СООБЩЕНИЯ
ОБЪЕДИНЕННОГО
ИНСТИТУТА
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ
ДУБНА

Р2 - 8148

М.Вишинеску, М.Широков

ПРОЦЕДУРА "ОДЕВАНИЯ" В ТЕОРИИ ПОЛЯ ПО МЕТОДУ ВОЗМУЩЕНИЙ И РАСХОДИМОСТИ

1974

ЛАБОРАТОРИЯ
ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

P2 - 8148

М.Вишинеску,* М.Широков

ПРОЦЕДУРА "ОДЕВАНИЯ" В ТЕОРИИ ПОЛЯ ПО МЕТОДУ ВОЗМУЩЕНИЙ И РАСХОДИМОСТИ

* Институт атомной физики, Бухарест, Румыния.

Вишинеску М., Широков М. P2 - 8148

Процедура "одевания" в теории поля по методу возмущений и расходимости

Рассматривается процедура "одевания" по теории возмущений, предложенная Л.Д.Фаддеевым. Показано, что полученный в результате этой процедуры гамильтониан взаимодействия в случае теории $\lambda\bar{\psi}\gamma_5\psi\phi$ имеет дополнительные расходимости, не содержащиеся в S -матрице и не устраняющиеся обычной перенормировкой. Обсуждается возможность устранения этих расходимостей посредством некоторой модификации процедуры Фаддеева.

Сообщение Объединенного института ядерных исследований
Дубна, 1974

Visinescu M., Shirokov M. P2 - 8148

Perturbation Approach to the "Dressing" of the Field Theory and Divergences

The perturbation approach to the "dressing" of the field theory proposed by L.D.Faddeev is considered. It is shown that in the case of Yukawa interaction $\lambda\bar{\psi}\gamma_5\psi\phi$ the "dressing" procedure leads to an interaction Hamiltonian with additional divergences which are not present in the S -matrix and cannot be removed by the usual renormalization rules. The possibility of removing these divergences by means of some modification of the Faddeev procedure is discussed.

Communications of the Joint Institute for Nuclear Research.
Dubna, 1974

Операторы рождения-уничтожения "одетых" частиц a_p^+, a_p характеризуются следующими главными свойствами /1/ :

1/ их бесчастичный вектор /т.е. такой вектор Ω , что $a_p \Omega = 0$ для всех p / совпадает с физическим вакуумом, определяемым как собственный вектор полного гамильтониана H с наименьшей энергией;

2/ одночастичные состояния $a_p^+ \Omega$ также являются собственными векторами H .

Л.Фаддеев предложил универсальную процедуру нахождения таких операторов, формально применимую к любой лагранжевой теории поля /2/. Его метод основан на теории возмущений. В разделе I мы его кратко описываем и в разделе 2 применяем, в качестве примера, к теории со взаимодействием $\bar{\psi}\gamma_\mu\psi\partial_\mu\phi$. Будучи тривиальным /после "одевания" теория превращается в свободную/, этот пример интересен тем, что вместо обычных функций Грина можно определить отличающиеся от них функции Грина "одетых" частиц.

Применение процедуры к взаимодействию Юкавы $\bar{\psi}\gamma_5\psi\phi$ /пространство-время обычные: 3+1/ обнаруживает, однако, что после "одевания" по Фаддееву полный гамильтониан приобретает расходимости, не устраняющиеся обычными перенормировками массы и заряда. Хотя при вычислении S -матрицы эти последние должны исчезать /см. раздел 2/, их наличие в гамильтониане означает, что после громоздкой процедуры "одевания" еще усложняется и вычисление S -матрицы / по сравнению с "голым" формализмом/.

В разделе 4 мы анализируем наше доказательство существования дополнительных расходимостей и исследуем возможность такой модификации первоначальной процедуры Фаддеева, чтобы эти расходимости не появлялись.

1. Изложим процедуру Фаддеева в форме, удобной для дальнейшего изложения. Пусть полный гамильтониан имеет вид $H = H_0 + H_I$. Мы включаем в H_I, кроме исходного взаимодействия V, контрчлен перенормировки массы:

$$H_I = V + M. \qquad /1/$$

Например, в теории с частицами спина О и 1/2 имеем

$$M = (\mu_0^2 - \mu^2)\phi^2 + (m_0 - m)\bar{\psi}\psi, \quad M = \sum_{n=2}^{\infty} \lambda^n M_n, \qquad /2/$$

где $\mu_0^2 - \mu^2$ и $m_0 - m$ - известные разложения по константе связи:

$$\mu_0^2 - \mu^2 = \sum_{n=2}^{\infty} \lambda^n (\delta\mu^2)_n \;; \quad m_0 - m = \sum_{n=2}^{\infty} \lambda^n (\delta m)_n. \qquad /3/$$

Обычные разложения ϕ и ψ по плоским волнам вводят операторы рождения-уничтожения "голых" мезонов и фермионов. Совокупность этих операторов обозначаем через a_p^+, a_p. Как известно, они не обладают свойствами 1/ и 2/, см. раздел 1. Введем вместо a_p^+, a_p новые операторы α_p^+, α_p, связанные с a_p^+, a_p формально унитарным преобразованием

$$a_p = W \alpha_p W^+ \;; \quad a_p^+ = W \alpha_p^+ W^+ \;; \quad W^+ W = 1 \qquad /4/$$

/унитарность нужна для того, чтобы α подчинялись каноническим коммутационным соотношениям, характерным для операторов рождения-уничтожения/. Пусть $H(a^+, a)$ обозначает полный гамильтониан, выраженный через "голые" операторы. Если в $H(a^+, a)$ ввести с помощью /4/ операторы α^+, α вместо a^+, a, то получим полный гамильтониан как функцию α^+, α:

$$H(a^+, a) = H(W\alpha^+ W^+, W\alpha W^+) = W H(\alpha^+, \alpha) W^+ \equiv K(\alpha^+, \alpha). \qquad /5/$$

Представим W в виде

$$W = \ldots e^{\lambda^3 R_3} e^{\lambda^2 R_2} e^{\lambda R_1}, \qquad /6/$$

где λ - константа связи. С помощью известной формулы

$$e^A B e^{-A} = B + [A,B] + \frac{1}{2}[A,[A,B]] + \frac{1}{3!}[A,[A,[A,B]]] + \ldots \qquad /7/$$

можно /5/ представить в виде ряда по степеням λ:

$$K(\alpha^+, \alpha) = K_0(\alpha^+, \alpha) + \lambda K_1(\alpha^+, \alpha) + \lambda^2 K_2(\alpha^+, \alpha) + \ldots \qquad /8/$$

$$K_0(\alpha^+, \alpha) \equiv H_0(\alpha^+, \alpha); \quad K_1 = [R_1, H_0] + V; \qquad /9/$$

$$K_2 = M_2 + [R_2, H_0] + [R_1, V] + \frac{1}{2}[R_1, [R_1, H_0]] \qquad /10/$$

в K_1 входит взаимодействие V. В случае взаимодействия Юкавы оно состоит из членов, содержащих произведения одних только /трех/ операторов рождения /членов типа /3.0//, членов с двумя операторами рождения и одним оператором уничтожения /тип /2.1// и эрмитово-сопряженных членов типа /3.0/ и /1.2/. Из-за наличия членов типа /3.0/ и /2.1/ бесчастичный вектор Ω операторов α и одночастичные состояния $\alpha_p^+\Omega$ не являются собственными векторами полного гамильтониана. Такие члены и вообще члены типа /n.0/ и /n.1/ с $n \geq 2$ мы будем называть "плохими". Подбором R_1 можно добиться того, чтобы в K_1 "плохие" члены не входили. Для этого R_1 надо взять в виде /антиэрмитовой/ суперпозиции членов /3.0/ + +/2.1/ - э.с. с такими коэффициентными функциями, чтобы $[R_1, H_0]$ равнялось $-V$ / для этого надо, чтобы соотношение между перенормированными массами было таково, чтобы распад одной частицы на две был невозможен/. После этого получается, что $K_1 = 0$.

Фиксировав таким образом R_1, можно вычислить члены $[R_1, V]$ и $[R_1, [R_1, H_0]] = -[R_1, V]$ в /10/. Представив их в нормально-упорядоченном виде /по операторам α^+, α /, получим "плохие" члены типа /2.0/, /4.0/, /3.1/. M_2 должно убирать из K_2 члены /2.0/ /а также

/1.1//, а остальные "плохие" члены уничтожаются с помощью R_2, для чего R_2 берется в виде суперпозиции /4.0/ /3.1/ - э.с. с подходящими коэффициентами. Аналогично можно убрать "плохие" члены из K_n с любым n[2]. Выпишем еще выражения для K_3 и K_4, используя $[R_1,H_0]=-V$:

$$K_3=[R_3,H_0]+[R_1,M_2]-\frac{1}{2}[R_1,[R_1,V]]; \qquad /11/$$

$$K_4=M_4+[R_4,H_0]+\frac{1}{8}[R_1,[R_1,[R_1,V]]]+\frac{1}{2}[R_1,[R_1,M_2]]+$$

$$+[R_2,M_2]+\frac{1}{2}[R_2,[R_2,H_0]]+\frac{1}{2}[R_2,[R_1,V]]. \qquad /12/$$

2. Примером теории, к которой изложенную процедуру можно с успехом применить, является теория с лагранжианом взаимодействия $L_I=-g/2[\bar\psi\gamma_\mu,\psi]\partial_\mu\phi$ /заметим, что гамильтониан взаимодействия V в этом случае не равен L_I, см. формулу /37/ в [3] /. Уже после преобразования $W=\exp gR_1$ никаких "плохих" членов в K не остается: после обращения K_1 в нуль имеем $K_n=0$ для $n\geq 2$, так что $K(a^+,a)=K_0(a^+,a)$ и теория эквивалентна свободной /заметим, что и контрчлен перенормировки массы равен нулю/. Полученное таким автоматическим образом преобразование $\exp gR_1$ оказывается совпадающим с преобразованием $\exp[ig/2\int d^3x\,(\psi^*\psi-\psi\psi^*)\phi$, указанным Окубо [3].

Поскольку полученные операторы a_p^+, a_p осуществляют новую корпускулярную интерпретацию теории, то существует возможность по-другому определить функции Грина. Введем формально гейзенберговский оператор "одетого" фермионного поля:

$$\psi_d(x)\equiv\psi_d(\vec x,t)=$$

$$=(2\pi)^{-3/2}\int d^3p\,\sqrt{\frac{m}{E_p}}\sum_{r=1}^{2}\{a_r(\vec p,t)w^r(\vec p)e^{i\vec p\vec x}+\beta_r^+(\vec p,t)v^r(\vec p)e^{-i\vec p\vec x}\} \qquad /13/$$

построенный обычным образом, но из гейзенберговских "одетых" операторов уничтожения фермионов $a(p,t)=$ $=e^{iHt}a_p e^{-iHt}=a_p e^{-iE_pt}$ и рождения антифермионов $\beta^+(p,t)$. С его помощью определим функцию распространения "одетой" частицы

$$G_d(x,y)=i<\Omega,T\,\psi_d(x)\bar\psi_d(y)\Omega>\;;\;H\Omega=0. \qquad /14/$$

В отличие от обычной функции Грина $i<\Omega,T\psi(x)\bar\psi(y)\Omega>$ [3], G_d совпадает с функцией распространения свободной частицы $G_d=iS_F$, что соответствует отсутствию взаимодействия между "одетыми" частицами.

3. Согласно изложенной процедуре, для вычисления рассеяния сначала производится "одевание" и затем вычисляется S-матрица по взаимодействию $\Sigma_{n=2}^{\infty}\lambda^n K_n$. В работе [2] Л.Фаддеев пишет: "... вычисления разбиваются на два этапа: на первом следует явно разделить вклады в гамильтониан, ответственные за эффекты самодействия и рассеяния, а на втором - считать оператор рассеяния по обычной схеме ... В теориях с локальными взаимодействиями на первом этапе появляются расходимости, устраняющиеся перенормировкой массы, а на втором - перенормировкой заряда".

Попробуем проверить такое утверждение: все расходимости, появляющиеся в полном гамильтониане после этапа "одевания", устраняются контрчленом перенормировки массы.

Прямая проверка этого утверждения "в лоб" представляет трудную задачу, фактически требующую разработки специального аппарата для вычислений *. Дело в том, что K_2 вообще содержит только собственно-энергетические расходимости, устраняющиеся с помощью M_2. От членов $[R_1,M_2]$ и $[R_1,[R_1,V]]$ в K_3 возникают после нормального упорядочивания трехоператорные члены, содержащие интегралы /возможно расходящиеся/,

*Заметим, что результат настоящей работы можно рассматривать как указание на то, что проблема прежде всего состоит не в разработке такого аппарата, а в изменении процедуры "одевания", предложенной в [2].

но они все "плохие" и должны быть удалены из K_3 с помощью R_3. И только в K_4 впервые появляются члены /четырехоператорные/, содержащие радиационные поправки к рассеянию, расходимость которых и надо исследовать. Но для вычисления K_4 надо знать R_1, R_2, см. /12/, и произвести вычисление повторных коммутаций вплоть до тройной.

Нам удалось получить сведения о расходимостях в "хороших" четырехоператорных членах, обойдя эти трудности. Идея "обхода" состоит в следующем.

Исследуем расходимости мезон-фермионного рассеяния в 4-м порядке на константе связи λ двумя способами: с помощью обычного /"голого"/ формализма, использующего взаимодействие /1/ и "одетого", использующего $\lambda^2 K_2 + \lambda^4 K_4$ /K_n с $n > 4$ в четвертый порядок вклада не дают/. Матричные элементы S-матрицы рассеяния, полученные двумя способами, должны совпадать [4,5]. Это следует, в частности, из того факта, что "голые" и "одетые" гейзенберговские операторы поля стремятся к одним и тем же in, out - операторам, см. напр., [4]. Результат обычного формализма известен. Мы считаем, что включенный в /1/ контрчлен перенормировки массы компенсирует все собственно-энергетические расходимости в элементе $\langle \bar{p}k \mid S_4 \mid \bar{q}\ell \rangle$, так что в нем остаются только вершинные логарифмические расходимости*.

Импульсы фермионов мы обозначаем через $\vec{p}$, $\vec{q}$ /спиновых индексов не пишем/, импульсы мезонов - через $\vec{k}$, $\vec{\ell}$. В "одетом" формализме соответствующий элемент можно рассчитать по нековариантной теории возмущений [6]. Выражение

$$\sum_m \frac{\langle pk \mid K_2 \mid m \rangle \langle m \mid K_2 \mid q\ell \rangle}{E_i - E_m + i\epsilon} + \langle pk \mid K_4 \mid q\ell \rangle, \qquad /15/$$

помноженное на $-2\pi i\,\delta(E_p + \omega_k - E_q - \omega_\ell)$, дает четвертый порядок по λ S-матричного элемента мезон-фермионного рассеяния /см. /2.32/ в [6] /.

Ввиду вышеупомянутого равенства S-матриц расходимость /15/ должна быть логарифмической. Еще раз напомним, что, согласно утверждению, которое мы проверяем, контрчлены перенормировки массы M_4 и M_2 уничтожают все расходимости в K_4, см. /12/ /в том числе, конечно, и собственно-энергетические/. Для вычисления первого члена в /15/ достаточно знать K_2, см. /10/, для чего в свою очередь нужно только найти R_1 и вычислить $[R_1, V]$ /см. Приложение/. Если первый член в /15/ не расходится, или расходится, но не логарифмически, то в $\langle pk \mid K_4 \mid q\ell \rangle$ есть расходимости, не компенсирующиеся членами M_4 и M_2, и проверяемое утверждение насчет расходимостей этапа одевания будет неверным.

Изложим результаты вычислений. Поскольку K_2 содержит только члены типа /2.2/, то промежуточные состояния m в /15/ сводятся к состояниям "один фермион /с импульсом s / плюс один мезон /с импульсом n/".

Результат для $\langle sn \mid K_2 \mid q\ell \rangle$ имеет вид:

$$\langle sn \mid K_2 \mid q\ell \rangle = \delta(\vec{s} + \vec{n} - \vec{q} - \vec{\ell}\,) \frac{\lambda^2 m}{4(2\pi)^3 \sqrt{E_s \omega_n E_q \omega_q}} \times$$

$$\times \bar{w}(\vec{s}) \Big[\frac{\hat{s} - \hat{\ell} - m}{(E_s - \omega_\ell)^2 - E^2_{s-\ell}} + \frac{\hat{q} + \hat{\ell} - m}{(E_q + \omega_\ell)^2 - E^2_{q+\ell}} + \frac{\hat{q} - \hat{n} - m}{(E_q - \omega_n)^2 - E^2_{q-n}} +$$

$$+ \frac{\hat{s} + \hat{n} - m}{(E_s + \omega_n)^2 - E^2_{s+n}} \Big] w(\vec{q}); \qquad /16/$$

$$E_q = \sqrt{q^2 + m^2}; \quad \omega_\ell = \sqrt{\ell^2 + \mu^2}; \quad \hat{q} + \hat{\ell} \equiv (E_q + \omega_\ell)\gamma_0 - (\vec{q} + \vec{\ell}\,)\vec{\gamma}\,.$$

* Как обычно, предполагаем, что в теорию введено каким-либо образом обрезание больших импульсов, после чего производятся вычисления двумя способами. Термин "логарифмическая расходимость" означает, что соответствующая величина ведет себя как логарифм параметра обрезания при стремлении этого параметра к бесконечности.

Используя уравнения вида $(\hat{q}-m)w(\vec{q})=0$, этот элемент можно было записать в более простом виде, но зато /16/ после умножения на $(-2\pi i)\delta(E_s+\omega_n-E_q-\omega_\ell)$ сразу переходит в выражение

$$\delta^4(s+n-q-\ell)\,[-i\lambda^2/2(2\pi)^2\sqrt{E_s\omega_n E_q\omega_\ell}\,]\times \qquad /17/$$

$$\times\,\bar{w}(\vec{s})\,[\gamma_5\frac{\hat{q}+\hat{\ell}+m}{(q+\ell)^2-m^2}\gamma_5+\gamma_5\frac{\hat{q}-\hat{n}+m}{(q-n)^2-m^2}\gamma_5]\,w(\vec{q}),$$

вычисленное по диаграммам Фейнмана, *рис. 1* /заметим, что $\gamma_5^2=-1$ /:

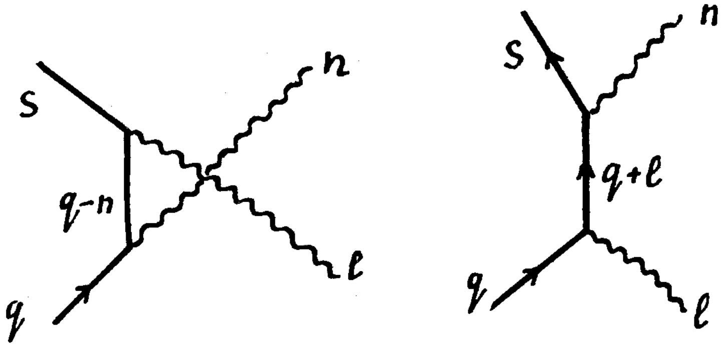

Рис. 1.

Это демонстрирует равенство S-матриц, вычисленных двумя способами, в порядке λ^2. С помощью /16/ нетрудно рассчитать

$$\iint d^3s\,d^3n<pk\,|K_2|\,sn><sn\,|K_2|\,q\,\ell>/(E_q+\omega_\ell-E_s-\omega_n)=$$

$$=\delta^3(\vec{p}+\vec{k}-\vec{q}-\vec{\ell}\,)\frac{\lambda^4 m}{32(2\pi)^6\sqrt{E_p\omega_k E_q\omega_\ell}}\int\frac{d^3s}{E_s\,\omega_n}\,\frac{1}{E_q+\omega_\ell-E_s-\omega_n}\times$$

$$\times\,\bar{w}(\vec{p})\,[\frac{-\hat{n}}{(E_p-\omega_n)^2-E_{p-n}^2}+\frac{\hat{n}}{(E_s+\omega_n)^2-E_{s+n}^2}+\frac{-\hat{k}}{(E_s-\omega_k)^2-E_{s-k}^2}+$$

$$+\frac{\hat{k}}{(E_p+\omega_k)^2-E_{p+k}^2}]\times(\hat{s}+m)\times \qquad /18/$$

$$\times[\frac{-\hat{\ell}}{(E_s-\omega_\ell)^2-E_{s-\ell}^2}+\frac{\hat{\ell}}{(E_q+\omega_\ell)^2-E_{q+\ell}^2}+\frac{-\hat{n}}{(E_q-\omega_n)^2-E_{q-n}^2}+$$

$$+\frac{\hat{n}}{(E_s+\omega_n)^2-E_{s+n}^2}]\,w(\vec{q}).$$

В правой части $\vec{n}=\vec{p}+\vec{k}-\vec{s}=\vec{q}+\vec{\ell}-\vec{s}$. Интеграл по s расходится линейно, что очевидно следует, например, из рассмотрения частного случая $\vec{p}=\vec{q}=\vec{k}=\vec{\ell}=0$. Это значит, что в K_4 должна быть компенсирующая линейная расходимость, чтобы /15/ расходилась не более, чем логарифмически. Таким образом, расходимости, появляющиеся в гамильтониане на этапе одевания, не устраняются перенормировкой массы *. Более того, наличие линейной расходимости в K_4 означает, что мы не можем даже утверждать, что расходимости в K_4 могут быть устранены обычными перенормировками /массы и заряда/. В K_4 есть дополнительные расходимости, которых нет в S_4.

---

* Такое же заключение следует из рассмотрения мезон-мезонного рассеяния в порядке λ^4. Заметим, что наш грубый способ оценки расходимостей не позволяет сделать какое-либо заключение из рассмотрения фермион-фермионного рассеяния в порядке λ^4, поскольку оказывается, что вклад от K_2 в этом случае расходится логарифмически.

4. Можно полагать, что причиной появления дополнительных расходимостей является нековариантность процедуры Фаддеева. /Известно, например, что в нековариантной теории возмущений для "голого" формализма ситуация с расходимостями более запутанная, чем в ковариантной/. Однако мы можем показать, что некоторая нерадикальная модификация процедуры делает недейственным наш способ демонстрации существования дополнительных расходимостей в "одетом" гамильтониане.

Заметим, что процедура одевания неоднозначна и вариант Фаддеева является "минимальным", см. конец /2/ . Например, оператор R_2 выполняет только одну роль: уничтожение "плохих" членов, возникающих после нормального упорядочения коммутатора $[R_1, V]$. Однако R_2 может менять и некоторые "хорошие" члены, а именно те, которые исчезают на "массовой поверхности". Действительно, рассмотрим члены K_2, ответственные за мезон-фермионное рассеяние. Они имеют вид

$$a_s^+ a_q \gamma_n^+ \gamma_\ell F(s,n;q,\ell). \qquad /19/$$

Здесь a - фермионные, γ - мезонные операторы, подразумевается интеграл по s, n, q, ℓ. С помощью $[R_2, H_0]$, см. /10/, можно, например, уничтожить члены /19/, для чего надо, чтобы R_2 содержало выражение /2/

$$-a_s^+ a_q \gamma_n^+ \gamma_\ell F(s,n;q\ell) \mid (E_s+\omega_n-E_q-\omega_\ell). \qquad /20/$$

Однако знаменатель в /20/ обращается в нуль на "массовой поверхности" $E_s+\omega_n=E_q+\omega_\ell$, и делить на него можно в том случае, если и F обращается там в нуль. Подчеркнем, что в противном случае деление на $E_s+\omega_n-E_q-\omega_\ell$ в процедуре "одевания" не имеет никакого естественного смысла /аналогично, например, рецепту прибавления $\pm i\epsilon$ для получения in, out - решений/.

Покажем, что K_2 можно изменить так, чтобы /16/ переходило в /17/ и чтобы правая часть /18/ расходилась только логарифмически. Введем обозначение $\langle sn \mid K_2 \mid q\ell \rangle = 1+2+3+4$, где 1 соответствует первому члену в квадратной скобке в /16/, 2 - второму и т.д. /такой же порядок сохранен во второй квадратной скобке в /18//. Заметим, что члены 1 и 3 дают одинаковый вклад в

$$\langle sn \mid S_2 \mid q\ell \rangle = -2\pi i\delta(E_s+\omega_n-E_q-\omega_\ell)\langle sn \mid K_2 \mid q\ell \rangle . \qquad /21/$$

Это же относится и к членам 2 и 4. Поэтому, если к $\langle sn \mid K_2 \mid q\ell \rangle$ прибавить выражение /1-3/+/4-2/, то /21/ останется неизменным. Такое прибавление означает, что из второй квадратной скобки в /18/ мы вычеркиваем члены 2 и 3 / удваивая остающиеся/. А тогда /18/ расходится только логарифмически, как оказывается. В таком случае $\langle pk \mid K_4 \mid q\ell \rangle$ может быть конечным.

Соответствующее изменение оператора K_2 может быть осуществлено добавлением в R_2 члена вида /20/, где F = /1-3/+/4-2/, поскольку такое F обращается в нуль при $E_s+\omega_n=E_q+\omega_\ell$.

Один из авторов /М.Широков/ пользуется случаем поблагодарить Л.Д.Фаддеева и И.Я.Арефьеву за обсуждения. Другой /М.Вишинеску/ выражает благодарность МАГАТЭ на финансовую поддержку.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Мы пользуемся обозначениями, принятыми в книге Швебера /7/. Отметим соотношения

$$\gamma^5 = -\gamma^0\gamma^1\gamma^2\gamma^3, \quad (\gamma^5)^2 = -1$$

$$\Sigma_{r=1}^{2} w^r(\bar{p})\bar{w}^r(\bar{p}) = (E_p\gamma_0 - \bar{p}\bar{\gamma} + m)/2m, \quad E_p = \sqrt{p^2+m^2} \qquad /П.1/$$

$$\Sigma_{r=1}^{2} v^r(\bar{p})\bar{v}^r(\bar{p}) = (E_p\gamma_0 - \bar{p}\bar{\gamma} - m)/2m.$$

Выпишем оператор R_1 , определяемый из соотношения $[R_1, H_0] + V = 0$,

$$R_1 = \frac{m}{(2\pi)^{3/2}} \iiint d^3p\, d^3q\, d^3k\, \delta(-\vec{p}+\vec{q}+\vec{k}) / \sqrt{2E_pE_q\omega_k} \times$$

$$\times \sum_{r,r'=1}^{2} \Big\{ \frac{\bar{w}^r(\vec{p})\gamma^5 w^{r'}(\vec{q})}{E_p - E_q - \omega_k} a_r^+(\vec{p}) a_{r'}(\vec{q}) + \frac{\bar{w}^r(\vec{p})\gamma^5 v^{r'}(-\vec{q})}{E_p + E_q - \omega_k} a_r^+(\vec{p}) \beta_{r'}^+(-\vec{q}) +$$

$$+ \frac{v^r(-\vec{p})\gamma^5 w^{r'}(\vec{q})}{-E_p - E_q - \omega_k} \beta_r(-\vec{p}) a_{r'}(\vec{q}) - \qquad /П.2/$$

$$- \frac{\bar{v}^r(-\vec{p})\gamma^5 v^{r'}(-\vec{q})}{-E_p + E_q - \omega_k} \beta_{r'}^+(-\vec{q}) \beta_r(-\vec{p}) \Big\} \gamma(\vec{k}) - \text{э.с.}$$

Здесь $a(\vec{p})$, $\beta(\vec{p})$, $\gamma(\vec{k})$ - операторы уничтожения, соответственно, фермиона, антифермиона и мезона.

Вычисление коммутации $[R_1, V]$, входящей в K_2 , довольно громоздко. Оно облегчается введением сокращенных обозначений

$$A_r(p) = \begin{pmatrix} a_r(p) \\ \beta_r^+(-p) \end{pmatrix} \;;\; A_r^+(p) = (a_r^+(p), \beta_r(-p)) \qquad /П.3/$$

$$R_1 = \iiint d^3p\, d^3q\, d^3k\, \Sigma_{r,r'} A_r^+(p) Z_{rr'}^k(p,q) A_{r'}(q) \gamma(k) - \text{э.с.} \equiv \qquad /П.4/$$

$$\equiv \int d^3k\, A^+ Z^k A \gamma(k) - \text{э.с.} \quad ,$$

в терминах которых имеем для коммутации вида:

$$[A^+ Z^k A, A^+ U A] = A^+(Z^k U - U Z^k) A = A^+ [Z^k, U] A . \qquad /П.5/$$

Литература

1. O.Greenberg, S.Schweber. Nuovo Cim., 8, 378 (1958).
2. Л.Д.Фаддеев. ДАН СССР, 152, 573 /1963/.
3. S.Okubo. Progr.Theor. Phys., II, 89 (1954).
4. R.Haag. Phys.Rev., 112, 669 (1950)
5. В.А.Фатеев, А.С.Шварц. ДАН СССР, 209, 66 /1973/.
6. П.Мэтьюс. Релятивистская квантовая теория взаимодействий элементарных частиц. М., ИИЛ, 1959, §2.
7. С.Швебер. Введение в релятивистскую квантовую теорию поля. М., ИИЛ, 1973.

Рукопись поступила в издательский отдел
25 июля 1974 года.