СООБЩЕНИЯ
ОБЪЕДИНЕННОГО
ИНСТИТУТА
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ
ДУБНА

Р2 - 8110

Д.Г.Факиров

ЛОКАЛЬНАЯ СИНГУЛЯРНАЯ ЧАСТЬ ДВУХЧАСТИЧНОГО МАТРИЧНОГО ЭЛЕМЕНТА КОММУТАТОРА ТОКОВ

1974

ЛАБОРАТОРИЯ
ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

Р2 - 8110

Д.Г.Факиров *

ЛОКАЛЬНАЯ СИНГУЛЯРНАЯ ЧАСТЬ ДВУХЧАСТИЧНОГО МАТРИЧНОГО ЭЛЕМЕНТА КОММУТАТОРА ТОКОВ

* Институт ядерных исследований и ядерной энергетики Болгарской Академии Наук, София.

Факиров Д.Г. P2-8110

Локальная сингулярная часть двухчастичного матричного элемента коммутатора токов

В духе идей, развитых в работах [1-5] и относящихся к одночастичным матричным элементам неодновременных коммутаторов токов, принадлежащих алгебре Гелл-Манна [6] при одинаковых временах жизни, в настоящей статье найдена локальная форма для высшей сингулярной части спектральной функции матричного элемента.

Сообщение Объединенного института ядерных исследований
Дубна, 1974

Fakirov D.G. P2-8110

Local Singular Part of Two-Particle Matrix Element of a Current Commutator

Following the ideas considered in [1-5] and connected with one-particle matrix elements of nonequal-time current commutators which belong to Gell-Mann algebra [6], at equal times, in the present paper it is found a local form for the highest singular part of the spectral function of the matrix element $<\pi^+(p')|[A^{1+i2}_\mu(x), A^{4-i5}_\nu(0)]|K^+(p)>$.

Communications of the Joint Institute for Nuclear Research.
Dubna, 1974

I. Введение

В настоящей статье проводится естественное расширение идеи о построении в явном виде **локальных выражений** для матричных **элементов токовых коммутаторов** мезонных состояний. Как уже отмечалось, для одночастичного конкретного матричного элемента с участием псевдоскалярного K – мезона эту идею предложил Б.Штех [1], и она была обобщена в работах [2-4] для того же типа матричных элементов. В работе [5] рассмотрен конкретный случай с векторным мезоном ρ^0, и для того же случая сделан переход к одновременному коммутатору, после чего на основе алгебры Гелл-Манна [6] получен ряд интересных правил сумм [7]. Здесь мы рассмотрим высшую сингулярную часть спектральной функции одного конкретного двухчастичного матричного элемента типа $<a(p')|[V^\alpha_\mu(x), V^\beta(0)]|b(p)>$ (a и b псевдоскалярные мезоны), а именно – высшую сингулярную часть спектральной функции

$$M_{\mu\nu}(p',p,q) = \int d^4x\, e^{iqx} <\pi^+(p')|[A^{1+i2}_\mu(x), A^{4-i5}_\nu(0)]|K^+(p)> . \qquad (\mathrm{I})$$

При насыщении коммутатора аксиальных токовых плотностей $A^{1+i2}_\mu(x)$ и $A^{4-i5}_\nu(x)$ в правой части (I) в рассматриваемом подходе естественно возникает необходимость в расширении спектра промежуточных состояний по сравнению со случаем одночастичного матричного элемента.

При сделанном предположении о двухполюсном характере формфакторов, через которые выражаются матричные элементы токовых плотностей в данном подходе, возникает возможность представления в локальном виде интересующих нас высших сингулярных членов в выражении для спектральной функции (I). Полученная этим путем локальная форма является на самом деле мнимой частью запаздывающей функции. В сравнении со спектральными функциями, полученными в прежних работах, упомянутых выше, она имеет более сложный характер.

При этом надо отметить, что несингулярные части спектральной функции (I) и возможные полюсные члены низшего порядка (в данном случае они первого порядка) также представляют интерес, однако они могут быть отнесены к случаям, известным из цитированных выше работ, поэтому не будут рассматриваться ниже. Известно, что в данном подходе они могут быть представлены в явно локальном виде.

2. Насыщение коммутатора в матричном элементе $\langle\pi^+(p')|[A_\mu^{1+i2}(x), A_\nu^{4-i5}(0)]|K^+(p)\rangle$

Спектральную функцию $M_{\mu\nu}(p', p, q)$, определенную равенством (I), представим в виде:

$$M_{\mu\nu}(p';p;q) =$$

$$= \int d^4x\, e^{iqx} \sum_{(n)} \Big\{ \langle\pi^+(p')|A_\mu^{1+i2}(x)|n(p_n)\rangle\langle n(p_n)|A_\nu^{4-i5}(0)|K^+(p)\rangle -$$

$$- \langle\pi^+(p')|A_\nu^{4-i5}(0)|n(p_n)\rangle\langle n(p_n)|A_\mu^{1+i2}(x)|K^+(p)\rangle \Big\} =$$

$$= (2\pi)^4 \sum_{(n)} \Big\{ \delta^4(q+p'-p_n)\langle\pi^+(p')|A_\mu^{1+i2}(0)|n(p_n)\rangle\langle n(p_n)|A_\nu^{4-i5}(0)|K^+(p)\rangle -$$

$$- \delta^4(q+p_n-p)\langle\pi^+(p')|A_\nu^{4-i5}(0)|n(p_n)\rangle\langle n(p_n)|A_\mu^{1+i2}(0)|K^+(p)\rangle \Big\} , \qquad (2)$$

где система векторов промежуточных состояний $\{|n(p_n)\rangle\}$ образует полную ортонормированную систему. По всем дискретным и непрерывным квантовым характеристикам этих состояний проведено суммирование, а также принято во внимание условие трансляционной инвариантности.

В первом слагаемом правой части (2), пропорциональном множителю $\delta^4(q+p'-p_n)$, система промежуточных состояний, которые удовлетворяют всем квантовым правилам отбора и содержат только одну связанную частицу (остальные несвязанные) будет:

$$\{|n(p_n)\rangle\} : |0\rangle, |\rho^0(p_n,\lambda_\rho)\rangle, |\underleftarrow{\pi^+}(p_{n_1})\pi^-(p_{n_2})\rangle;$$

$$|\underleftarrow{\pi^+}(p_{n_1})A_1^-(p_{n_2},\lambda_A)\rangle, |\underrightarrow{K^+}(p_{n_1})K^-(p_{n_2})\rangle; \qquad (3)$$

$$|\underrightarrow{K^+}(p_{n_1})K_A^-(p_{n_2},\lambda_{K_A})\rangle .$$

Стрелка под $\pi^+(p_{n_1})$ показывает, что этот мезон из промежуточного состояния несвязан,и он имеет те же квантовые характеристики, что и $\pi^+(p')$ в исходном матричном элементе. Такой же смысл имеет и стрелка под $K^+(p_{n_1})$, который связывается с $K^+(p)$ в правой части (I).

Во втором слагаемом равенства (2), пропорциональном $\delta(q+p_n-p)$, система промежуточных состояний будет состоять из векторов

$$\{|n(p_n)\rangle\}:\ \underleftarrow{|\pi^+}(p_{n_1})\underrightarrow{K^+(p_{n_2}}\rangle,\ \underleftarrow{|\pi^+}(p_{n_1})\underrightarrow{K^+(p_{n_2}}\,\rho^0(p_{n_3},\lambda_\rho)\rangle\ ;$$

$$|\pi^+(p_{n_1})\underrightarrow{K^+(p_{n_2}}\rangle,\ |\underrightarrow{K^+(p_{n_1}}\,A_1^+(p_{n_2},\lambda_A)\rangle\ ;$$

$$\underleftarrow{|\pi^+}(p_{n_1})K^+(p_{n_2})\rangle,\ \underleftarrow{|\pi^+}(p_{n_1})K_A^+(p_{n_2},\lambda_{K_A})\rangle. \qquad (4)$$

Очевидно, слагаемое, характеризующее вакуумное состояние

$$\delta^4(q+p')\langle\pi^+(p')|A_\mu^{1+i2}(0)|0\rangle\langle 0|A_\nu^{4-i5}(0)|K^+(p)\rangle$$

из (3) и слагаемое, содержащее "множитель" $\underleftarrow{|\pi^+}(p_{n_1})K^+(p_{n_2})\rangle\,\times$ $\times\langle\pi^+(p_{n_1})\underrightarrow{K^+(p_{n_2})|}$ из (4), т.е.

$$-\sum_{(n)}\delta^4(q+p_{n_1}+p_{n_2}-p)\,\langle\underline{\pi^+(p')|A_\nu^{4-i5}(0)|\pi^+}(p_{n_1})K^+(p_{n_2})\rangle\langle\pi^+(p_{n_1})\underline{K^+(p_{n_2})|A_\mu^{1+i2}(0)|K^+}(p)\rangle=$$

$$=-\delta^4(q+p')\langle 0|A_\nu^{4-i5}(0)|K^+(p)\rangle\langle\pi^+(p')|A_\mu^{1+i2}(0)|0\rangle$$

взаимно уничтожаются и вклада в спектральную функцию $M_{\mu\nu}(p',p,q)$ не дают. Тем самым вклад вакуума из системы промежуточных состояний (3) нейтрализуется возможным промежуточным состоянием $|\pi^+K^+\rangle$ из системы (4) для случаев, когда обе частицы π^+ и K^+ несвязанные.

Рассматриваем последовательно все пары систем промежуточных состояний (3) и (4). Состояния $|\rho^0(p_n,\lambda_\rho)\rangle$ и $\underleftarrow{|\pi^+}(p_{n_1})\underrightarrow{K^+(p_{n_2}}\,\rho^0(p_{n_3},\lambda_\rho)\rangle$ будут давать (для простоты поляризацию и суммирование по поляризационным состояниям в нижеследующих выражениях опускаем):

$$(2\pi)^4\sum_{(n)}\delta^4(q+p'-p_n)\langle\pi^+(p')|A_\mu^{1+i2}(0)|\rho^0(p_n)\rangle\langle\rho^0(p_n)|A_\nu^{4-i5}(0)|K^+(p)\rangle-$$

$$-(2\pi)^4\sum_{(n)}\delta^4(q+\underset{\downarrow\atop p'}{p_{n_1}}+\underset{\downarrow\atop p}{p_{n_2}}+p_{n_3}-p)\langle\underline{\pi^+(p')|A_\nu^{4-i5}(0)|\pi^+}(p_{n_1})K^+(p_{n_2})\rho^0(p_{n_3})\rangle\times$$

$$\times\langle\pi^+(p_{n_1})\underline{K^+(p_{n_2})\rho^0(p_{n_3})|A_\mu^{1+i2}(0)|K^+}(p)\rangle=$$

$$=(2\pi)^4\int\delta^4(q+p'-p_n)\frac{d^3p_n}{2p_n^0}\langle\pi^+(p')|A_\mu^{1+i2}(0)|\rho^0(p_n)\rangle\langle\rho^0(p_n)|A_\nu^{4-i5}(0)|K^+(p)\rangle-$$

$$-(2\pi)^4\int\delta^4(q+p'+p_n)\frac{d^3p_n}{2p_n^0}\langle 0|A_\nu^{4-i5}(0)|K^+(p)\rho^0(p_n)\rangle\langle\pi^+(p')\rho^0(p_n)|A_\mu^{1+i2}(0)|0\rangle= \qquad (5)$$

$$=(2\pi)^4\theta(q_0+p_0')\delta(m_\rho^2-(q+p')^2)\langle\pi^+(p')|A_\mu^{1+i2}(0)|\rho^0(q+p')\rangle\langle\rho^0(q+p')|A_\nu^{4-i5}(0)|K^+(p)\rangle-$$

$$-(2\pi)^4\theta(-q_0-p_0')\delta(m_\rho^2-(q+p')^2)\langle\pi^+(p')|A_\mu^{1+i2}(0)|\rho^0(q+p')\rangle\langle\rho^0(q+p')|A_\nu^{4-i5}(0)|K^+(p)\rangle=$$

$$=(2\pi)^4\varepsilon(q_0+p_0')\delta(m_\rho^2-(q+p')^2)\langle\pi^+(p')|A_\mu^{1+i2}(0)|\rho^0(q+p')\rangle\langle\rho^0(q+p')|A_\nu^{4-i5}(0)|K^+(p)\rangle.$$

Аналогично состояния $\underleftarrow{|\pi^+}(p_{n_1})\pi^-(p_{n_2})\rangle$ и $|\pi^+(p_{n_1})\underrightarrow{K^+(p_{n_2})}\rangle$, $\underleftarrow{|\pi^+}(p_{n_1})A_1^-(p_{n_2})\rangle$ и $|\underrightarrow{K^+(p_{n_1})A_1^+}(p_{n_2})\rangle$, $|\underrightarrow{K^+(p_{n_1})K^-}(p_{n_2})\rangle$ и $\underleftarrow{|\pi^+}(p_{n_1})K^+(p_{n_2})\rangle$ дают соответственно

$$(2\pi)^4\varepsilon(q^0)\delta(m_\pi^2-q^2)\langle 0|A_\mu^{1+i2}(0)|\pi^-(q)\rangle\langle\pi^+(p')\pi^-(q)|A_\nu^{4-i5}(0)|K^+(p)\rangle\ ; \qquad (6)$$

$$(2\pi)^4\varepsilon(q^0)\delta(m_{A_1}^2-q^2)\langle 0|A_\mu^{1+i2}(0)|A_1^-(q)\rangle\langle\pi^+(p')A_1^-(q)|A_\nu^{4-i5}(0)|K^+(p)\rangle\ ; \qquad (7)$$

$$(2\pi)^4\varepsilon(q_1^0)\delta(m_K^2-q_1^2)\langle\pi^+(p')|A_\mu^{1+i2}(0)|K^+(p)K^-(q_1)\rangle\langle K^+(p)K^-(q_1)|A_\nu^{4-i5}(0)|0\rangle, \qquad (8)$$

где

$$q_1 = q + p' - p\,, \tag{9}$$

и, наконец, состояния $|K^+(p_{n_1}) K_A^-(p_{n_2})\rangle$ и $|\pi^+(p_{n_1}) K_A^-(p_{n_2})\rangle$ дают:

$$(2\pi)^4 \varepsilon(q_1^0)\delta(m_{K_A}^2 - q_1^2)\langle\pi^+(p')|A_\mu^{1+i2}(0)|K^+(p)K_A^-(q_1)\rangle\langle K_A^-(q_1)|A_\nu^{4-i5}(0)|0\rangle. \tag{I0}$$

Таким образом, выражение для спектральной функции $M_{\mu\nu}(p',p,q)$ сводится к сумме членов (5),(6-8) и (I0).

3. Высшие полюсные слагаемые

В предыдущем параграфе было установлено, что спектральную функцию $M_{\mu\nu}(p',p,q)$, т.е. правую часть (I) в рассматриваемом подходе можно представить в виде

$$\frac{1}{(2\pi)^4} M_{\mu\nu}(p',p,q) =$$

$$\begin{aligned}
&= \varepsilon(q_0+p_0')\delta(m_\rho^2-(q+p')^2)\langle\pi^+(p')|A_\mu^{1+i2}(0)|\rho^0(q+p')\rangle\langle\rho^0(q+p')|A_\nu^{4-i5}(0)|K^+(p)\rangle + \\
&+ \varepsilon(q^0)\delta(m_\pi^2-q^2)\langle 0|A_\mu^{1+i2}(0)|\pi^-(q)\rangle\langle\pi^+(p')\pi^-(q)|A_\nu^{4-i5}(0)|K^+(p)\rangle + \\
&+ \varepsilon(q^0)\delta(m_{A_1}^2-q^2)\langle 0|A_\mu^{1+i2}(0)|A_1^-(q)\rangle\langle\pi^+(p')A_1^-(q)|A_\nu^{4-i5}(0)|K^+(p)\rangle + \\
&+ \varepsilon(q_1^0)\delta(m_K^2-q_1^2)\langle\pi^+(p')|A_\mu^{1+i2}(0)|K^+(p)K^-(q_1)\rangle\langle K^-(q_1)|A_\nu^{4-i5}(0)|K^+(p)\rangle + \\
&+ \varepsilon(q_1^0)\delta(m_{K_A}^2-q_1^2)\langle\pi^+(p')|A_\mu^{1+i2}(0)|K^+(p)K_A^-(q_1)\rangle\langle K_A^-(q_1)|A_\nu^{4-i5}(0)|K^+(p)\rangle.
\end{aligned} \tag{II}$$

Из этого выражения видно, что полиномиальные части матричных элементов, входящих в правую часть (II), являются локальными выражениями. При этом достаточно предположить, что это полиномы конечной степени переменной q. В этом случае они являются фурье-образами линейных комбинаций конечного числа конечных производных локальной функции Паули-Иордана, а такие комбинации тоже локальны.

В работах[I-5] было показано, что полюсные члены первого порядка выражений типа (II) комбинируются попарно так, что при определенных динамических соотношениях (условия локальности) всегда возникают локальные, хотя и сингулярные выражения: это мнимые части запаздывающих (локальных) функций, а мнимая часть локальной функции - локальна.

Наша задача, таким образом, сводится к рассмотрению полюсных членов второго порядка в выражении (II), которые на данном этапе мы будем считать высшими. Требование локальности этих членов ведет к определенным соображениям относительно полюсов матричных элементов, которые, вероятно, могут быть связаны с возможными резонансами в промежуточных состояниях.

Матричный элемент $\langle\pi^+(p')|A_\mu^{1+i2}(0)|\rho^0(q+p')\rangle$ может иметь полюсы первого порядка при $q^2 = m_\pi^2$ и $q^2 = m_{A_1}^2$. Следовательно, его полюсную часть можно представить (без кинематических и динамических множителей) в виде

$$\langle\pi^+(p')|A_\mu^{1+i2}(0)|\rho^0(q+p')\rangle_P \sim \frac{1}{m_\pi^2 - q^2} + \frac{1}{m_{A_1}^2 - q^2}\,, \tag{I2}$$

где индекс p означает, что мы рассматриваем только полюсную часть. Аналогично, матричный элемент $\langle f^c(p'+q)|A_\nu^{4-i5}(0)|K^+(p)\rangle$ будет иметь полюсы при

$$q_1^2=(q+p'-p)^2=m_K^2 \quad \text{и} \quad q_1^2=m_{K_A}^2,$$

и его полюсную часть можно представить в виде:

$$\langle f^c(p'+q)|A_\nu^{4-i5}(0)|K^+(p)\rangle_p \sim \frac{1}{m_K^2-q_1^2}+\frac{1}{m_{K_A}^2-q_1^2}. \qquad (13)$$

В таком случае, высшие полюсные члены в слагаемом (5) - (первый член в выражении (11) для $M_{\mu\nu}(p',p,q)$) будут пропорциональны выражению

$$\varepsilon(q_0+p_0')\delta(m_f^2-(q+p')^2)\Bigg[\frac{1}{(m_\pi^2-q^2)(m_K^2-q_1^2)}+ \qquad (14)$$

$$+\frac{1}{(m_\pi^2-q^2)(m_{K_A}^2-q_1^2)}+\frac{1}{(m_{A_1}^2-q^2)(m_K^2-q_1^2)}+\frac{1}{(m_{A_1}^2-q^2)(m_{K_A}^2-q_1^2)}\Bigg].$$

Высшая сингулярность в (6), т.е. во втором слагаемом выражения (11) определяется, естественно, высшей сингулярностью матричного элемента $\langle\pi^+(p')\pi^-(q)|A_\nu^{4-i5}(0)|K^+(p)\rangle$. Этот матричный элемент имеет полюс при $(q+p')^2=m_f^2$, что интерпретируется как возможность реализации процесса $\pi^+\pi^-\to f^0$, а также при $q_1^2=m_K^2$ и $q_1^2=m_{K_A}^2$. Но тогда высшая сингулярная часть (6) представится в виде

$$\varepsilon(q_0)\delta(m_\pi^2-q^2)\Bigg[\frac{1}{(m_f^2-(p'+q)^2)(m_K^2-q_1^2)}+\frac{1}{(m_f^2-(p'+q)^2)(m_{K_A}^2-q_1^2)}\Bigg]. \qquad (15)$$

Аналогично, высшие сингулярные части (7), (8) и (10) можем представить соответственно в виде:

$$\varepsilon(q_0)\delta(m_{A_1}^2-q^2)\Bigg[\frac{1}{(m_f^2-(p'+q)^2)(m_K^2-q_1^2)}+\frac{1}{(m_f^2-(p'+q)^2)(m_{K_A}^2-q_1^2)}\Bigg]; \qquad (16)$$

$$\varepsilon(q_1^0)\delta(m_K^2-q_1^2)\Bigg[\frac{1}{(m_\pi^2-q^2)(m_f^2-(p'+q)^2)}+\frac{1}{(m_{A_1}^2-q^2)(m_f^2-(p'+q)^2)}\Bigg]; \qquad (17)$$

$$\varepsilon(q_1^0)\delta(m_{K_A}^2-q_1^2)\Bigg[\frac{1}{(m_\pi^2-q^2)(m_f^2-(p'+q)^2)}+\frac{1}{(m_{A_1}^2-q^2)(m_f^2-(p'+q)^2)}\Bigg]. \qquad (18)$$

При описании этих выражений мы предположили, что: (1) $\langle\pi^+(p')A_1^-(q)|A_\nu^{4-i5}(0)|K^+(p)\rangle$ имеет полюс при $(p'+q)^2=m_f^2$, соответствующий процессу $\pi^+A_1^-\to f^0$, а также полюса при $q_1^2=m_K^2$ и $q_1^2=m_{K_A}^2$; (2) $\langle\pi^+(p')|A_\mu^{1+i2}(0)|K^+(p)K^-(q_1)\rangle$ имеет полюс при $(p+q_1)^2=(q+p')^2=m_f^2$, соответствующий процессу $K^+K^-\to f^0$, а также при $q^2=(p+q_1-p')^2=m_\pi^2$ и $q^2=m_{A_1}^2$; (3) $\langle\pi^+(p')|A_\mu^{1+i2}(0)|K^+(p)K_A^-(q_1)\rangle$ имеет полюса при $(p'+q)^2=m_f^2$, соответствующие процессу $K^+K_A^-\to f^0$, $q^2=m_\pi^2$ и $q^2=m_{A_1}^2$.

Естественно, не требуется, чтобы все упомянутые полюса были связаны с реальными резонансами, однако сделанное предположение, ведущее к формулам (15-18), как увидим в следующем параграфе, прямо ведет к локальному выражению для высшей сингулярной части спектральной функции $M_{\mu\nu}(p',p,q)$. Но в таком случае гипотезу о существовании перечисленных полюсов соответствующих трехчастичных матричных элементов токовых плотностей можно считать оправданной, ибо наша конечная цель - построить локальное выражение для спектральной функции (I).

4. Локальное выражение для высшей сингулярной части $M_{\mu\nu}(p',p,q)$

Теперь вернемся к выражению (II) для спектральной функции $M_{\mu\nu}(p',p,q)$. Высшую сингулярную часть этой функции получим, подставив в правую сторону (II) высшие сингулярные части отдельных ее слагаемых, задаваемых равенствами (I4-I8). Здесь нас не будут интересовать дополнительные условия локальности, возникающие при написании полного локального выражения для $M_{\mu\nu}(p',p,q)$ и представляющие сами по себе объект отдельного исследования. Но в таком случае нетрудно убедиться, что высшая сингулярная часть рассматриваемой спектральной функции может быть представлена в виде суммы четырех членов, пропорциональных четырем специально подобранным комбинациям полюсных членов (исчерпывающих все двенадцать слагаемых в выражениях (I4-I8)), а именно:

$$A=\frac{\varepsilon(p_0'+q_0)\bar{\delta}(m_\rho^2-(p'+q)^2)}{(m_\pi^2-q^2)(m_K^2-q_1^2)}+\frac{\varepsilon(q_0)\bar{\delta}(m_\pi^2-q^2)}{(m_\rho^2-(p'+q)^2)(m_K^2-q_1^2)}+\frac{\varepsilon(q_1^0)\bar{\delta}(m_K^2-q_1^2)}{(m_\pi^2-q^2)(m_\rho^2-(p'+q)^2)}; \quad (I9)$$

$$B=\frac{\varepsilon(p_0'+q_0)\bar{\delta}(m_\rho^2-(p'+q)^2)}{(m_\pi^2-q^2)(m_{K_A}^2-q_1^2)}+\frac{\varepsilon(q_0)\bar{\delta}(m_\pi^2-q^2)}{(m_\rho^2-(p'+q)^2)(m_{K_A}^2-q_1^2)}+\frac{\varepsilon(q_1^0)\bar{\delta}(m_{K_A}^2-q_1^2)}{(m_\pi^2-q^2)(m_\rho^2-(p'+q)^2)}; \quad (20)$$

$$C=\frac{\varepsilon(p_0'+q_0)\bar{\delta}(m_\rho^2-(p'+q)^2)}{(m_{A_1}^2-q^2)(m_K^2-q_1^2)}+\frac{\varepsilon(q_0)\bar{\delta}(m_{A_1}^2-q^2)}{(m_\rho^2-(p'+q)^2)(m_K^2-q_1^2)}+\frac{\varepsilon(q_1^0)\bar{\delta}(m_K^2-q_1^2)}{(m_{A_1}^2-q^2)(m_\rho^2-(p'+q)^2)}; \quad (2I)$$

$$D=\frac{\varepsilon(p_0'+q_0)\bar{\delta}(m_\rho^2-(p'+q)^2)}{(m_{A_1}^2-q^2)(m_{K_A}^2-q_1^2)}+\frac{\varepsilon(q_0)\bar{\delta}(m_{A_1}^2-q^2)}{(m_\rho^2-(p'+q)^2)(m_{K_A}^2-q_1^2)}+\frac{\varepsilon(q_1^0)\bar{\delta}(m_{K_A}^2-q_1^2)}{(m_{A_1}^2-q^2)(m_\rho^2-(p'+q)^2)}. \quad (22)$$

Представлением высшей сингулярной части $M_{\mu\nu}(p',p,q)$ в виде суммы специальных комбинаций A, B, C, D с произвольными коэффициентами (которыми, в частности, могут быть и полиномы переменной q) вопрос о локальности этой части, в принципе, решен полностью. Действительно, выражения (I9-22) локальны, так как они являются соответственно мнимыми частями следующих запаздывающих функций:

$$A_R=\frac{1}{(m_\pi^2-(q+i\varepsilon)^2)(m_K^2-(q_1+i\varepsilon)^2)(m_\rho^2-(p'+q+i\varepsilon)^2)}; \quad (23)$$

$$B_R=\frac{1}{(m_\pi^2-(q+i\varepsilon)^2)(m_{K_A}^2-(q_1+i\varepsilon)^2)(m_\rho^2-(p'+q+i\varepsilon)^2)}; \quad (24)$$

$$C_R=\frac{1}{(m_{A_1}^2-(q+i\varepsilon)^2)(m_K^2-(q_1+i\varepsilon)^2)(m_\rho^2-(p'+q+i\varepsilon)^2)}; \quad (25)$$

$$D_R=\frac{1}{(m_{A_1}^2-(q+i\varepsilon)^2)(m_{K_A}^2-(q_1+i\varepsilon)^2)(m_\rho^2-(p'+q+i\varepsilon)^2)}. \quad (26)$$

В том, что A_R, B_R, C_R, D_R - запаздывающие функции, легко убедиться, если принять во внимание, что каждая из них представляет свертку трех запаздывающих функций типа

$$\Delta_R(x) = \frac{1}{(2\pi)^4} \int \frac{e^{ikx} d^4k}{m^2 - (k+i\varepsilon)^2} . \qquad (27)$$

Эта функция локальна, ее свертки тоже локальны, а фурье-образ свертки трех функций типа (27) будет иметь вид выписанных выше выражений (23-26). Наконец, осталось показать, что A, B, C и D являются мнимыми частями соответственно A_R, B_R, C_R и D_R. Это легко сделать, если принять во внимание формулу

$$\mathrm{Im}\, abc = ab\, \mathrm{Im}\, c + ac^* \mathrm{Im}\, b + b^* c^* \mathrm{Im}\, a , \qquad (28)$$

где a, b, c-комплексные числа типа $[m^2 - (q+i\varepsilon)^2]^{-1}$.

После нахождения мнимой части произведения abc надо осуществить переход $\varepsilon \to 0$, имея в виду, что везде $\varepsilon > 0$.

При этом из (23-26) автоматически возникают выражения (19-22) для A, B, C и D.

Литература

1. B.Stech. Z.Physik 239, 387 (1970).
2. D.Fakirov and N.Marinescu. Z.Physik 247, 421 (1971).
3. D.Fakirov. Bulgarian Journal of Physics 1, No.1 (1974).
4. Д.Г.Факиров. Сообщение ОИЯИ Р2-7660, Дубна 1974.
5. D.Fakirov. Preprint IC/73/163, Miramare-Trieste, October 1973.
6. M.Gell-Mann, Phys.Rev., 125, 1067 (1962).
7. Д.Г. Факиров. Сообщение ОИЯИ Р2-7710, Дубна 1974.

Рукопись поступила в издательский отдел
16 июля 1974 года.