е. ЖЭТФ, 1959, 36, с.1287.
13. Luttinger J.M., Ward J.C. Phys.Rev., 1960, 118, p.1417.
14. Бунатян Г.Г. ЯФ, 1980, 31, с.1186.
15. Бразовский С.А. ЖЭТФ, 1975, 68, с.175.

Рукопись поступила в издательский отдел  
6 апреля 1982 года.