сообщения
объединенного
института
ядерных
исследований
дубна

P2-82-26

Д.В.Ширков

КВАНТОВЫЕ СИММЕТРИИ ВО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯХ ЧАСТИЦ

1982

Теория элементарных взаимодействий частиц в течение последних полутора - двух десятилетий испытывает все более четко проявляющееся влияние со стороны принципов симметрии особого типа, формулировки которых существенно используют квантовые представления и специфические квантовые понятия. Здесь имеются в виду:

I. Принцип перенормируемости (или даже сверхперенормируемости, т.е. отсутствие расходящихся перенормировок) - принцип ПН (или СПН),

2. Принцип локальной калибровочной симметрии - принцип ЛКС,

3. Принцип суперсимметрии - принцип СС.

Для того, чтобы продемонстрировать роль этих принципов в формировании современного облика квантовой теории поля, напомним некоторые яркие результаты их использования.

Отметим, во-первых, что в отличие от квантовой механики, где формулировка задачи взаимодействия данной совокупности частиц допускает произвольную функцию (потенциал), в квантовой теории поля произвол в лагранжиане взаимодействия фиксированной системы полей ограничивается небольшим числом констант взаимодействия. Квантовая теория поля не допускает произвольных функций [x], что является следствием требования перенормируемости.

Связи между различными константами взаимодействия устанавливаются принципом ЛКС. Этот принцип в полной мере был сформулирован в 1954 году Янгом и Миллсом, которые на его основе ввели новый класс самодействующих, т.е. удовлетворяющих нелинейным уравнениям, релятивистских векторных полей - неабелевых калибровочных полей, часто называемых также полями Янга-Миллса. Эти поля, помимо их, так сказать, внутренних особенностей, связанных с нелинейностью свободных уравнений движения, замечательны с точки зрения их взаимодействия с остальными

---

x) Этот факт был отмечен более 20 лет назад Фейнманом /1/, который, однако, делал основной упор на релятивистскую инвариантность.

полями. Взаимодействие калибровочного поля с полями материи однозначно по форме и характеризуется единственной константой связи. В случае неабелева поля та же самая константа входит в нелинейные члены свободного уравнения.

Простейшим калибровочным полем является электромагнитное поле $A_\mu(x)$, взаимодействие которого с полями материи $u_a(x)$ возникает в результате операции удлинения производных по пространственно-временным координатам согласно правилу

$$\partial u(x)/\partial x^\mu \equiv \partial_\mu u(x) \to \mathcal{D}_\mu(A)u = [\partial_\mu - ieA_\mu(x)]u(x). \qquad (1)$$

Для спинорных полей материи, свободный лагранжиан которых линеен по производным, этот рецепт приводит к возникновению в лагранжиане (или гамильтониане) вкладов вида (потенциал) x (ток), т.е. $eA_\mu j^\mu(\psi)$, где $j^\mu(\psi)$ – ток поля $\psi(x)$, линейных по электромагнитному полю.

Сущность свойства локальной калибровочной симметрии формулируется с помощью понятий фазы поля материи

$$u(x) = |u(x)|e^{i\varphi(x)}.$$

Из квантовой механики хорошо известно, что фаза φ волновой функции u ненаблюдаема, вследствие чего преобразование изменения фазы

$$u \to u' = e^{i\alpha}u \quad , \quad \varphi \to \varphi + \alpha \qquad (2)$$

не приводит к каким-либо физическим следствиям. Если параметр α не зависит от пространственно-временных координат $x = (\vec{x}, t)$, то (2) называется глобальным калибровочным преобразованием. Оно очевидным образом совместно с уравнениями движения. В более общем случае преобразование вида

$$u'(x) = e^{i\alpha(x)}u(x) \qquad (3)$$

называется локальным калибровочным преобразованием. Сохранения формы, т.е. ковариантности уравнений движения, удается теперь достичь относительно одновременного преобразования комплексной волновой функции поля материи

$$u \to e^{i\alpha(x)}u \quad , \quad \overset{*}{u} \to e^{-i\alpha(x)}\overset{*}{u}$$

и преобразования векторного поля типа сдвига

$$A_\mu(x) \to A_\mu(x) + \frac{1}{e}\partial_\mu\alpha(x). \qquad (4)$$

Ковариантными оказываются уравнения движения, полученные из лагранжиана

$$\mathcal{L}_0(u, \overset{*}{u}, \mathcal{D}_\mu(A)u, \overset{*}{\mathcal{D}}_\mu(A)\overset{*}{u}) + \mathcal{L}_{tr}(A) = \mathcal{L}(u, A) \quad , \qquad (5)$$

описывающего систему двух полей u и A. При этом первый член в правой части (5) получен путем удлинения производных по правилу (1) в лагранжиане $\mathcal{L}_0(u, \overset{*}{u}, \partial u, \partial\overset{*}{u})$ свободного поля материи $u, \overset{*}{u}$, а второй член есть лагранжиан свободного поля A_μ, инвариантный относительно преобразования (4). Таким образом ковариантными оказываются не свободные уравнения поля u, а уравнения движения для системы связанных между собой полей u и A.

Вышеприведенные формулы (1) – (5) относятся к самому простому случаю однопараметрической группы преобразований (2), эквивалентной группе поворотов плоскости $U(1)$. Эта группа перестановочна, т.е. абелева. Соответствующее абелево векторное поле – электромагнитное – как исключение, удовлетворяет линейным уравнениям движения.

В более общем случае поле материи u многокомпонентно

$$u \to u_a \quad , \quad a = 1, 2, \dots A$$

и образует A-мерное представление некоторой группы внутренней симметрии G. Аналог преобразования (3) перепутывает между собой компоненты u_a, т.е. имеет матричный характер x)

$$u'_a = \exp(i\alpha_{ab})u_b .$$

При этом оказывается, что два преобразования подобной природы неперестановочны, вследствие чего группа G оказывается неабелевой. Возникающее здесь калибровочное векторное поле B^{ab}_μ "несет" на себе индексы группы G (реализует так наз. присоединенное представление) и преобразуется по более сложному, нежели (4), закону.

Специфической чертой самого калибровочного поля является его безмассовость, обусловленная тем, что член с массой в лагранжиане и уравнениях движения содержит векторный потенциал A_μ или B_μ и оказывается явным образом неинвариантным относительно преобразования вида (4). Факт безмассовости калибровочных полей также усложняет процедуру их квантования, поскольку зависимость лагранжиана только лишь от производных векторного потенциала (отсутствие зависимости непосредственно от компонент потенциала) приводит к тому, что с формальной стороны система полей, включающая калибровочное поле, оказывается аналогичной механической системе со связями.

Ввиду того, что помимо фотонов никаких безмассовых частиц со спином единица на опыте не наблюдается, неабелевы калибровочные поля долгое время после их открытия рассматривались многими теоретиками в качестве изящной безделушки, не имеющей отношения к реальному миру.

x) Более подробное изложение формализма калибровочных полей читатель найдет в учебнике /2/.

Тем не менее, к началу 70-х годов, благодаря успешному преодолению упомянутых трудностей, связанных с квантованием систем со связями, и обнаружению способа введения массы, не нарушающего калибровочной симметрии (метод спонтанного нарушения симметрии и механизм Хиггса), неабелевы калибровочные поля заняли центральное место в аппарате современной теории взаимодействия частиц. Наряду с абелевым калибровочным полем, представляющим ядро электродинамики, поля Янга-Миллса лежат в основе механизма слабых взаимодействий, переносимых тяжелыми промежуточными калибровочными векторными бозонами, а также образуют фундамент теории сильных взаимодействий - квантовой хромодинамики. Кванты неабелева калибровочного поля цветовой группы $SU(3)$ - глюоны - заняли место мезонов Юкавы в роли универсального переносчика сильных взаимодействий между кварками и самими глюонами.

Не менее извилистую историю имеет свойство перенормируемости. В начале более чем 30-летнего периода существования перенормируемой теории возмущений оно представлялось слабым местом квантовой теории поля, существенно ограничивающим класс взаимодействий полей, для которых удавалось однозначно вычислять радиационные поправки и казалось следствием несовершенства доступных теоретических методов, в первую очередь метода теории возмущений и перенормировок по теории возмущений. В противоположность этому в начале 70-х годов свойство перенормируемости, наложенное как требование, сыграло существенную роль в кварковом расширении единой модели электромагнитного и слабого взаимодействий и привело, в конечном счете, к предсказанию существования четвертого, "очаровательного" кварка.

В настоящее время представляется несомненным, что свойство перенормируемости по теории возмущений удовлетворяется тремя основными взаимодействиями (электромагнитным, слабым и сильным), построенным на основе механизма ЛКС. Нерешенным покамест остается вопрос о перенормируемости квантовой гравитации. Здесь, однако, появились и существенно усилились за последние годы надежды, связанные с суперсимметрией и супергравитацией.

Суперсимметрия была открыта на рубеже 60-х и 70-х годов сначала в алгебраической форме (как расширение алгебры Пуанкаре, включающее антикоммутирующие элементы), а затем и в квантовополевой формулировке. Суперсимметрия может быть определена как симметрия между бозе- и ферми- полями, т.е. между квантовыми полями, одна часть которых удовлетворяет перестановочным соотношениям Бозе-Эйнштейна, а другая - статистике Ферми-Дирака и принципу исключения Паули.

Техническая возможность образования линейных форм с надлежащими

свойствами из полевых функций с разной статистикой связана с использованием особых алгебраических объектов - образующих алгебры Грассмана. Простейшая алгебра Грассмана с инволюцией (аналог операции сопряжения) основана на двух образующих θ и $\bar\theta$, антикоммутирующих друг с другом, причем квадрат каждого равен нулю:

$$\theta\bar\theta = -\bar\theta\theta \ , \quad \theta\theta = \theta^2 = 0 , \quad \bar\theta^2 = 0 .$$

Таким образом, алгебра Грассмана нильпотентна. Более сложные алгебры Грассмана содержат четное число образующих θ_1, $\bar\theta_1$, ... $\theta_n, \bar\theta_n$, таких, что

$$\theta_k\theta_m + \theta_m\theta_k = \bar\theta_k\bar\theta_m + \bar\theta_m\bar\theta_k = \theta_m\bar\theta_k + \bar\theta_k\theta_m = 0 .$$

Рассмотрим теперь линейную комбинацию скалярного бозе-поля φ и спинорного ферми-поля ψ,

$$\Phi(x,\theta,\bar\theta) = \varphi(x) + \bar\theta\psi(x) + \bar\psi(x)\theta \ , \qquad (6)$$

предположив еще, что грассмановы переменные обладают спинорной структурой относительно группы Пуанкаре [x)]. Не составляет большого труда проверить, что коммутатор двух форм

$$[\Phi(x,\theta,\bar\theta), \Phi(y,\theta,\bar\theta)] \equiv \Phi(x,\dots)\Phi(y,\dots) - \Phi(y,\dots)\Phi(x,\dots)$$

выражается линейным образом

$$[\Phi(x,\dots),\Phi(y,\dots)] = \Delta(x-y) + \bar\theta_\alpha\left[S_{\alpha\beta}(x-y) - S_{\alpha\beta}(y-x)\right]\theta_\beta$$

через коммутатор скалярного поля и антикоммутатор спинорного

$$[\varphi(x),\varphi(y)] = \Delta(x-y) \ , \quad \{\psi_\alpha(x),\bar\psi_\beta(y)\} = S_{\alpha\beta}(x-y)$$

и не содержит операторных квантовых полей.

Таким образом, комбинация вида (6), являясь скаляром неоднородной группы Лоренца, удовлетворяет перестановочным соотношениям Бозе-Эйнштейна. Она может быть названа скалярным бозонным суперполем или, короче, скалярным суперполем. Можно построить аналогичные линейные формы, соответствующие спинорным представлениям группы суперсимметрии, например, суперспинор

$$\Psi_\alpha(x,\theta) = \psi_\alpha(x) + \varphi(x)\theta_\alpha ,$$

---

x) В целях облегчения изложения здесь мы намеренно упростили формулы, отбросив вклады $\sim\theta\bar\theta$ и т.п. Для более полного ознакомления с суперсимметриями и суперполями может быть рекомендован обзор /3/.

удовлетворяющий антикоммутационным соотношениям вида

$$\{\Psi_\alpha(x,\theta), \bar{\Psi}_\beta(y,\bar{\theta})\}_+ = S_{\alpha\beta}(x-y,\theta,\bar{\theta}),$$

т.е. являющийся суперфермиполем и т.д. Регулярные правила построения суперполей дает теория представлений.

Суперсимметричные модели квантовой теории поля могут быть записаны либо в терминах суперполей

$$\Phi(x,\theta,\bar{\theta}),\ \Psi(x,\theta),\ \bar{\Psi}(x,\bar{\theta}),\ B_\mu(x,\theta,\bar{\theta}),\ldots$$

либо через составляющие поля

$$\varphi(x),\ \psi(x),\ \bar{\psi}(x),\ b_\mu(x),\ldots$$

являющиеся представлениями группы Пуанкаре. При этом оказывается, что достаточно простая супермодель с одной константой связи, например, $g\Phi^4$, будучи расписана в лоренцевых компонентах, эквивалентна лагранжиану системы соответствующих составляющих полей, состоящему из суммы произведений различных обычных полей, причем каждое из слагаемых лагранжиана содержит одну и ту же константу связи g. В итоге суперсимметрия устанавливает жесткие простые связи между константами взаимодействия некоторой совокупности бозе- и ферми- полей, набор которых также фиксирован.

Исследование структуры расходимостей ряда суперсимметричных моделей еще в середине 70-х годов выявило ряд любопытных свойств. В частности оказалось, что в таких моделях часто проявляется тенденция к сокращению расходимостей. Были обнаружены модели, лагранжиан взаимодействия которых, будучи представлен через составляющие поля, выражается суммой членов, каждый из которых по отдельности требует введения ряда контрчленов. Однако при вычислении суммы вкладов данного порядка по g от всех слагаемых полного лагранжиана взаимодействия, оказывается достаточным небольшого числа контрчленов, не нарушающих суперсимметрию. Основная масса контрчленов, выраженных через составляющие поля, компенсирует друг друга.

Здесь оказывается удобным сформулировать правила Фейнмана непосредственно в терминах суперполей. Соответствующие суперпропагаторы

$$\langle T\, u(x,\theta,\bar{\theta})\,\overset{*}{u}(y,\theta,\bar{\theta})\rangle_0 = \Delta^c(x-y,\theta,\bar{\theta})$$

являются функциями разности $x-y$ и грассмановых образующих θ, $\bar{\theta}$. Если теперь провести описанные выше вычисления вкладов теории возмущений по суперправилам Фейнмана, то компенсирующие друг друга расходимости не возникают вообще.

Этот факт имеет известную историческую аналогию. После создания

в конце 40-х годов ковариантной теории возмущений, в которой частицы и античастицы в виртуальных состояниях были объединены в единые пропагаторы Штюкельберга-Фейнмана, оказалось, что степень некоторых расходимостей изменилась. Расходимость собственной энергии электрона понизилась с линейной до логарифмической.

Возможно, что наиболее важными с физической точки зрения являются примеры полной компенсации расходимостей в некоторых специфических моделях. Речь идет о так наз. моделях расширенной суперсимметрии, зависящих от $4N$ грассмановых образующих (точнее от $2N$ двухкомпонентных грассмановых спиноров θ_1^α, $\bar{\theta}_1^\beta$, ... θ_N^α, $\bar{\theta}_N^\beta$; $\alpha, \beta = 1,2$). Среди них имеются модели с минимальными значениями спинов составляющих полей, в которых значения этих спинов J не превышают некоторого максимального значения, связанного с числом N простым соотношением $N = 4J_{max}$. Известны /4/ три таких модели:

а) расширенная $N=2$ модель с максимальным спином $J = 1/2$.

б) расширенная $N=4$ модель с максимальным значением спина $J=1$, которому отвечает калибровочное векторное поле (суперкалибровочная модель),

в) расширенная $N=8$ модель с максимальным спином $J=2$, соответствующим гравитону (расширенная супергравитация).

В этих трех моделях, которые по формальному счету степеней расходимостей в терминах составляющих полей, т.е. при вычислениях по обычным правилам Фейнмана, оказываются расходящимися логарифмически, эффект сокращения расходимостей приводит к полной компенсации расходящихся вкладов в величину перенормировки константы связи (иначе к равенству нулю вкладов в так наз. ренормгрупповую бета-функцию). Это имеет место:

а) для $N=2$ расширенной суперсимметричной, так наз. "сигма-модели" в произвольном порядке теории возмущений;

б) для $N=4$ суперкалибровочной модели в одно-, двух- и трехпетлевом приближениях;

в) для $N=8$ супергравитации в одно- и двухпетлевом приближениях.

При этом оказывается, что при последовательном учете суперсимметрии на промежуточных этапах вычислений, т.е. при вычислениях по суперправилам Фейнмана, логарифмические расходимости перенормировок пропагаторов и вершинных функций (которые при покомпонентных вычислениях компенсируют друг друга в перенормировке константы связи) не возникают вовсе.

В то же время в $N=8$ супергравитации факт отсутствия расходимостей был установлен без каких-либо вычислений на основании невозможности сконструировать суперсимметричную операторную форму, отвечающую структуре одно- и двухпетлевых диаграмм Фейнмана.

Таким образом, получены серьезные указания на возможность существования небольшого числа "исключительных" моделей квантовой теории поля в 4-мерном пространстве-времени, которые не содержат ультрафиолетовых расходимостей в константах перенормировки операторных полевых функций, пропагаторов, вершинных функций и констант связи. Разумеется, для полного освобождения от расходимостей придется решить еще проблему собственных масс частиц полей материи.

Наибольший интерес для приложений представляет расширенная $N=8$ супергравитация, которая дает надежду на существование механизма полного объединения всех четырех (электромагнитного, слабого, сильного и гравитационного) взаимодействий, свободного не только от неперенормируемых расходимостей, обычно сопровождающих процедуру квантования гравитационного поля, но и свободного от расходимостей вообще /5/

В том случае, если эти надежды осуществятся, мы имеем шанс получить картину полного объединения (Total Unification of Interactions), при которой в области сверхвысоких энергий при

$$E \gg M_{TU} \quad , \; M_{TU} \sim (10^{15} \div 10^{19}) \text{ ГэВ}$$

полностью объединенная, бегущая константа связи α_{TU} перестает "бежать", т.е. меняться с дальнейшим ростом энергии и оказывается равной некоторой константе α_0, которая и соответствует константе связи, стоящей в лагранжиане. В практических низкоэнергетических вычислениях значение массы полного объединения M_{TU} выступает в роли эффективного импульса обрезания. С точки зрения таких вычислений вклад диаграмм со сверхтяжелыми виртуальными частицами, компенсирующими расходимости "легких" диаграмм, можно расcматривать как своеобразную "материализацию духов Паули-Вилларса".

Ультрафиолетовые расходимости выступают при этом как паразитные эффекты, соответствующие не физике дела, а искусственно возникшие вследствие несовершенства традиционного метода исследования, разделяющего единый суперсимметричный лагранжиан на несимметричные слагаемые, которые на первом этапе исследования расcматриваются отдельно друг от друга.

Обобщая гиперболу Тейяра де Шардена /6/ об изучении рыбацкой сети путем скрупулезного анализа одной ее ячейки, можно уподобить мир элементарных взаимодействий изящной статуе или вазе с плавными

формами. Пигмей - исследователь откалывает от вазы кусочек и уносит в лабораторию для анализа. Подобно исследователю ячейки сети, через некоторое время он знает все об отбитом куске и ничего о сосуде в целом. При этом, однако, кроме традиционных лабораторных средств и оборудования ему потребовались также иод, вата и бинты для лечения порезов на руках от острых краев осколка вазы. Перенормировка, контрчлены, регуляризации, возможно, также не нужны для понимания картины взаимодействия в целом, как не нужны медикаменты для исследования целой вазы.

Последовательный учет трех квантовых симметрий, соответствующий их хронологическому порядку использования, может быть представлен в виде довольно стройного ряда:

1. Переход от квантовой механики к перенормируемой квантовой теории поля (учет принципа ПН) привел к тому, что взамен функционального произвола, характеризуемого потенциальной функцией, мы получили лишь набор произвольных постоянных - констант связи.
2. Учет принципа ЛКС, т.е. введение калибровочных полей приводит к установлению связей (в простейших случаях равенств) между константами взаимодействия данного калибровочного поля с полями материи.
3. Использование принципа СС вводит вполне определенные наборы состоящие как из бозе-, так и из ферми-полей (супермультиплеты), взаимодействия которых описываются единственной константой связи.

Наконец, представляется весьма вероятной возможность четвертого этапа:

4. Наложение требования сверхперенормируемости (принцип СПН), т.е. отсутствия расходимостей в формально-расходящихся суперсимметричных моделях, при заданном значении максимального спина, участвующих частиц, фиксирует модель однозначно.

Тем самым, возможно, мы делаем существенный шаг к пониманию того, почему мир устроен именно так, как он устроен, а не иначе /7/.

Как уже отмечалось вначале, все три принципа

ЛКС, СС, ПН(СПН?)

по своей природе являются квантовыми, т.е. для их формулировки необходимы чисто квантовые понятия :

- понятие фазы волновой функции и независимости от нее наблюдаемых величин;

- понятие о различных статистиках и о бозе- и ферми- полях;
- понятие о происхождении и структуре ультрафиолетовых расходимостей и о процедуре перенормировки.

Последовательное использование этих квантовых симметрий вносит мощную детерминистическую струю в мир квантовых явлений, который в своей основе подчинен статистическим закономерностям.

Литература

I. Фейнман Р. Теория фундаментальных процессов. "Наука", М., ГРМЛ, 1978, § 29.
2. Боголюбов Н.Н., Ширков Д.В. Квантовые поля. "Наука", М., ГРМЛ, 1980, §§ 10,11.
3. Огиевецкий В.И., Мезинческу Л. Симметрия между бозонами и фермионами и суперполя. УФН, 1975, т. 117, № 4, с. 637-683.
4. Townsend P.K. Finite field Theory? CERN, Preprint TH.3066, 1981.
5. Hawking A. Is the end in sight for theoretical physios? CERN Courier vol 21, N 2, March 1981, p.73.
6. Тейяр де Шарден П. Феномен человека . "Прогресс", М., 1965.
7. Эйнштейн А. О современном состоянии теории поля. Собрание научных трудов, том. 2. "Наука". М., 1966, стр. 245.

Рукопись поступила в издательский отдел
15 января 1982 года.

ТЕМАТИЧЕСКИЕ КАТЕГОРИИ ПУБЛИКАЦИЙ ОБЪЕДИНЕННОГО ИНСТИТУТА ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

Индекс	Тематика
1.	Экспериментальная физика высоких энергий
2.	Теоретическая физика высоких энергий
3.	Экспериментальная нейтронная физика
4.	Теоретическая физика низких энергий
5.	Математика
6.	Ядерная спектроскопия и радиохимия
7.	Физика тяжелых ионов
8.	Криогеника
9.	Ускорители
10.	Автоматизация обработки экспериментальных данных
11.	Вычислительная математика и техника
12.	Химия
13.	Техника физического эксперимента
14.	Исследования твердых тел и жидкостей ядерными методами
15.	Экспериментальная физика ядерных реакций при низких энергиях
16.	Дозиметрия и физика защиты
17.	Теория конденсированного состояния
18.	Использование результатов и методов фундаментальных физических исследований в смежных областях науки и техники
19.	Биофизика

Ширков Д.В. Квантовые симметрии во взаимодействиях частиц Р2-82-26

Вводится понятие квантовой симметрии как такой симметрии, при формулировке которой существенно используются квантовые представления и специфические квантовые понятия.

Обсуждается роль трех принципов квантовых симметрий:
- принципа перенормируемости /возможно, сверхперенормируемости/,
- принципа локальной калибровочной симметрии,
- принципа суперсимметрии

в развитии квантовой теории поля. Сделан вывод о детерминистическом влиянии этих принципов на формирование современного облика теории взаимодействий.

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики ОИЯИ.

Сообщение Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1982

Shirkov D.V. Quantum Symmetries in Particle Interactions P2-82-26

The conception of quantum symmetry is introduced. This is the symmetry which cannot be formulated without essential use of quantum ideas and notions.

The role of three principles of quantum symmetry:
- renormalizability (or probably, superrenormalizability)principle,
- local gauge symmetry principle,
- suprsymmetry principles

in the development of quantum field theory is discussed.

The conclusion is that these principles yield deterministic influence on the formation of modern aspect of the theory of elementary interactions.

The investigation has been performed at the Laboratory of Theoretical Physics, JINR.

Communication of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1982

Перевод О.С.Виноградовой.