СООБЩЕНИЯ
ОБЪЕДИНЕННОГО
ИНСТИТУТА
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

ДУБНА



Р2 - 8111

Д.Г.Факиров

# СПЕКТРАЛЬНАЯ ФУНКЦИЯ ОДНОЧАСТИЧНОГО $\langle 0 | [V_\mu^{4-i5}(x), A_\nu^3(0)] | K^+(k) \rangle$ МАТРИЧНОГО ЭЛЕМЕНТА И УСЛОВИЯ ЛОКАЛЬНОЙ КОММУТАТИВНОСТИ

1974

ЛАБОРАТОРИЯ
ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

P2 - 8111

Д.Г.Факиров*

# СПЕКТРАЛЬНАЯ ФУНКЦИЯ ОДНОЧАСТИЧНОГО $\langle 0 | [ V_{\mu}^{4-i5}(x), A_{\nu}^{3}(0) ] | K^{+}(k) \rangle$ МАТРИЧНОГО ЭЛЕМЕНТА И УСЛОВИЯ ЛОКАЛЬНОЙ КОММУТАТИВНОСТИ



* Институт ядерных исследований и ядерной энергетики Болгарской Академии Наук, София.

Факиров Д.Г.

P2 - 8111

Спектральная функция одночастичного матричного элемента $\langle 0|[V_\mu^{4-i5}(x), A_\nu^3(0)]|K^+(k)\rangle$ и условия локальной коммутативности

В работе находится в явном виде выражение для спектральной функции матричного элемента $\langle 0|[V_\mu^{4-i5}(x), A_\nu^3(0)]|K^+(k)\rangle$, удовлетворяющее требованиям локальной коммутативности. Локальность постигается благодаря тому, что накладываются определенные ограничения на систему промежуточных состояний при насыщении коммутатора $[V_\mu^{4-i5}(x), A_\nu^3(0)]$.

**Сообщение Объединенного института ядерных исследований**
**Дубна, 1974**

Fakirov D.G.

P2 - 8111

Spectral Function of One-Particle Matrix Element $\langle 0|[V_\mu^{4-i5}(x), A_\nu^3(0)]|K^+(k)\rangle$ and Conditions of Local Commutativity

It is found in explicit form an expression for the spectral function of the matrix element $\langle 0|[V_\mu^{4-i5}(x), A_\nu^3(0)]|K^+(k)\rangle$, which satisfies the requirements of local commutativity. The locality results as a consequence of definite conditions imposed on the set of intermediate states used in the saturation of the commutator $[V_\mu^{4-i5}(x), A_\nu^3(0)]$.

**Communications of the Joint Institute for Nuclear Research.**
**Dubna, 1974**



В настоящей работе обсуждается вопрос о построении локального выражения для спектральной функции матричного элемента

$$\mathcal{M}_{\mu\nu}(x;k) = \langle 0|[V_\mu^{4-i5}(x), A_\nu^3(0)]|K^+(k)\rangle, \qquad /1/$$

где $V_\mu^{4-i5}(x) = V_\mu^4(x) - i V_\mu^5(x)$, т.е. эта величина является подходящей комбинацией четвертой и пятой унитарных компонент октета векторных токовых плотностей с "повышающими" операторными свойствами в пространстве изотопического спина; $A_\nu^3(x)$ есть третья компонента октета аксиальных токовых плотностей. Матричный элемент коммутатора этих двух токовых плотностей взят между вакуумом и одночастичным состоянием $K^+(k)$, описывающим псевдоскалярный $K^+$-мезон с четырехимпульсом $k$. По идее эта работа похожа на работу /1/, в которой обсуждался соответствующий матричный элемент с $\rho^0$-мезоном в начальном состоянии. В работе /2/ вопрос о построении локальных спектральных функций был рассмотрен с более общей точки зрения и все идеи этой работы находят здесь конкретное применение. Таким образом, данная работа является иллюстрацией работы /2/. Для полноты отметим, что некоторые общие принципы по данному вопросу можно найти ещё в работах /3,4/, находящихся в логической связи с работами /5,6/.

В данном случае наша задача сводится к нахождению локального выражения для спектральной функции

$$M_{\mu\nu}(k,q) = \int e^{iqx} \langle 0 | [V_\mu^{4-i5}(x), A_\nu^3(0)] | K^+(k) \rangle d^4x \,, \qquad /2/$$

которая, очевидно, является фурье-образом величины $\mathfrak{M}_{\mu\nu}(x;k)$, заданной формулой /I/. Нахождение явного выражения именно для спектральной функции $M_{\mu\nu}(k,q)$, определенной правой частью равенства /2/, интересно не только само по себе; очевидно, оно удобно для перехода к одновременному коммутатору $[V_\mu^{4-i5}(x), A_\nu^3(0)]\delta(x_0)$, что легко осуществляется интегрированием обеих сторон равенства /2/ по $q_0$, а отсюда автоматически можно перейти к применению алгебры токов, задаваемой одновременными коммутационными соотношениями. Этого нельзя сделать в ковариантном виде для выражения $\mathfrak{M}_{\mu\nu}(x;k)$, поскольку, если мы возьмем в правой части /I/ одновременный коммутатор, мы уже связываемся с определенной координатной системой (время фиксировано).

Локальность выражения для спектральной функции $M_{\mu\nu}(k,q)$, задаваемой правой частью /2/ в рассматриваемом нами подходе, достигается путем накладывания определенных ограничений на систему промежуточных состояний, насыщающих коммутатор $[V_\mu^{4-i5}(x), A_\nu^3(0)]$. Как было выяснено в цитированных выше работах [I-5], это сводится к использованию только одночастичных возможных промежуточных состояний и двухчастичных промежуточных состояний с одной несвязанной частицей (частицей-"наблюдатель" - *spectator particle*).

В данном случае все возможные одночастичные и двухчастичные состояния, одна из частиц в которых несвязана, будут:

$$|K^{*+}(p',\lambda_{K^*})\rangle, \ |\varkappa^+(p')\rangle, \ |\pi^0(p')K^+(k')\rangle, \ |A_1^0(p',\lambda_{A_1})K^+(k')\rangle \qquad /3/$$

для первой (левой) части коммутатора $[V_\mu^{4-i5}(x), A_\nu^3(0)]$ и

$$|\pi^0(p')\rangle, \ |A_1^0(p',\lambda_{A_1})\rangle, \ |K^{*-}(p',\lambda_{K^*})K^+(k')\rangle, \ |\varkappa^-(p')K^+(k')\rangle \qquad /4/$$

для его второй (правой) части ($p'$ и $k'$ в /3/ и /4/ - четыре импульса соответствующих частиц, а $\lambda_{A_1}$ и $\lambda_{K^*}$ - векторы поляризации $A_1^0$ - и $K^{*\pm}$-мезонов, возникающих, естественно, в одночастичных или двухчастичных состояниях с несвязанным $K^+$-мезоном).

Имея в виду это, мы можем представить правую часть равенства /2/ в виде

$$M_{\mu\nu}(k,q) =$$

$$\int e^{iqx} \sum_{(n)} \{ \langle 0|V_\mu^{4-i5}(x)|n\rangle\langle n|A_\nu^3(0)|K^+(k)\rangle - \langle 0|A_\nu^3(0)|n\rangle\langle n|V_\mu^{4-i5}(x)|K^+(k)\rangle \} d^4x =$$

$$\int d^4x\, e^{iqx} \Big\{ \sum_{\lambda_{K^*}} \int \frac{d^3p'}{2p_0'} \langle 0|V_\mu^{4-i5}(x)|K^{*+}(p',\lambda_{K^*})\rangle\langle K^{*+}(p',\lambda_{K^*})|A_\nu^3(0)|K^+(k)\rangle +$$

$$+ \int \frac{d^3p'}{2p_0'} \langle 0|V_\mu^{4-i5}(x)|\varkappa^+(p')\rangle\langle \varkappa^+(p')|A_\nu^3(0)|K^+(k)\rangle +$$

$$+ \int \frac{d^3p'}{2p_0'} \frac{d^3k'}{2k_0'} \langle 0|V_\mu^{4-i5}(x)|\pi^0(p')K^+(k')\rangle\langle \pi^0(p')\underline{K^+(k')|A_\nu^3(0)|K^+}(k)\rangle +$$

$$+ \sum_{\lambda_{A_1}} \int \frac{d^3p'}{2p_0'} \frac{d^3k'}{2k_0'} \langle 0|V_\mu^{4-i5}(x)|A_1^0(p',\lambda_{A_1})K^+(k')\rangle\langle A_1^0(p',\lambda_{A_1})\underline{K^+(k')|A_\nu^3(0)|K^+}(k)\rangle - \qquad /5/$$

$$- \int \frac{d^3p'}{2p_0'} \langle 0|A_\nu^3(0)|\pi^0(p')\rangle\langle \pi^0(p')|V_\mu^{4-i5}(x)|K^+(k)\rangle -$$

$$\sum_{\lambda_{A_1}} \int \frac{d^3p'}{2p_0'} \langle 0|A_\nu^3(0)|A_1^0(p',\lambda_{A_1})\rangle\langle A_1^0(p',\lambda_{A_1})|V_\mu^{4-i5}(x)|K^+(k)\rangle -$$

$$- \sum_{\lambda_{K^*}} \int \frac{d^3p'}{2p_0'} \frac{d^3k'}{2k_0'} \langle 0|A_\nu^3(0)|K^{*-}(p',\lambda_{K^*})K^+(k')\rangle\langle K^{*-}(p',\lambda_{K^*})\underline{K^+(k')|V_\mu^{4-i5}(x)|K^+}(k)\rangle -$$

$$- \int \frac{d^3p'}{2p_0'} \frac{d^3k'}{2k_0'} \langle 0|A_\nu^3(0)|\varkappa^-(p')K^+(k')\rangle\langle \varkappa^-(p')\underline{K^+(k')|V_\mu^{4-i5}(x)|K^+}(k)\rangle \Big\} =$$

$$= (A_{\mu\nu} + A'_{\nu\mu}) + (B_{\mu\nu} + B'_{\nu\mu}) + (C_{\mu\nu} + C'_{\nu\mu}) + (D_{\mu\nu} + D'_{\nu\mu}),$$

где для краткости введены обозначения

$$A_{\mu\nu}=\int d^4x\, e^{iqx}\sum_{\lambda_{K^*}}\int\frac{d^3p'}{2p'_0}\,\langle 0|V_\mu^{4-i5}(x)|K^{*+}(p',\lambda_{K^*})\rangle\langle K^{*+}(p',\lambda_{K^*})|A_\nu^3(0)|K^+(k)\rangle\,; \qquad /6/$$

$$A'_{\nu\mu}=-\int d^4x\, e^{iqx}\sum_{\lambda_{K^*}}\int\frac{d^3p'}{2p'_0}\,\frac{d^3k'}{2k'_0}\,\langle 0|A_\nu^3(0)|K^{*-}(p',\lambda_{K^*})K^+(k')\rangle\langle K^{*-}(p',\lambda_{K^*})\underline{K^+(k')|V_\mu^{4-i5}(x)|K^+(k)}\rangle\,; \qquad /7/$$

$$B_{\mu\nu}=\int d^4x\, e^{iqx}\int\frac{d^3p'}{2p'_0}\,\langle 0|V_\mu^{4-i5}(x)|\varkappa^+(p')\rangle\langle\varkappa^+(p')|A_\nu^3(0)|K^+(k)\rangle\,; \qquad /8/$$

$$B'_{\nu\mu}=-\int d^4x\, e^{iqx}\int\frac{d^3p'}{2p'_0}\,\frac{d^3k'}{2k'_0}\,\langle 0|A_\nu^3(0)|\varkappa^-(p')K^+(k')\rangle\langle\varkappa^-(p')\underline{K^+(k')|V_\mu^{4-i5}(x)|K^+(k)}\rangle\,; \qquad /9/$$

$$C_{\mu\nu}=\int d^4x\, e^{iqx}\sum_{\lambda_{A_1}}\int\frac{d^3p'}{2p'_0}\,\frac{d^3k'}{2k'_0}\,\langle 0|V_\mu^{4-i5}(x)|A_1^0(p',\lambda_{A_1})K^+(k')\rangle\langle A_1^0(p',\lambda_{A_1})\underline{K^+(k')|A_\nu^3(0)|K^+(k)}\rangle\,; \qquad /10/$$

$$C'_{\nu\mu}=-\int d^4x\, e^{iqx}\sum_{\lambda_{A_1}}\int\frac{d^3p'}{2p'_0}\,\langle 0|A_\nu^3(0)|A_1^0(p',\lambda_{A_1})\rangle\langle A_1^0(p',\lambda_{A_1})|V_\mu^{4-i5}(x)|K^+(k)\rangle\,; \qquad /11/$$

$$D_{\mu\nu}=\int d^4x\, e^{iqx}\int\frac{d^3p'}{2p'_0}\,\frac{d^3k'}{2k'_0}\,\langle 0|V_\mu^{4-i5}(x)|\pi^0(p')K^+(k')\rangle\langle\pi^0(p')\underline{K^+(k')|A_\nu^3(0)|K^+(k)}\rangle\,; \qquad /12/$$

$$D'_{\nu\mu}=-\int d^4x\, e^{iqx}\int\frac{d^3p'}{2p'_0}\,\langle 0|A_\nu^3(0)|\pi^0(p')\rangle\langle\pi^0(p')|V_\mu^{4-i5}(x)|K^+(k)\rangle\,. \qquad /13/$$

Теперь мы можем воспользоваться трансляционной инвариантностью теории, в соответствии с которой в данном случае имеет место операторное равенство

$$V_\mu^{4-i5}(x)=e^{iPx}\,V_\mu^{4-i5}(0)\,e^{-iPx}, \qquad /14/$$

где $P$ -оператор 4-импульса. Подставляя /I4/ в /6/ и /7/, получаем для соответствующих матричных элементов:



$$\langle 0|V_\mu^{4-i5}(x)|K^{*+}(p',\lambda_{K^*})\rangle=e^{-ip'x}\langle 0|V_\mu^{4-i5}(0)|K^{*+}(p',\lambda_{K^*})\rangle\,; \qquad /15/$$

$$\langle K^{*-}(p',\lambda_{K^*})K^+(k')|V_\mu^{4-i5}(x)|K^+(k)\rangle=e^{i(p'+k'-k)x}\langle K^{*-}(p',\lambda_{K^*})K^+(k')|V_\mu^{4-i5}(0)|K^+(k)\rangle \qquad /16/$$

и аналогично для всех остальных элементов, в которые входит оператор $V_\mu^{4-i5}(x)$. Имея в виду все равенства типа /I5/ и /I6/, мы можем сразу освободиться от интегрирования по $x$ в формулах /6/-/I3/.

Так, например, /6/ после этого принимает вид

$$A_{\mu\nu}=(2\pi)^4\theta(q^0)\delta(q^2-m_{K^*}^2)\sum_{\lambda_{K^*}}\langle 0|V_\mu^{4-i5}(0)|K^{*+}(q,\lambda_{K^*})\rangle\times\langle K^{*+}(q,\lambda_{K^*})|A_\nu^3(0)|K^+(k)\rangle\,; \qquad /17/$$

$$A'_{\nu\mu}=(2\pi)^4\theta(-q^0)\delta(q^2-m_{K^*}^2)\sum_{\lambda_{K^*}}\langle 0|A_\nu^3(0)|K^{*-}(-q,\lambda_{K^*})K^+(k)\rangle\times\langle K^{*-}(-q,\lambda_{K^*})|V_\mu^{4-i5}(0)|0\rangle, \qquad /18/$$

где уже учтено условие спектральности

$$\int\frac{d^3p'}{2p'_0}\ldots=\int d^4p'\,\theta(p'_0)\,\delta(p'^2-m_{K^*}^2)\ldots$$

Учитывая равенство

$$\sum_{\lambda_{K^*}}\langle 0|V_\mu^{4-i5}(0)|K^{*+}(q,\lambda_{K^*})\rangle\langle K^{*+}(q,\lambda_{K^*})|A_\nu^3(0)|K^+(k)\rangle=$$
$$=\sum_{\lambda_{K^*}}\langle K^{*-}(-q,\lambda_{K^*})|V_\mu^{4-i5}(0)|0\rangle\langle 0|A_\nu^3(0)|K^{*-}(-q,\lambda_{K^*})\rangle, \qquad /19/$$

мы получаем

$$A_{\mu\nu}+A'_{\nu\mu}=$$
$$=(2\pi)^4\varepsilon(q^0)\delta(q^2-m_{K^*}^2)\sum_{\lambda_{K^*}}\langle 0|V_\mu^{4-i5}(0)|K^{*+}(q,\lambda_{K^*})\rangle\langle K^{*+}(q,\lambda_{K^*})|A_\nu^3(0)|K^+(k)\rangle. \qquad /20/$$

Формулы, аналогичные /I7/-/20/, имеют место и для остальных пар $B_{\mu\nu}$, $B'_{\nu\mu}$ ; $C_{\mu\nu}$, $C'_{\nu\mu}$ и $D_{\mu\nu}$, $D'_{\nu\mu}$, причем для величин $B$ и $D$ в формулах, соответствующих /19/, нет суммирования по поляризации.

Теперь мы вводим определение

$$\langle 0|V_\mu^{4-i5}(0)|K^{*+}(q,\lambda_{K^*})\rangle = \frac{f_{K^*}}{(2\pi)^{3/2}}\,\varepsilon_\mu(q,\lambda_{K^*}), \qquad /21/$$

где $f_{K^*}$ – распадная константа $K^*$-мезона, и представим $A_\nu^3(x)$ в виде продольной и поперечной частей, т.е.

$$\langle K^{*+}(q,\lambda_{K^*})|A_\nu^3(0)|K^+(k)\rangle = \langle K^{*+}(q,\lambda_{K^*})|\Big[\partial_\nu \frac{\partial_\rho A^{(3)\rho}(x)}{\Box} + \left(g_{\nu\rho} - \frac{\partial_\nu\partial_\rho}{\Box}\right)A^{(3)\rho}(x)\Big]_{x=0}|K^+(k)\rangle, \qquad /22/$$

где $\Box = \partial_\mu \partial^\mu$.

Первое слагаемое в правой части /22/ имеет полюс при $(q-k)^2 = m_\pi^2$, т.к. $\partial_\rho A^{(3)\rho}(x)$, в соответствии с идеями PCAC, можно рассматривать как интерполирующее $\pi^0$-мезонное поле. По аналогичным соображениям второе (поперечное) слагаемое имеет полюс при $(q-k)^2 = m_{A_1}^2$, поскольку аксиальная плотность тока $A_\nu^3(x)$ в $SU/3/$ симметрии имеет те же квантовые числа, что и $A_1^0$-мезон и, следовательно, величину $A_\nu^3(x)$ можно рассматривать в качестве интерполирующего поля псевдовекторного мезона $A_1^0$. Таким образом, слагаемые в правой части равенства /22/ можно представить в виде:

$$\langle K^{*+}(q,\lambda_{K^*})|[\partial^\rho A_\rho^3(x)]_{x=0}|K^+(k)\rangle = \frac{i}{(2\pi)^3}(\varepsilon(q,\lambda_{K^*})\cdot k)\,G_{K^*K}^{(\pi^0)}((q-k)^2), \qquad /23/$$

где $G_{K^*K}^{(\pi^0)}((q-k)^2)$ –есть единственный формфактор в случае $\pi^0$-мезонного полюса и

$$\langle K^{*+}(q,\lambda_{K^*})|A^{(3)\rho}(x)|_{x=0}|K^+(k)\rangle = \frac{1}{(2\pi)^3}\Big\{(\varepsilon(q,\lambda_{K^*})\cdot k)\,F_{K^*K}^{(A_1^0)}((q-k)^2)\,k^\rho + \tilde F_{K^*K}^{(A_1^0)}((q-k)^2)\,\varepsilon^\rho\Big\}, \qquad /24/$$



где $F_{K^*K}^{(A_1^0)}((q-k)^2)$ и $\tilde F_{K^*K}^{(A_1^0)}((q-k)^2)$ – два возможных формфактора, соответствующих псевдовекторному полюсу $A_1^0$ рассматриваемого матричного элемента.

Таким образом, имея в виду формулы /21/-/24/, для правой части /20/ можем написать:

$$A_{\mu\nu} + A'_{\nu\mu} \equiv M_{\mu\nu}^{(1)} =$$

$$= \frac{\varepsilon(q^0)}{\sqrt{2\pi}}\delta(q^2 - m_{K^*}^2) f_{K^*} \sum_{\lambda_{K^*}} \varepsilon_\mu(q,\lambda_{K^*}) \Big\{\frac{(q-k)_\nu}{(q-k)^2}(\varepsilon(q,\lambda_{K^*})\cdot k)\, G_{K^*K}^{(\pi^0)}((q-k)^2) + \qquad /25/$$

$$+\Big(g_{\nu\sigma} - \frac{(q-k)_\nu (q-k)_\sigma}{(q-k)^2}\Big)\Big[k^\sigma(\varepsilon(q,\lambda_{K^*})\cdot k)F_{K^*K}^{(A_1^0)}((q-k)^2) + \varepsilon^\sigma(q,\lambda_{K^*})\tilde F_{K^*K}^{(A_1^0)}((q-k)^2)\Big]\Big\}.$$

Здесь уже можно провести суммирование по поляризации при помощи хорошо известной формулы

$$\sum_{\lambda_{K^*}} \varepsilon_\mu(q,\lambda_{K^*})\,\varepsilon_\nu(q,\lambda_{K^*}) = \frac{q_\mu q_\nu}{m_{K^*}^2} - g_{\mu\nu}. \qquad /26/$$

Для комбинации $B_{\mu\nu} + B'_{\nu\mu}$ мы можем написать сразу выражение, аналогичное /25/. В этом случае нужно иметь в виду, что в нем не будет участвовать вектор поляризации, соответствующий вектору $\varepsilon(q,\lambda_{K^*})$ ($\varkappa$ -скалярный мезон); полюсы матричных элементов $\partial^\rho A_\rho^{(3)}(x)$ и $A_\rho^{(3)}(x)$ между состояниями $\varkappa^+$ и $K^+$, однако, те же самые, т.е. они снова связаны с псевдоскалярным $\pi^0$-мезоном и с псевдовекторным $A_1^0$ -мезоном. Так, мы можем написать:

$$B_{\mu\nu} + B'_{\nu\mu} \equiv M_{\mu\nu}^{(2)} =$$

$$= \frac{\varepsilon(q^0)}{\sqrt{2\pi}}\delta(q^2 - m_\varkappa^2) f_\varkappa q_\mu \Big\{\frac{(q-k)_\nu}{(q-k)^2}\, G_{\varkappa K}^{(\pi^0)}((q-k)^2) + \qquad /27/$$

$$+\Big[g_{\nu\sigma} - \frac{(q-k)_\nu (q-k)_\sigma}{(q-k)^2}\Big]k^\sigma\, F_{\varkappa K}^{(A_1^0)}((q-k)^2)\Big\}.$$

Здесь уже использованы следующие определения:

$$(2\pi)^{3/2}\langle 0|V_\mu^{4-i5}(0)|\varkappa^+(q)\rangle = f_\varkappa q_\mu ; \qquad /28/$$

$$(2\pi)^3\langle \varkappa^+(q)|\left[\partial^\rho A_\rho^3(x)\right]_{x=0}|K^+(k)\rangle = G_{\varkappa K}^{(\pi^0)}((q-k)^2) ; \qquad /29/$$

$$(2\pi)^3\langle \varkappa^+(q)|A_\rho^3(0)|K^+(k)\rangle = k_\rho F_{\varkappa K}^{(A_1^0)}((q-k)^2), \qquad /30/$$

соответствующие формулам /21/,/23/ и /24/. В случае /30/, однако, имеем только один формфактор, в /24/ второй формфактор $\tilde{F}$ возникал благодаря наличию вектора $\varepsilon(q,\lambda_{K^*})$, описывающего поляризационное состояние векторного мезона $K^*$. Таким же способом мы находим

$$C_{\mu\nu} + C'_{\nu\mu} \equiv M_{\mu\nu}^{(3)} =$$

$$= \frac{\varepsilon(q^0-k^0)}{\sqrt{2\pi}}\delta((q-k)^2-m_{A_1}^2) f_{A_1}\sum_{\lambda_{A_1}}\varepsilon_\nu(k-q,\lambda_{A_1})\left\{\frac{q_\mu}{q^2}(\varepsilon(k-q,\lambda_{A_1})\cdot k)\, G_{A_1K}^{(\varkappa^-)}(q^2) + \right. \qquad /31/$$

$$\left. +\left(g_{\mu\sigma}-\frac{q_\mu q_\sigma}{q^2}\right)\left[k^\sigma(\varepsilon(k-q,\lambda_{A_1})\cdot k) F_{A_1K}^{(K^*)}(q^2) + \varepsilon^\sigma(k-q,\lambda_{A_1})\tilde{F}_{A_1K}^{(K^*)}(q^2)\right]\right\},$$

где уже возникают формфакторы с (отрицательно заряженными) полюсами при переданных импульсах

$$q^2 = m_\varkappa^2 \quad и \quad q^2 = m_{K^*}^2 , \qquad /32/$$



причем в первом случае имеем один формфактор $G_{A_1K}^{(\varkappa^-)}(q^2)$, а во втором два – $F_{A_1K}^{(K^{*-})}(q^2)$ и $\tilde{F}_{A_1K}^{(K^{*-})}(q^2)$ ; $\varkappa^-$, $K^{*-}$ – полюсы, связанные с токовой плотностью $V_\mu^{4-i5}(x)$.

Наконец, для комбинации $D_{\mu\nu}+D'_{\nu\mu}$ имеем

$$D_{\mu\nu} + D'_{\nu\mu} \equiv M_{\mu\nu}^{(4)} =$$

$$= \frac{\varepsilon(q^0-k^0)}{\sqrt{2\pi}}\delta((q-k)^2-m_\pi^2) f_\pi (q-k)_\nu\left[\frac{q_\mu}{q^2}\, G_{\pi K}^{(\varkappa)}(q^2) + \right. \qquad /33/$$

$$\left. + \left(g_{\mu\sigma}-\frac{q_\mu q_\sigma}{q^2}\right)k^\sigma F_{\pi K}^{(K^*)}(q^2)\right].$$

Возникшие здесь формфакторы $G_{\pi K}^{(\varkappa)}(q^2)$ и $F_{\pi K}^{(K^*)}(q^2)$ имеют полюсы при значениях /32/ для переданного импульса, но они связаны не с взаимодействием между $A_1$, $\varkappa(K^*)$ и $K$, как в случае /31/, а с взаимодействием между $\pi$, $\varkappa(K^*)$ и $K$.

После суммирования по поляризациям в соответствии с формулой /26/, для величины $M_{\mu\nu}^1$, задаваемой /25/, получаем

$$M_{\mu\nu}^{(1)} = \frac{\varepsilon(q^0)}{\sqrt{2\pi}}\delta(q^2-m_{K^*}^2) f_{K^*}\left\{\frac{(q-k)_\nu}{(q-k)^2}\left(\frac{q\cdot k}{m_{K^*}^2}q_\mu - k_\mu\right) G_{K^*K}^{(\pi^0)}((q-k)^2) + \right.$$

$$+\left[g_{\nu\sigma}-\frac{(q-k)_\nu(q-k)_\sigma}{(q-k)^2}\right]\left(\frac{q_\mu q^\sigma}{m_{K^*}^2}-\delta_\mu^\sigma\right)\tilde{F}_{K^*K}^{(A_1)}((q-k)^2) + \qquad /34/$$

$$\left. +\left[k_\nu - \frac{q\cdot k-k^2}{(q-k)^2}(q-k)_\nu\right]\left(\frac{q\cdot k}{m_{K^*}^2}q_\mu - k_\mu\right)F_{K^*K}^{(A_1)}((q-k)^2)\right\}.$$

Для того, чтобы в этом выражении не появлялся кинематический полюс при нулевом переданном импульсе (т.е. при $(q-k)^2=0$ , что не имеет никакого физического смысла, т.к. с одной стороны его появление связано с представлением /22/, а с другой – при нулевом переданном импульсе рассматриваемая спектральная функция имеет хорошее поведение), мы накладываем на формфакторы при нулевом переданном импульсе следующее условие:

$$G^{(\pi^0)}_{K^*K}(0)+\tilde{F}^{(A_1^0)}_{K^*K}(0)=\frac{1}{2}(m^2_{K^*}-m^2_K)F^{(A_1^0)}_{K^*K}(0). \qquad /35/$$

При этом кинематический полюс $(q-k)^2=0$ устраняется, а по этой причине условие /35/ называется для краткости кинематическим.

После этого мы делаем динамическое предположение о поведении формфакторов $G^{(\pi^0)}_{K^*K}((q-k)^2)$, $F^{(A_1^0)}_{K^*K}((q-k)^2)$ и $\tilde{F}^{(A_1^0)}_{K^*K}((q-k)^2)$, а именно: будем считать, что при $(q-k)^2\to\infty$ они стремятся к постоянной. С точки зрения аналитических свойств формфакторов это соответствует тому факту, что они удовлетворяют обычному дисперсионному соотношению по $(q-k)^2$ с одним вычитанием. Тем самым мы можем написать

$$G^{(\pi^0)}_{K^*K}((q-k)^2)=G^{(\pi^0)}_{K^*K}+\frac{(q-k)^2\,g^{(\pi^0)}_{K^*K}}{m^2_\pi-(q-k)^2}; \qquad /36/$$

$$F^{(A_1^0)}_{K^*K}((q-k)^2)=F^{(A_1^0)}_{K^*K}+\frac{(q-k)^2\,f^{(A_1^0)}_{K^*K}}{m^2_{A_1}-(q-k)^2}; \qquad /37/$$

$$\tilde{F}^{(A_1^0)}_{K^*K}((q-k)^2)=\tilde{F}^{(A_1^0)}_{K^*K}+\frac{(q-k)^2\,\tilde{f}^{(A_1^0)}_{K^*K}}{m^2_{A_1}-(q-k)^2}, \qquad /38/$$

где $g^{(\pi^0)}_{K^*K}$, $f^{(A_1^0)}_{K^*K}$ и $\tilde{f}^{(A_1^0)}_{K^*K}$ – постоянные величины. Из формул /36/–/38/ следует, что вычитательные константы (на бесконечности) для соответствующих формфакторов будут

$$G^{(\pi^0)}_{K^*K}-g^{(\pi^0)}_{K^*K};\quad F^{(A_1^0)}_{K^*K}-f^{(A_1^0)}_{K^*K};\quad \tilde{F}^{(A_1^0)}_{K^*K}-\tilde{f}^{(A_1^0)}_{K^*K}. \qquad /39/$$



Для простоты здесь опущен аргумент, соответствующий нулевому переданному импульсу $(q-k)^2=0$, (это мы будем учитывать в дальнейшем для всех формфакторов).

Аналогичные рассуждения имеют место для величин $M^{(2,3,4)}_{\mu\nu}$, для которых возникают свои кинематические условия и имеют место формулы, аналогичные формулам /36/–/39/.

Учитывая все это, мы можем представить каждый из членов $M^{(1,2,3,4)}_{\mu\nu}$ в виде суммы регулярной (первая фигурная скобка) и сингулярной (вторая фигурная скобка) частей, а именно:

$$
\begin{aligned}
M^{(1)}_{\mu\nu}(k,q) &= \\
&=\frac{\varepsilon(q^0)}{\sqrt{2\pi}}\,\delta(q^2-m^2_{K^*})f_{K^*}\Big\{\Big(\frac{q.k}{m^2_{K^*}}q_\mu-k_\mu\Big)\frac{(q+k)_\nu}{2}\Big(F^{(A_1^0)}_{K^*K}-f^{(A_1^0)}_{K^*K}\Big)+\\
&+\Big(\frac{q_\mu q_\nu}{m^2_{K^*}}-g_{\mu\nu}\Big)\Big(\tilde{F}^{(A_1^0)}_{K^*K}-\tilde{f}^{(A_1^0)}_{K^*K}\Big)+\Big(g^{(\pi^0)}_{K^*K}+\tilde{f}^{(A_1^0)}_{K^*K}-\\
&-\frac{m^2_{K^*}-m^2_K-m^2_{A_1}}{2}f^{(A_1^0)}_{K^*K}\Big)\frac{q_\mu(q-k)_\nu}{2m^2_{K^*}}+\frac{m^2_{A_1}}{2m^2_{K^*}}f^{(A_1^0)}_{K^*K}q_\mu k_\nu\Big\}+ \qquad /40/\\
&+\frac{\varepsilon(q^0)}{\sqrt{2\pi}}\,\delta(q^2-m^2_{K^*})f_{K^*}\Big\{\frac{1}{m^2_\pi-(q-k)^2}\Big(\frac{m^2_{K^*}+m^2_K-m^2_\pi}{2m^2_{K^*}}q_\mu-\\
&-k_\mu\Big)(q-k)_\nu\,g^{(\pi^0)}_{K^*K}+\frac{1}{m^2_{A_1}-(q-k)^2}\Big(\Big[\frac{m^2_{K^*}+m^2_K-m^2_{A_1}}{2m^2_{K^*}}q_\mu-\\
&-k_\mu\Big]\Big[\Big(\tilde{f}^{(A_1^0)}_{K^*K}-\frac{m^2_{K^*}-m^2_K-m^2_{A_1}}{2}f^{(A_1^0)}_{K^*K}\Big)\Big(q_\nu-\\
&-k_\nu\Big)+m^2_{A_1}f^{(A_1^0)}_{K^*K}k_\nu\Big]+\Big(\frac{q_\mu q_\nu}{m^2_{K^*}}-g_{\mu\nu}\Big)m^2_{A_1}\tilde{f}^{(A_1^0)}_{K^*K}\Big)\Big\};
\end{aligned}
$$

$$M^{2}_{\mu\nu}(k,q) =$$

$$= \frac{\varepsilon(q^0)}{\sqrt{2\pi}}\,\delta(q^2 - m_\varkappa^2) f_\varkappa q_\mu \left\{ \frac{(q+k)_\nu}{2}\left( F^{(A_1^0)}_{\varkappa K} - f^{(A_1^0)}_{\varkappa K} \right)\right\} +$$

$$+ \frac{\varepsilon(q^0)}{\sqrt{2\pi}}\,\delta(q^2 - m_\varkappa^2) f_\varkappa q_\mu \left\{ \frac{(q-k)_\nu\, g^{(\pi^0)}_{\varkappa K}}{m_\pi^2 - (q-k)^2} + \frac{1}{m_{A_1}^2 - (q-k)^2}\left[ m_{A_1}^2 k_\nu - \right.\right.$$

$$\left.\left. - \frac{m_\varkappa^2 - m_K^2 - m_{A_1}^2}{2}(q-k)_\nu \right] f^{(A_1^0)}_{\varkappa K} \right\}; \qquad /41/$$

$$M^{3}_{\mu\nu}(k,q) =$$

$$= \frac{\varepsilon(q^0-k^0)}{\sqrt{2\pi}}\,\delta[(q-k)^2 - m_{A_1}^2] f_{A_1} \left\{ \left[ \frac{(q.k) - k^2}{m_{A_1}^2}(q-k)_\nu - k_\nu \right]\left( k_\mu - \right.\right.$$

$$\left. - \frac{1}{2} q_\mu \right)\left( F^{(K^*)}_{A_1K} - f^{(K^*)}_{A_1K} \right) + \left[ \frac{(q-k)_\mu (q-k)_\nu}{m_{A_1}^2} - g_{\mu\nu} \right]\left( \tilde{F}^{(K^*)}_{A_1K} - \tilde{f}^{(K^*)}_{A_1K} \right) -$$

$$- \left[ g^{(\varkappa)}_{A_1K} - \tilde{f}^{(K^*)}_{A_1K} - \frac{1}{2}(m_{K^*}^2 + m_K^2 - m_{A_1}^2) f^{(K^*)}_{A_1K} \right] \frac{q_\mu (q-k)_\nu}{2m_{A_1}^2} -$$

$$\left. - \frac{m_{K^*}^2}{2m_{A_1}^2} f^{(K^*)}_{A_1K} k_\mu (q-k)_\nu \right\} + \frac{\varepsilon(q^0-k^0)}{\sqrt{2\pi}}\,\delta[(q-k)^2 - m_{A_1}^2] f_{A_1} \times$$

$$\times \left\{ \frac{1}{m_\varkappa^2 - q^2} q_\mu \left[ \frac{1}{2m_{A_1}^2}(m_\varkappa^2 - m_K^2 - m_{A_1}^2)(q-k)_\nu - k_\nu \right] g^{(\varkappa)}_{A_1K} + \right. \qquad /42/$$

$$+ \frac{1}{m_{K^*}^2 - q^2}\left( \left[ \frac{1}{2m_{A_1}^2}(m_{K^*}^2 - m_K^2 - m_{A_1}^2)(q-k)_\nu - k_\nu \right]\left[ m_{K^*}^2 f^{(K^*)}_{A_1K} k_\mu - \tilde{f}^{(K^*)}_{A_1K} q_\mu - \right.\right.$$

$$\left.\left.\left. - \frac{1}{2}(m_{K^*}^2 + m_K^2 - m_{A_1}^2) f^{(K^*)}_{A_1K} q_\mu \right] + \left[ \frac{(q-k)_\mu (q-k)_\nu}{m_{A_1}^2} - g_{\mu\nu} \right] m_{K^*}^2 \tilde{f}^{(K^*)}_{A_1K} \right) \right\};$$

$$M_{\mu\nu}(k,q) =$$

$$= \frac{\varepsilon(q^0-k^0)}{\sqrt{2\pi}}\,\delta[(q-k)^2 - m_\pi^2] f_\pi (q-k)_\nu \left\{ \left( k_\mu - \frac{q_\mu}{2} \right)\left( F^{(K^*)}_{\pi K} - f^{(K^*)}_{\pi K} \right) \right\} +$$

$$+ \frac{\varepsilon(q^0-k^0)}{\sqrt{2\pi}}\,\delta[(q-k)^2 - m_\pi^2] f_\pi (q-k)_\nu \left\{ \frac{q_\mu\, g^{(\varkappa)}_{\pi K}}{m_\varkappa^2 - q^2} + \frac{1}{m_{K^*}^2 - q^2}\left[ m_{K^*}^2 k_\mu - \right.\right. \qquad /43/$$

$$\left.\left. - \frac{1}{2}(m_K^2 + m_{K^*}^2 - m_\pi^2) q_\mu f^{(K^*)}_{\pi K} \right\}$$



Полагая $Q = k - q$ и симметризируя попарно соответствующие слагаемые в выражениях /40/-/43/, мы можем представить рассматриваемую спектральную функцию $M_{\mu\nu}(k,q)$, определенную формулой /5/, в следующем виде:

$$\sqrt{2\pi}\, M_{\mu\nu}(k,q) = \sqrt{2\pi} \sum_{i=1}^{4} M^{(i)}_{\mu\nu}(k,q) =$$

$$= \varepsilon(q^0)\delta(q^2 - m_{K^*}^2) f_{K^*} \left\{ \left( \frac{q.k}{m_{K^*}^2} q_\mu - k_\mu \right) \frac{q_\nu + k_\nu}{2}\left( F^{(A_1^0)}_{K^*K} - f^{(A_1^0)}_{K^*K} \right) + \left( \frac{q_\mu q_\nu}{m_{K^*}^2} - \right.\right.$$

$$\left. - g_{\mu\nu} \right)\left( \tilde{F}^{(A_1^0)}_{K^*K} - \tilde{f}^{(A_1^0)}_{K^*K} \right) + \frac{1}{2m_{K^*}^2}\left[ \left( f^{(\pi^0)}_{K^*K} - \tilde{f}^{(A_1^0)}_{K^*K} + \frac{m_{A_1}^2 + m_{K^*}^2 - m_K^2}{2} f^{(A_1^0)}_{K^*K} \right) q_\mu Q_\nu + m_{A_1}^2 f^{(A_1^0)}_{K^*K} q_\mu q_\nu \right] -$$

$$- \varepsilon(Q^0)\delta(Q^2 - m_{A_1}^2) f_{A_1} \left\{ \left( \frac{Q.k}{m_{A_1}^2} Q_\nu - k_\nu \right) \frac{Q_\mu + k_\mu}{2}\left( F^{(K^*)}_{A_1K} - f^{(K^*)}_{A_1K} \right) + \left( \frac{Q_\mu Q_\nu}{m_{A_1}^2} - g_{\mu\nu} \right)\left( \tilde{F}^{(K^*)}_{A_1K} - \right.\right.$$

$$\left. - \tilde{f}^{(K^*)}_{A_1K} \right) + \frac{1}{2m_{A_1}^2}\left[ \left( f^{(\varkappa)}_{A_1K} - \tilde{f}^{(K^*)}_{A_1K} + \frac{m_{A_1}^2 + m_{K^*}^2 - m_K^2}{2} f^{(K^*)}_{A_1K} \right) q_\mu Q_\nu + m_{K^*}^2 f^{(K^*)}_{A_1K} Q_\mu Q_\nu \right] \right\} +$$

$$+ \varepsilon(q^0)\delta(q^2 - m_\varkappa^2) f_\varkappa q_\mu \frac{q_\nu + k_\nu}{2}\left( F^{(A_1^0)}_{\varkappa K} - f^{(A_1^0)}_{\varkappa K} \right) -$$

$$- \varepsilon(Q^0)\delta(Q^2 - m_\pi^2) f_\pi Q_\nu \frac{Q_\mu + k_\mu}{2}\left( F^{(K^*)}_{\pi K} - f^{(K^*)}_{\pi K} \right) +$$

$$+ \varepsilon(q^0)\delta(q^2 - m_{K^*}^2) f_{K^*} \left\{ \frac{f^{(\pi^0)}_{K^*K}}{m_\pi^2 - Q^2}\left( \frac{m_{K^*}^2 + m_K^2 - m_\pi^2}{2m_{K^*}^2} q_\mu - k_\mu \right) Q_\nu + \right.$$

$$+ \frac{1}{m_{A_1}^2 - Q^2}\left( \frac{\tilde{f}^{(A_1^0)}_{K^*K}}{m_{K^*}^2}\left[ m_{A_1}^2 q_\mu q_\nu + m_{K^*}^2 Q_\mu Q_\nu - m_{A_1}^2 m_{K^*}^2 g_{\mu\nu} + \frac{1}{2}(m_{K^*}^2 + m_{A_1}^2 - m_K^2) q_\mu Q_\nu \right] - \right.$$

$$\left.\left. - m_{A_1}^2 \left( \frac{m_{K^*}^2 - m_{A_1}^2 + m_K^2}{2m_{K^*}^2} q_\mu - k_\mu \right)\left( \frac{m_{A_1}^2 - m_{K^*}^2 + m_K^2}{2m_{A_1}^2} Q_\nu - k_\nu \right) f_{K^*K} \right) \right\} -$$

$$- \varepsilon(Q^0)\delta(Q^2 - m_{A_1}^2) f_{A_1} \left\{ \frac{f^{(\varkappa^0)}_{A_1K}}{m_\varkappa^2 - q^2}\left( \frac{m_{A_1}^2 + m_K^2 - m_\varkappa^2}{2m_{A_1}^2} Q_\nu - k_\nu \right) q_\mu + \right.$$

$$+ \frac{1}{m_{K^*}^2 - q^2}\left( \frac{\tilde{f}^{(K^*)}_{A_1K}}{m_{A_1}^2}\left[ m_{K^*}^2 Q_\mu Q_\nu + m_{A_1}^2 q_\mu q_\nu - m_{K^*}^2 m_{A_1}^2 g_{\mu\nu} + \frac{1}{2}(m_{K^*}^2 + m_{A_1}^2 - m_K^2) q_\mu Q_\nu \right] - \right.$$

$$\left.\left. - m_{K^*}^2 \left( \frac{m_{A_1}^2 - m_{K^*}^2 + m_K^2}{2m_{A_1}^2} Q_\nu - k_\nu \right)\left( \frac{m_{K^*}^2 - m_{A_1}^2 + m_K^2}{2m_{K^*}^2} q_\mu - k_\mu \right) f^{(K^*)}_{A_1K} \right) \right\} +$$

$$+\varepsilon(q^0)\delta(q^2-m_\varkappa^2)f_\varkappa q_\mu\left\{\frac{f_{\varkappa K}^{(\pi^0)}}{m_\pi^2-Q^2}q_\mu+\frac{f_{\varkappa K}^{(A_1^0)}}{m_{A_1}^2-Q^2}\left[m_{A_1}^2k_\nu+\right.\right.$$

$$\left.\left.+\frac{1}{2}(m_\varkappa^2-m_k^2-m_{A_1}^2)Q_\nu\right]\right\}-\varepsilon(Q^0)\delta(Q^2-m_\pi^2)f_\pi Q_\nu\left\{\frac{f_{\pi K}^{(\varkappa)}}{m_\varkappa^2-q^2}q_\mu+\right.$$

$$\left.+\frac{f_{\pi K}^{(K^*)}}{m_{K^*}^2-q^2}\left[m_{K^*}^2k_\mu+\frac{1}{2}(m_\pi^2-m_K^2-m_{K^*}^2)q_\mu\right]\right\}, \qquad /44/$$

где для однообразия мы введем новые обозначения:

$$F_{\varkappa K}^{(\pi^0)}(Q^2)=-G_{\varkappa K}^{(\pi^0)}((q-k)^2)$$

и соответственно

$$f_{\varkappa K}^{(\pi^0)}=-g_{\varkappa K}^{(\pi^0)}.$$

Выражение /44/ для $M_{\mu\nu}(k,q)$ обладает замечательной симметрией: оно разбивается на четыре пары членов, каждый второй из которых получается из первого заменой

$$q\leftrightarrow Q\ ,\ \mu\leftrightarrow\nu\ ,\ A_1\leftrightarrow K^*,\ \varkappa\leftrightarrow\pi \qquad /45/$$

с изменением общего знака. Эта замена не случайна и не относится только к данному случаю. Она имеет общий характер и здесь принимает конкретный вид по отношению к парам частиц $A_1$ , $K^*$ и $\varkappa, \pi$ . Стоит сказать еще, что эта замена является выражением общего свойства попарных слагаемых спектральных функций рассматриваемого типа (см., например, ссылку /2/).

Кроме кинематического условия /35/, которое в новых обозначениях имеет вид

$$-F_{K^*K}^{(\pi^0)}+\tilde F_{K^*K}^{(A_1^0)}=\frac{1}{2}(m_{K^*}^2-m_K^2)F_{K^*K}^{(A_1^0)}, \qquad /46/$$



в выражении /44/ учтено также кинематическое условие

$$-F_{A_1K}^{(\varkappa)}+\tilde F_{A_1K}^{(K^*)}=\frac{1}{2}(m_{A_1}^2-m_K^2)F_{A_1K}^{(K^*)}, \qquad /47/$$

которое можно получить логическим путем рассмотрения кинематического полюса $M_{\mu\nu}^{(3)}$ , но также и более прямо из /46/ при помощи стандартной замены /45/; учтены, кроме того, еще два кинематических условия

$$F_{\varkappa K}^{(\pi^0)}=\frac{1}{2}(m_\varkappa^2-m_K^2)F_{\varkappa K}^{(A_1^0)} \qquad /48/$$

и

$$F_{\pi K}^{(\varkappa)}=\frac{1}{2}(m_\pi^2-m_K^2)F_{\pi K}^{(K^*)}, \qquad /49/$$

связанных с требованием устранения кинематических полюсов в выражениях $M_{\mu\nu}^{(2)}$ и $M_{\mu\nu}^{(3)}$ , а между собой - той же заменой /45/.

Для получения локальной формы спектральной функции $M_{\mu\nu}(k,q)$ , задаваемой правой частью равенства /44/, мы потребуем выполнения так называемых условий локальности, которые в данном случае имеют следующий вид:

$$f_{K^*}f_{K^*K}^{(\pi^0)}=m_{K^*}^2f_\pi f_{\pi K}^{(K^*)}\ ; \qquad /50/$$

$$f_{A_1}f_{A_1K}^{(\varkappa)}=m_{A_1}^2f_\varkappa f_{\varkappa K}^{(A_1)}\ ; \qquad /51/$$

$$f_\varkappa f_{\varkappa K}^{(\pi^0)}=f_\pi f_{\pi K}^{(\varkappa^0)}\ ; \qquad /52/$$

$$m_{A_1}^2f_{K^*}f_{K^*K}^{(A_1)}=m_{K^*}^2f_{A_1}f_{A_1K}^{(K^*)}\ ; \qquad /53/$$

$$m_{A_1}^2f_{K^*}\tilde f_{K^*K}^{(A_1)}=m_{K^*}f_{A_1}\tilde f_{A_1K}^{(K^*)}\ ; \qquad /54/$$

Они обладают той же симметрией по отношению к замене /45/, а именно: /50/ и /61/ переходят одно в другое, /52/ - /54/ при этом переходят сами в себя.

Учитывая условия локальности /50/-/54/, связывающие важные динамические характеристики, вовлеченные в данное рассмотрение частиц, мы можем представить выражение /44/ окончательно в виде суммы регулярной и сингулярной (полюсной) частей

$$\sqrt{2\pi}\, M_{\mu\nu}(k,q) = M^{n.s.}_{\mu\nu}(k,q) + M^{s.}_{\mu\nu}(k,q)\,. \qquad /55/$$

Регулярная часть $M^{n.s.}_{\mu\nu}(k,q)$ задается равенством

$$\begin{aligned}
M^{n.s.}_{\mu\nu}(k,q) = \\
= \Big[ & f_{K^*}\Big(\frac{q\cdot k}{m^2_{K^*}} q_\mu - k_\mu\Big)\frac{q_\nu + k_\nu}{2}\Big(F^{(A_1)}_{K^*K} - f^{(A_1)}_{K^*K}\Big) + f_{K^*}\Big(\frac{q_\mu q_\nu}{m^2_{K^*}} - \\
& - g_{\mu\nu}\Big)\Big(\widetilde{F}^{(A_1)}_{K^*K} - \widetilde{f}^{(A_1)}_{K^*K}\Big) + f_\pi f^{(K^*)}_{\pi K}\frac{q_\mu Q_\nu}{2}\Big]\varepsilon(q^0)\delta(q^2 - m^2_{K^*}) - \\
& - \Big[f_{A_1}\Big(\frac{Q\cdot k}{m^2_{A_1}} Q_\nu - k_\nu\Big)\frac{Q_\mu + k_\mu}{2}\Big(F^{(K^*)}_{A_1K} - f^{(K^*)}_{A_1K}\Big) + f_{A_1}\Big(\frac{Q_\mu Q_\nu}{m^2_{A_1}} - \\
& - g_{\mu\nu}\Big)\Big(\widetilde{F}^{(K^*)}_{A_1K} - \widetilde{f}^{(K^*)}_{A_1K}\Big) + f_\varkappa f^{(A_1)}_{\varkappa K}\frac{q_\mu Q_\nu}{2}\Big]\varepsilon(Q^0)\delta(Q^2 - m^2_{A_1}) + \\
& + f_\varkappa q_\mu \frac{q_\nu + k_\nu}{2}\Big(F^{(A_1)}_{\varkappa K} - f^{(A_1)}_{\varkappa K}\Big)\varepsilon(q^0)\delta(q^2 - m^2_\varkappa) - \qquad /56/ \\
& - f_\pi Q_\nu \frac{Q_\mu + k_\mu}{2}\Big(F^{(K^*)}_{\pi K} - f^{(K^*)}_{\pi K}\Big)\varepsilon(Q^0)\delta(Q^2 - m^2_\pi) - \\
& - \frac{1}{2m^2_{A_1}} f_{A_1}\Big[\widetilde{f}^{(K^*)}_{A_1K} - \frac{1}{2}(m^2_{A_1} + m^2_{K^*} - m^2_K) f^{(K^*)}_{A_1K}\Big] q_\mu Q_\nu \Big[\varepsilon(q^0)\delta(q^2 - m^2_{K^*}) - \\
& - \varepsilon(Q^0)\delta(Q^2 - m^2_{A_1})\Big] - \frac{1}{2m^2_{A_1}} f_{A_1} f^{(K^*)}_{A_1K}\Big[m^2_{K^*} Q_\mu Q_\nu \varepsilon(Q^0)\delta(Q^2 - m^2_{A_1}) - \\
& - m^2_{A_1} q_\mu q_\nu \varepsilon(q^0)\delta(q^2 - m^2_{K^*})\Big],
\end{aligned}$$



причем последние два слагаемых, очевидно, переходят сами в себя при стандартной замене /45/ благодаря тому, что выполнены условия локальности /53/ и /54/.

Сингулярная часть $M^{s.}_{\mu\nu}(k,q)$ в правой части /56/ задается равенством

$$\begin{aligned}
M^{s.}_{\mu\nu}(k,q) = {} & f_{K^*} f^{(\pi^0)}_{K^*K}\Big(\frac{m^2_{K^*} + m^2_K - m^2_\pi}{2m^2_{K^*}} q_\mu - k_\mu\Big) Q_\nu \Big[\frac{\varepsilon(q^0)\delta(q^2 - m^2_{K^*})}{m^2_\pi - Q^2} - \frac{\varepsilon(Q^0)\delta(Q^2 - m^2_\pi)}{m^2_{K^*} - q^2}\Big] - \\
& - f_{A_1} f^{(\varkappa)}_{A_1K}\Big(\frac{m^2_{A_1} + m^2_K - m^2_\varkappa}{2m^2_{A_1}} Q_\nu - k_\nu\Big) q_\mu \Big[\frac{\varepsilon(Q^0)\delta(q^2 - m^2_{A_1})}{m^2_\varkappa - Q^2} - \frac{\varepsilon(q^0)\delta(q^2 - m^2_\varkappa)}{m^2_{A_1} - Q^2}\Big] + \\
& + f_\varkappa f^{(\pi^0)}_{\varkappa K} q_\mu Q_\nu \Big[\frac{\varepsilon(q^0)\delta(q^2 - m^2_\varkappa)}{m^2_\pi - Q^2} - \frac{\varepsilon(Q^0)\delta(Q^2 - m^2_\pi)}{m^2_\varkappa - q^2}\Big] + \\
& + \frac{f_{K^*}}{m^2_{K^*}} \widetilde{f}^{(A_1)}_{K^*K}\Big[m^2_{A_1} q_\mu q_\nu + m^2_{K^*} Q_\mu Q_\nu - m^2_{A_1} m^2_{K^*} + \frac{1}{2}(m^2_{A_1} + m^2_{K^*} - m^2_K) q_\mu Q_\nu\Big] \times \\
& \times \Big[\frac{\varepsilon(q^0)\delta(q^2 - m^2_{K^*})}{m^2_{A_1} - Q^2} - \frac{\varepsilon(Q^0)\delta(Q^2 - m^2_{A_1})}{m^2_{K^*} - q^2}\Big] - m^2_{A_1} f_{K^*} f^{(A_1)}_{K^*K}\Big(\frac{m^2_{K^*} - m^2_{A_1} + m^2_K}{2m^2_{K^*}} q_\mu - \\
& - k_\mu\Big)\Big(\frac{m^2_{A_1} - m^2_{K^*} + m^2_K}{2m^2_{A_1}} Q_\nu - k_\nu\Big)\Big[\frac{\varepsilon(q^0)\delta(q^2 - m^2_{K^*})}{m^2_{A_1} - Q^2} - \frac{\varepsilon(Q^0)\delta(Q^2 - m^2_{A_1})}{m^2_{K^*} - q^2}\Big]. \qquad /57/
\end{aligned}$$

Без особого труда можно убедиться, что несингулярная часть $M^{n.s.}_{\mu\nu}(k,q)$, задаваемая равенством /56/, является локальной функцией, поскольку она есть просто фурье-образ определенной линейной комбинации функции Паули-Йордана (рассматриваемой тоже в импульсном пространстве) и ее конечных производных. Так как функция Паули-Йордана локальная, то вышеупомянутая комбинация /56/ - также локальная функция, т.е. она отлична от нуля только внутри или на световом конусе.

Сингулярная часть $M^{S}_{\mu\nu}(k,q)$ рассматриваемой спектральной функции $M_{\mu\nu}(k,q)$ и задаваемой специальной комбинации (полюсных членов) типа

$$\frac{\varepsilon(q^0)\delta(q^2-m_1^2)}{m_2^2-Q^2}-\frac{\varepsilon(Q^0)\delta(Q^2-m_2^2)}{m_1^2-q^2},$$

умноженных на конечные полиномы переменной $q$ ( $k$ есть фиксированный импульс начального $K^+$-мезона), как выяснено в /2,4/, тоже есть локальная функция,поскольку она является мнимой частью запаздывающей функции. Отсюда следует, что выражение /55/ для $M_{\mu\nu}(k,q)$ при соответственно заданных по формулам /56/ и /57/ регулярной и сингулярной частей локально. Таким образом, поставленная перед нами задача решена. Естественно, явный вид решения тесно связан с выбранным подходом. Полученное локальное выражение может послужить в качестве отправного пункта для перехода к одновременному коммутатору с последующим применением алгебры токовых плотностей, что, со своей стороны, может привести к определенным теоретическим выводам, доступным для проверки на эксперименте .



Литература

1. D.G. Fakirov. A Local Spectral Function of the Matrix Element $\langle 0|[A_\mu^{1+i2}(x), A_\nu^{1-i2}(0)]|f^0(p,\lambda_f)\rangle$. Preprint IC/73/163, Miramare-Trieste, October 1973.

2. D.G. Fakirov. A Local Form for the Spectral Function of the Matrix Element $\langle 0|[V_\mu^\alpha(x), V_\nu^\beta(0)]|S_{jA}(p)\rangle$. Bulgarian Journal of Physics, 1, Nr.1 (1974).

3. D.G. Fakirov, N. Marinescu. Z. Physik, 247, 421 (1971).

4. Д. Факиров. Об одной возможности построения локальных коммутаторов в алгебре токов. III Международный симпозиум по физике высоких энергий и элементарных частиц, Синая, Румыния, октябрь 1973; Д1,2-7781, Дубна, 1974.

5. B. Stech. Z. Physik, 239, 387 (1970).

6. H. Dahmen, K. Rothe, L. Schulke. Nucl.Phys., B7, 472 (1968).

Рукопись поступила в издательский отдел
16 июля 1974 года.