ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

ДУБНА

18/XI-74

Р2-8155

С.И.Синеговский, В.М.Мальцев, Н.К.Душутин

О ПРОЦЕССАХ ГЕНЕРАЦИИ ЧАСТИЦ В МЕТОДЕ РАСШИРЕННОЙ S-МАТРИЦЫ

1974

ЛАБОРАТОРИЯ
ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

P2-8155

С.И.Синеговский, В.М.Мальцев, Н.К.Душутин

О ПРОЦЕССАХ ГЕНЕРАЦИИ ЧАСТИЦ В МЕТОДЕ РАСШИРЕННОЙ S-МАТРИЦЫ

Направлено в ТМФ

Синеговский С.И., Мальцев В.М., Душутин Н.К. Р2-8155

О процессах генерации частиц в методе расширенной S-матрицы

В методе расширенной S-матрицы построены уравнения для многочастичных амплитуд, на основе которых исследуются интегральные характеристики множественного образования адронов.

Препринт Объединенного института ядерных исследований.
Дубна, 1974

Sinegovsky S.I., Maltsev V.M., Dushutin N.K. P2-8155

On the Processes of Multiparticle Production in the Method of the Extended S-Matrix

In the method of the extended S-matrix equations for multiparticle amplitudes have been constructed. On this basis integral characteristics of multiparticle production of hadrons are considered.

Preprint. Joint Institute for Nuclear Research.
Dubna, 1974

Введение

Для понимания процессов множественного рождения адронов важны такие интегральные характеристики, как функция распределения по множественности $P_n = \frac{\sigma_n}{\sigma_{inel}}$ и корреляционные параметры f_k. По форме распределения и характеру зависимости корреляционных параметров от энергии можно сделать определенные выводы о динамике взаимодействия.

В настоящей работе рассматривается возможность получения интегральных характеристик в S-матричной формулировке квантовой теории поля/1-5/. Предлагаемый подход основан на идеях расширения матрицы рассеяния за энергетическую поверхность /э.п./ /2-3/, поскольку задание матрицы рассеяния на э.п. не дает возможности строго определить условие причинности /2/.

Расширение S-матрицы осуществляется введением некоторого объекта, описываемого вещественной функцией $\rho(x)$ и взаимодействующего с квантовой системой, причем свойства $\rho(x)$ таковы, что пространство асимптотических состояний остается полным и для расширенной матрицы, т.е. условие унитарности выполняется также и для $S(\rho)$*:

$$S^+(\rho)\,S(\rho) = S(\rho)\,S^+(\rho) = 1\,.$$

* Подробно вопросы расширения S-матрицы рассмотрены в работе Б.В.Медведева и соавторов /5/.

Расширение S-матрицы по функции включения взаимодействия $g(x)$, введенной в работе /1/, и переход к дифференциальным по константе связи уравнениям /6/ дали возможность исследовать неупругие адронные процессы при некоторых упрощающих предположениях.

2. *Уравнение для амплитуды перехода в состояние с n-вторичными частицами*

Условие микропричинности /1/

$$\frac{\delta \mathcal{L}(x)}{\delta g(y)} = 0\,, \qquad \text{для} \quad x_0 < y_0\,,\ (x-y)^2 < 0$$

где

$$\mathcal{L}(x) = \frac{1}{i} S^{+} \frac{\delta S}{\delta g(x)}\,, \qquad /1/$$

в сочетании с унитарностью S-матрицы дает

$$\frac{\delta \mathcal{L}(x)}{\delta g(y)} = i\,\theta(x-y)\,[\mathcal{L}(x)\,, \mathcal{L}(y)]\,. \qquad /2/$$

Переход от уравнений с функциональными производными к дифференциальным по "эффективной" константе связи осуществляется заменой $\int d^4x \frac{\delta}{\delta g(x)}$ на $\frac{d}{dg}$ в предположении, что $g(x)$ бесконечно близка к g, т.е. матрица рассеяния определена вблизи массовой поверхности. Тогда /1/ и /2/ с учетом перенормировок имеют вид /6/:

$$\frac{1}{i} \frac{dS(g)}{dg} = S \int \mathcal{L}(x)\, d^4x \qquad /3/$$

$$\frac{d\mathcal{L}(x)}{dg} = i \int \theta(x-y)[\mathcal{L}(x)\,, \mathcal{L}(y)]\, d^4y + \alpha\, \mathcal{L}(x) + \qquad /4/$$

$$+ \beta\, S^{+} T(\bar{\phi}_{in}\, \phi_{in}\, S)\,,$$

$$\frac{d(\beta S^{+} T(\bar{\phi}_{in}\, \phi_{in}\, S))}{dg} = i \int \theta(x-y)[\beta S^{+} T(\bar{\phi}_{in}\, \phi_{in}\, S), \mathcal{L}(y)]\, d^4y. \qquad /5/$$

Здесь $\mathcal{L}(x)$ - плотность лагранжиана в представлении Гейзенберга; $\alpha = \frac{d^2 g_0}{dg^2} / \frac{dg_0}{dg}$ и $\beta = \frac{d^2 \delta M}{dg^2} - \frac{d\delta M}{dg} \frac{d^2 g_0}{dg^2} / \frac{dg_0}{dg}$ - постоянные перенормировки, определяемые условием стабильности одночастичных состояний $S|1\rangle = |1\rangle$ и соответствующие перенормировке заряда и массы; g_0, g - затравочная и перенормированная константы связи. Начальные условия для системы /3-5/:

$$\text{при} \quad g = 0 \quad S = 1,\ [\mathcal{L}(x) \equiv S^{+} T(\mathcal{L}_{in}(x)\, S)]_{g=0} = \mathcal{L}_{in}\,,$$

где $\mathcal{L}_{in}$ - плотность лагранжиана в in-представлении, деленная на g.

Будем исходить из достаточно общего разложения уравнения /3/ по нормальным произведениям in-полей в p-представлении:

$$\frac{1}{i} \frac{dS(g)}{dg} = S(g)\, r_0(g) + \qquad /6/$$

$$+ \sum_{k=1}^{\infty} \int r_k(p_1, \dots, p_k, g) : S(g)\, \phi_{in}(p_1) \dots \phi_{in}(p_k) : dp_1 \dots dp_k\,,$$

/ r_k - коэффициентные функции этого разложения, несущие информацию о механизме взаимодействия; ϕ_{in} - скалярные бозе-поля, удовлетворяющие на массовой поверхности уравнению Клейна-Гордона/.

В качестве реального объекта, описываемого $S(g)$-матрицей, будем рассматривать полуинклюзивный процесс образования n-вторичных частиц с зарядом одного знака

$$a + b \to n + X\,, \qquad /7/$$

где $n = \frac{n_{ch} - 2}{2}$, n_{ch} - полное число заряженных частиц.

Таким образом, удается феноменологически дополнить теоретико-полевой подход учетом эффектов, связанных с существованием лидирующих частиц и закона сохранения заряда. Другими словами, характеристики реального процесса определяются "эффективным" взаимодействием скалярных бозонов с внешними источниками, заданными переходом начальных частиц a, b в лидирующие a', b'.

В этом подходе коэффициентные функции разложения $S(g)$ -матрицы

$$S(g) = S^0(g) \sum_{n=0}^{\infty} \int \chi_n(p_1, \dots, p_n; g) : \phi_{in}(p_1) \dots \phi_{in}(p_n) : dp_1 \dots dp_n \qquad /8/$$

с точностью до множителя определяют амплитуды перехода в состояние с n-вторичными частицами.

Здесь

$$S^0(g) = \langle 0 | S(g) | 0 \rangle, \quad \chi_n(p_1, \dots, p_n; g=0) = \delta_{n0} .$$

Взяв производную по g от $S(g)$ и приравняв ее правой части соотношения /6/ после n-кратного варьирования по ϕ_{in} и усреднения по вакууму, получим

$$\frac{1}{i} \frac{d S^0(g)}{dg} = S^0(g) \tau_0(g) \qquad /9/$$

$$\frac{1}{i} \frac{d\chi_n(p_1, \dots, p_n; g)}{dg} = \sum_{\ell=0}^{n-1} \frac{\ell!(n-\ell)!}{n!} P\left(\frac{1, \dots, \ell}{\ell+1, \dots, n}\right) \times$$

$$\times \chi_\ell(p_1, \dots, p_\ell \; g) \tau_{n-\ell}(p_{\ell+1}, \dots, p_n; g), \qquad /10/$$

где $P\left(\frac{1, \dots, \ell}{\ell+1, \dots, n}\right)$ - оператор симметризации [1].

Так как условие унитарности связывает $\tau_0(g)$ со всеми τ_k -функциями, рассмотрим только уравнение /10/, отражающее динамику взаимодействия.

3. Модель с независимым рождением кластеров

Решение уравнения /10/ будем искать, считая τ -функции параметрами, не содержащими явной зависимости от индекса. Введем производящие функционалы

$$\Omega(h(p), g) = \sum_{n=0}^{\infty} \int h(p_1) \dots h(p_n) \chi_n(p_1, \dots, p_n; g) dp_1 \dots dp_n \qquad /11/$$

$$T(h(p), g) = \sum_{k=1}^{\infty} \int h(p_1) \dots h(p_k) \tau_k(p_1, \dots, p_k; g) dp_1 \dots dp_k \qquad /12/$$

/ $dp_i = \frac{d^3 p_i}{E_i}$ - лоренц-инвариантный объем в импульсном пространстве/.

Используя определение [4] функциональной производной

$$\frac{\delta \Omega(h(p), g)}{\delta h(p_i)} = \lim_{\nu \to 0} \lim_{s \to 0} \frac{1}{s} [\Omega(h(p) + s\delta_\nu(p - p_i), g) - \Omega(h(p), g)], \qquad /13/$$

где δ_ν - любая функция, которая при $\nu \to 0$ переходит в δ -функцию, и разложение Ω и T в ряды Тейлора, получим

$$\frac{1}{n!} \left. \frac{\delta^n \Omega(h(p), g)}{\delta h(p_1) \dots \delta h(p_n)} \right|_{\substack{h(p_1)=0 \\ \vdots \\ h(p_n)=0}} = \chi_n(p_1, \dots, p_n; g) \qquad /14/$$

$$\frac{1}{k!} \left. \frac{\delta^k T(h(p), g)}{\delta h(p_1) \dots \delta h(p_k)} \right|_{\substack{h(p_1)=0 \\ \vdots \\ h(p_k)=0}} = \tau_k(p_1, \dots, p_k; g) . \qquad /15/$$

Уравнение для производящих функционалов получается из соотношения /10/, если умножить последнее на $h(p_1) \dots h(p_n)$, проинтегрировать по всем импульсам и выполнить суммирование по индексам n и k :

$$\frac{1}{i} \frac{\partial \Omega(h(p), g)}{\partial g} = \Omega(h(p), g) \, T(h(p), g) . \qquad /16/$$

Начальные условия:

$$\Omega(h(p), g=0) = 1$$
$$T(h(p), g=0) = 0.$$

Решение уравнения /16/ связывает два функционала

$$\Omega(h(p), g) = e^{i \int_0^g T(h(p), g')\, dg'} . \qquad /17/$$

Первая функциональная производная от /17/ равна:

$$\frac{\delta \Omega(h(p), g)}{\delta h(p_1)} = \Omega(h(p), g)\, i \int_0^g \frac{\delta T(h(p), g')}{\delta h(p_1)}\, dg' . \qquad /18/$$

Дифференцируя в смысле, определенном соотношением /13/, выражение /18/, получим

$$\frac{\delta^n \Omega(h(p), g)}{\delta h(p_1) \ldots \delta h(p_n)} = \sum_{k=0}^{n-1} \frac{k!(n-k)!}{n!} \frac{(n-1)!}{(n-1-k)!\,k!} \times$$
$$\times P\left(\frac{1, \ldots, k}{k+1, \ldots, n}\right) \frac{\delta^k \Omega(h(p), g)}{\delta h(p_1) \ldots \delta h(p_k)} \times \qquad /19/$$
$$\times\, i \int_0^g \frac{\delta^{n-k} T(h(p), g')}{\delta h(p_{k+1}) \ldots \delta h(p_n)}\, dg' .$$

С учетом определений /14/ и /15/, находим решение

$$\chi_n(p_1, \ldots, p_n; g) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{n-k}{n} \frac{(n-k)!\,k!}{n!} P\left(\frac{1, \ldots, k}{k+1, \ldots, n}\right) \times$$
$$\times\, \chi_k(p_1, \ldots, p_k; g) \quad i \int_0^g \tau_{n-k}(p_{k+1}, \ldots, p_n; g')\, dg' . \qquad /20/$$

Диаграммное представление решения /20/ изображено на *рисунке*.

Распределение по множественности можно получить непосредственно из последнего выражения, умножив его на сопряженный ряд и проинтегрировав по всем импульсам. Очевидно, такие вычисления малопривлекательны хотя бы потому, что не позволяют установить прямую связь между τ -функциями и корреляционными параметрами. Поэтому мы воспользуемся техникой производящих функций [7]**.**

Чтобы получить уравнение для функции распределения, умножим /10/ на $\chi_n^*(p_1, \ldots, p_n; g)$ и прибавим к полученному результату комплексно-сопряженное выражение. Окончательно имеем

$$\frac{dP_n}{dg} = \sum_{\ell=0}^{n-1} P_\ell \int dp_{\ell+1} \ldots dp_n \,[\, i\, \tau_{n-\ell}(p_{\ell+1}, \ldots, p_n; g) \times$$
$$\times \sum_{i_k} \prod_{i_k} (-i) \int_0^g dg'\, \tau^*_{i_k} \left(p_{n-\sum_{j=1}^k i_j + i_k}, \ldots, p_{n-\sum_{j=1}^k i_j - i_k + 1}; g\right) +$$
$$+ (-i)\, \tau^*_{n-\ell}(p_{\ell+1}, \ldots, p_n; g) \sum_{i_k} \prod_{i_k} i \int_0^g dg'\, \tau_{i_k} \times$$
$$\times \left(p_{n-\sum_{j=1}^k i_j + i_k}, \ldots, p_{n-\sum_{j=1}^k i_j - i_k + 1}; g\right)]\, \delta(\Sigma i_k - n + \ell) .$$
$$/21/$$

Здесь $P_\ell = \int dp_1 \ldots dp_\ell\, \chi_\ell(p_1, \ldots, p_\ell; g)\, \chi^*_\ell(p_1, \ldots, p_\ell; g)$ - - ненормированное распределение по множественности.

Вводя обозначения

$$c_k = i \int_0^g \tau_k\, dg'$$

$$a_1 = \int dp_i\, |c_1(p_i; g)|^2$$

$$a_2 = \int dp_i\, dp_j\, (c_1(p_i; g)\, c_1(p_j; g)\, c_2^*(p_i, p_j; g) +$$
$$+ c_1^*(p_i; g)\, c_1^*(p_j; g)\, c_2(p_i, p_j; g) + |c_2(p_i, p_j; g)|^2)$$

$$a_k = \int dp_1 \ldots dp_k \sum_{i_k} (c_{i_1} \ldots c_{i_k} c_k^* + c_{i_1}^* \ldots c_{i_k}^* c_k)\, \delta(\Sigma i_k - k) ,$$

для уравнения /21/ получаем компактную запись:

$$\frac{dP_n}{dg} = \sum_{\ell=0}^{n-1} P_\ell \frac{d a_{n-\ell}}{dg} . \qquad /22/$$

Уравнение для производящей функции $Q = \sum_s z^s P_s$ имеет вид

$$\frac{\partial Q(z, g)}{\partial g} = \left(z \frac{da_1}{dg} + z^2 \frac{da_2}{dg} + \ldots + z^n \frac{da_n}{dg}\right) Q(z, g) \qquad /23/$$

с начальным условием $Q(z, g=0) = 1$.

Его решение

$$Q(z, g) = e^{\sum_{k \geq 1} a_k z^k} . \qquad /24/$$

Искомое распределение, генерируемое функцией /24/,

$$P_n = \frac{1}{n!} \frac{d^n Q}{d z^n}\Big|_{z=0} \quad , \qquad /25/$$

может быть представлено в виде:

$$P_n = \sum_{\alpha} \frac{a_1^{\alpha_1} \dots a_k^{\alpha_k}}{\alpha_1 ! \dots \alpha_k !} \delta (n - \Sigma k \alpha_k) \ . \qquad /26/$$

Полученное распределение по множественности описывает процесс с независимым рождением кластеров. Функции $r_k(p_1, \dots, p_k \ ; \ g)$ можно рассматривать как амплитуды образования кластеров, распадающихся на k частиц. Естественно, что в таком подходе учтены только короткодействующие корреляции. Величины a_k представляют собой факториальные моменты, умноженные на $1/k!$, и содержат вклады от всех возможных состояний.

Легко видеть, что /26/ дает пуассоновское распределение для случая, когда кластеров нет, а есть только независимое рождение частиц, т.е. $a_{k>1} = 0$. Если же все $a_{k>2} = 0$, т.е. разрешено образование в промежуточном состоянии кластера, распадающегося на две частицы, то распределение будет мюллеровского типа:

$$P_n = \sum_{\alpha_1 \alpha_2} \frac{a_1^{\alpha_1}}{\alpha !} \frac{a_2^{\alpha_2}}{\alpha !} \delta (n - \alpha_1 - 2\alpha_2) =$$

$$= (\sqrt{-a})^n \sum_{\alpha_2 = 0}^{[n/2]} \frac{(-1)^{\alpha_2} \left(\frac{a_1}{\sqrt{-a_2}}\right)^{n - 2\alpha_2}}{(n - 2\alpha_2)! \, \alpha_2 !} = \qquad /27/$$

$$= \frac{(\sqrt{-a_2})^n}{n!} H_n \left(\frac{a_1}{2\sqrt{-a_2}}\right) ,$$

где H_n - полиномы Эрмита, $[n/2]$ - целая часть $n/2$.

С учетом нормировки $\sum_n P_n = 1$ имеем

$$P_n = e^{-(a_1 + a_2)} \frac{(\sqrt{-a_2})^n}{n!} H_n \left(\frac{a_1}{2\sqrt{-a_2}}\right) . \qquad /28/$$

Корреляционные параметры распределения /28/ определяются через a_1 и a_2:

$$f_1 \equiv \langle n \rangle = a_1 + 2a_2 , \quad f_2 = 2a_2 .$$

Свойства такого распределения были обсуждены нами ранее [8].

Обратившись к /26/, замечаем, что в общем случае корреляционные параметры

$$f_k = k! \, a_k + \sum_{m \geq 1} (k+m)(k+m-1) \dots (m+1) \, a_{m+k} \qquad /29/$$

не обращаются в нуль даже в высших порядках.

Таким образом, /26/ представляет наиболее общий вид распределения по множественности для короткодействующих корреляций. При этом структура распределения не зависит от природы кластера, который может быть образован в результате распада статистической системы или за счет мультипериферического взаимодействия. Последнее отражается лишь на энергетической зависимости корреляционных параметров. Не меняется распределение и при слабой связи между кластерами, когда сохраняются условия применимости кластерного разложения.

Экспериментальные данные, в основном, не противоречат предложенной здесь картине взаимодействия. Однако некоторые факты /дальнодействующие корреляции и т.д./ указывают на возможность существования более жесткой связи между всеми вторичными частицами [9], которая содержится в исходных уравнениях /10/, но была исключена в рассмотренном варианте решения.

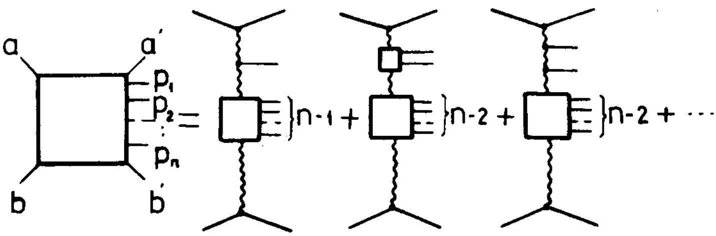
Литература

1. Н.Н.Боголюбов, Д.В.Ширков. Введение в теорию квантованных полей. М., Наука, 1973.
2. Н.Н.Боголюбов, А.А.Логунов, И.Т.Тодоров. Основы аксиоматического подхода в квантовой теории поля. М., Наука, 1969.
3. Н.Н.Боголюбов, Б.В.Медведев, М.К.Поливанов. Вопросы теории дисперсионных соотношений. М., Физматгиз, 1958.
4. С.Швебер, Введение в релятивистскую квантовую теорию, М., ИЛ, 1963.
5. Б.В.Медведев, В.П.Павлов, М.К.Поливанов, А.Д.Суханов, ТМФ, 13/ 1 /1972/.
6. Д.А.Киржниц, ЖЭТФ, 49, 5, 1543 /1965/.

   Д.А.Киржниц. В сб. "Проблемы теоретической физики", М., Наука, 1972.
7. A.H.Mueller. Phys.Rev., D4, 150 (1971) . Z.Koba. Proc. of the 1973 CERN-JINR School of Physics, CERN, 73 -12, Geneva (1973).

   Н.К.Душутин, В.М.Мальцев. Сообщение ОИЯИ, Р2-7676, Дубна, 1973.
8. Н.К.Душутин, В.М.Мальцев, С.И.Синеговский. Препринт ОИЯИ, Р2-7908, Дубна, 1974.
9. Н.К.Душутин, В.М.Мальцев. Препринт ОИЯИ, Р2-6932, Дубна, 1973.

Рукопись поступила в издательский отдел
29 июля 1974 года.



Диаграммное представление кластерного разложения /20/.