

ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ
ДУБНА

1794/82

19/4-82

P2-81-859

А.В.Ефремов, О.В.Теряев

О ВЫСТРОЕННОСТИ ВЕКТОРНЫХ МЕЗОНОВ
С БОЛЬШИМ ПОПЕРЕЧНЫМ ИМПУЛЬСОМ

Направлено в журнал "Ядерная физика"

1981

Появившиеся в последнее время экспериментальные данные /1/ свидетельствуют о том, что выстроенность ρ -мезонов, рожденных в высокоэнергетических адрон-адронных соударениях, оказывается весьма значительной. Вероятность нулевой проекции спина ρ -мезона на нормаль к плоскости рассеяния ρ^z достигает величины $0,5 \div 0,6$, то есть значительно отличается от $1/3$ для неполяризованного мезона. Полученные результаты относятся к области $p_T \leq 1$ ГэВ, описание которой имеет преимущественно модельный характер. Настоящая работа посвящена спиновым характеристикам векторных мезонов при переходе в область $p_T^2 \gg M_{\text{адр.}}^2$, где применима модель жесткого рассеяния кварков, получившая свое обоснование в рамках квантовой хромодинамики /2/.

Для описания поляризационного состояния векторной частицы мы будем пользоваться декартовыми спин-тензорами /они связаны со сферическими спин-тензорами, используемыми обычно для представления экспериментальных данных /3/ /, которые позволяют записать матрицу плотности в ковариантном виде /4/.

В системе покоя поляризационная матрица плотности характеризуется вектором \vec{s}_i /его обычно называют "векторной поляризацией"/ и симметричным бесследовым тензором s_{ik} , называемым "тензорной поляризацией" или "выстроенностью". Мы будем рассматривать только выстроенные частицы, потому что, во-первых, рассмотрение поляризации векторной частицы не отличается от спинорной /5/, во-вторых, поляризация не проявляется в распаде на две бесспиновые частицы $\rho \rightarrow 2\pi$ и поэтому гораздо сложнее для экспериментального изучения.

По тензору s_{ik} можно однозначно построить 4-мерный тензор $S_{\mu\nu}$, такой, что в системе покоя

$$S^{0\mu} = S^{\mu 0} = 0, \quad /1/$$

$$s^{ik} = s^{ik} \quad /2/$$

При этом из /1/, /2/, бесследовости и симметричности s_{ik} следует, что

$$S^{\mu\nu} = S^{\nu\mu}, \quad /3/$$

$$S^{\mu\nu} P_{\mu} = 0, \quad /4/$$

$$S^{\mu}_{\mu} = 0, \quad /5/$$

где P_{μ} - 4-импульс векторной частицы.

Рассмотрим процесс $h_1 h_2 \rightarrow \rho X$, в котором детектор выделяет частицы с выстроенностью s_{ik} . Его сечение имеет вид

$$d\sigma = d\sigma_0 (1 + P^{ik} s_{ik}), \quad /6/$$

где $d\sigma_0$ - усредненное по спинам сечение процесса. Наиболее общий симметричный, бесследовый тензор P_{ik} - выстроенность частицы - с учетом сохранения P-четности имеет вид

$$P_{ik} = A(P_{1i} P_{1k} - \frac{1}{3} \delta_{ik} P_1^2) + B(P_{2i} P_{2k} - \frac{1}{3} \delta_{ik} P_2^2) + \frac{C}{2}(P_{1i} P_{2k} + P_{2i} P_{1k} - \frac{2}{3} \delta_{ik} (\vec{P}_1 \vec{P}_2)). \quad /7/$$

Функции A, B и C зависят от квадратов и скалярных произведений пространственных компонент векторов \vec{P}_1 и \vec{P}_2 в системе покоя мезона. Пользуясь формулами /1/-/5/, нетрудно построить четырехмерный тензор $P^{\mu\nu}$. Представим /6/ /с учетом /7// покомпонентно в системе координат, в которой ось z направлена по нормали к плоскости рассеяния, а ось x - по направлению пучка:

$$d\sigma_A = s_{ik} P^{ik}, \quad /8/$$

$$d\sigma_A = A \frac{t^2}{4M^2} \left\{ s_{xx} \left[\left(\frac{p_T^2 - M^2}{p_T^2 + M^2} \right)^2 - \frac{1}{3} \right] + s_{yy} \left[\frac{4M^2 p_T^2}{(p_T^2 + M^2)^2} - \frac{1}{3} \right] + s_{xy} \frac{2Mp_T(p_T^2 - M^2)}{(p_T^2 + M^2)^2} - \frac{1}{3} s_{zz} \right\} + B \frac{u^2}{4M^2} \left(\frac{2}{3} s_{xx} - \frac{1}{3} s_{yy} - \frac{1}{3} s_{zz} \right) + C \frac{ut}{4M^2} \left[\frac{p_T^2 - M^2}{p_T^2 + M^2} \left(\frac{2}{3} s_{xx} - \frac{1}{3} s_{yy} - \frac{1}{3} s_{zz} \right) + \frac{Mp_T}{p_T^2 + M^2} s_{xy} \right], \quad /9/$$

где $s = 2(P_1 P_2)$, $t = -2(P_1 P_3)$ и $u = -2(P_2 P_3)$; M - масса мезона, $p_T^2 = \frac{ut}{s} - M^2$. Собирая коэффициенты при s_{xx} , s_{xy} , s_{yy} и s_{zz} , находим компоненты выстроенности мезона:

$$P_{xx} = A \frac{t^2}{4M^2} \left[\left(\frac{p_T^2 - M^2}{p_T^2 + M^2} \right)^2 - \frac{1}{3} \right] + \frac{2}{3} B \frac{u^2}{4M^2} + \frac{2}{3} C \frac{ut}{4M^2} \frac{p_T^2 - M^2}{p_T^2 + M^2}, \quad /10a/$$

$$P_{yy} = A \frac{t^2}{4M^2} \left[\frac{4M^2 p_T^2}{(p_T^2 + M^2)^2} - \frac{1}{3} \right] - \frac{1}{3} B \frac{u^2}{4M^2} - \frac{1}{3} C \frac{ut}{4M^2} \frac{p_T^2 - M^2}{p_T^2 + M^2}, \quad /10б/$$

$$P_{zz} = -\frac{1}{3} A \frac{t^2}{4M^2} - \frac{1}{3} B \frac{u^2}{4M^2} - \frac{1}{3} C \frac{ut}{4M^2} \frac{p_T^2 - M^2}{p_T^2 + M^2}, \quad /10в/$$

$$P_{xy} = A \frac{t^2}{4M^2} \frac{2Mp_T(p_T^2 - M^2)}{(p_T^2 + M^2)^2} + C \frac{ut}{4M^2} \frac{Mp_T}{p_T^2 + M^2}, \quad /10г/$$

$$P_{yz} = P_{xz} = 0. \quad /10д/$$

Эти формулы значительно упрощаются при $p_T \gg M$:

$$P_{xx} = -2P_{yy} = -2P_{zz} = \frac{2}{3} a \left(1 + O\left(\frac{M^2}{p_T^2}\right) \right), \quad /11а/$$

$$P_{xy} = \left(A \frac{t^2}{2Mp_T} + C \frac{ut}{4Mp_T} \right) \left(1 + O\left(\frac{M^2}{p_T^2}\right) \right), \quad /11б/$$

где

$$a = A \frac{t^2}{4M^2} + B \frac{u^2}{4M^2} + C \frac{ut}{4M^2} = P^{\mu\nu} \frac{P_{3\mu} P_{3\nu}}{M^2}. \quad /11в/$$

Как мы увидим ниже, величины A , B , C пропорциональны M^2 , поэтому P_{xy} имеет порядок M/p_T и представляет собой степенную поправку. Полученный результат /11а/ имеет весьма общий характер. Рассмотрим произвольный процесс, в котором рождается векторный мезон, массой которого можно пренебречь /по сравнению со всеми инвариантными переменными/. Тогда, удерживая в $S^{\mu\nu}$ члены $\sim 1/M^2$, имеем /4/

$$S_0^{\mu\nu} = \frac{\tilde{P}^\mu \tilde{P}^\nu}{M^2} s_{xx}, \quad /12/$$

где 4-вектор \tilde{P}^μ образуется из P^μ путем перестановки временной и пространственной компонент, так, чтобы $P^\mu \tilde{P}_\mu = 0$, что обеспечивает поперечность $S_0^{\mu\nu}$; хотя $S_0^{\mu\nu}$ не является бесследовым, его след $S_{0\mu}^\mu = -s_{xx}$ /т.к. $\tilde{P}^\mu \tilde{P}_\mu = -M^2$ / имеет порядок 1 /а не $1/M^2$, как он сам/. При учете же членов ~ 1 в $S^{\mu\nu}$ бесследовость, конечно, восстановится. Поскольку в ответ \tilde{P}_μ войдет лишь в виде скалярных произведений $(P_3 P_1)$, $(P_3 P_2)$ и т.д., мы можем заменить в них \tilde{P}_3 на P_3 с точностью M^2/Q^2 и считать, что

$$S_0^{\mu\nu} = \frac{P^\mu P^\nu}{M^2} s_{xx}, \quad /13/$$

подобно тому, как для ультрарелятивистского электрона $S_\mu = \frac{P_\mu \epsilon}{M}$. Подставляя /13/ в /6/ и учитывая /11в/, имеем

$$d\sigma = d\sigma_0 (1 + a s_{xx}). \quad /14/$$

Для выделения из тензора выстроенности $(P_{ik} = a\delta_{ix}\delta_{kx})$ бесследовой части добавим в /14/ член, пропорциональный $s_{xx} + s_{yy} + s_{zz} (=0)$:

$$d\sigma \sim 1 + a s_{xx} + b(s_{xx} + s_{yy} + s_{zz}). \quad /15/$$

Величина "b" определяется из условия равенства нулю суммы коэффициентов при s_{xx} , s_{yy} и s_{zz} и равна $b = -\frac{1}{3}a$; при этом

$$d\sigma \sim 1 + a \left(\frac{2}{3} s_{xx} - \frac{1}{3} s_{yy} - \frac{1}{3} s_{zz} \right), \quad /16/$$

откуда следует формула /11а/. Преимущество первого ее вывода - в наличии явного выражения для степенных поправок.

Итак, определяемая формулой /16/ выстроенность имеет, по существу, кинематический характер, подобно продольной поляризации ультрарелятивистского электрона. Интересна связь спиновых характеристик "вектора" с $M \rightarrow 0$ и фотона. В выбранной системе координат две независимые компоненты тензора выстроенности /например, s_{xx} и s_{yy} / соответствуют наличию двух параметров Стокса ξ_1 и ξ_3 , описывающих линейную поляризацию фотона. Или иначе, единственный инвариант a , описывающий выстроенность вектона, соответствует инварианту $\sqrt{\xi_1^2 + \xi_3^2}$ для фотона. Циркулярная же поляризация фотона, описываемая антисимметричной частью матрицы плотности, соответствует векторной продольной поляризации вектона.

Перейдем к анализу выстроенности ρ -мезона в рамках КХД. Будем, как и ранее /5/, исходить из следующего представления для сечения процесса $AB \rightarrow \rho X$ в области $s, t, u, p_T^2 \gg M^2$, $x_2 = -\frac{t}{s}$, $x_1 = -\frac{u}{s} \rightarrow 1$, в котором детектируются спиновые характеристики рожденного ρ -мезона:

$$d\sigma = \int d\xi^2 d\eta \langle P_\rho, S | N_{\mu^2}(\bar{\psi}_a(\xi_1)) e^{ig \int \hat{A} \cdot dz} \psi_\beta(\eta_1) | P_\rho, S \rangle \times \quad /17/$$

$$\times \langle P_A | \bar{\psi}(\xi_2) \dots \gamma^\rho \psi(\eta_2) | P_A \rangle \langle P_C | \dots \gamma^\sigma \dots | P_C \rangle E_{\rho\sigma}^{a\beta}(\xi, \eta, \mu^2),$$

где коэффициентная функция E описывает малые ($< \frac{1}{\mu^2}$), а матричные элементы - большие ($> \frac{1}{\mu^2}$) расстояния. Рассмотрим матричный элемент, описывающий фрагментацию кварка в выстроенный ρ -мезон. Применяя тождество Фирца и операторное разложение и выделяя вклады с минимальным твистом, линейные по S^* , имеем

$$\langle P, S | \bar{\psi}_a(0) e^{ig \int \hat{A} \cdot dz} \psi_\beta(x) | P, S \rangle =$$

$$= \sum_{\substack{S, V, A, \\ P, T}} \Gamma_{\beta a}^i \sum_{n!} \frac{1}{n!} \langle P, S | \psi(0) \Gamma_i D^{\nu_1} \dots D^{\nu_n} \psi(0) | P, S \rangle \cdot x_{\nu_1} \dots x_{\nu_n}, \quad /18/$$

* Тензор выстроенности S характеризует, разумеется, матричный элемент в целом /то есть матрицу плотности, а не состояние/. Мы, однако, будем использовать обозначение $|P, S\rangle$, следуя установившейся /для спина 1/2/ традиции.

$$\begin{aligned} \langle P, S | \bar{\psi}(0) \gamma^\alpha D^{\nu_1} \dots D^{\nu_n} \psi(0) | P, S \rangle = \\ = i^{-n} M^2 (a_{n\nu} P^\alpha S^{\{\nu_1 \nu_2} + b_{n\nu} S^{\alpha \{\nu_1} P^{\nu_2} \}) P^{\nu_3} \dots P^{\nu_n} \}, \end{aligned} \quad /18a/$$

$$\begin{aligned} \langle P, S | \bar{\psi}(0) D^{\nu_1} \dots D^{\nu_n} \psi(0) | P, S \rangle = \\ = i^{-n} M^3 a_{nS} S^{\{\nu_1 \nu_2} P^{\nu_3} \dots P^{\nu_n} \}, \end{aligned} \quad /18б/$$

$$\begin{aligned} \langle P, S | \bar{\psi}(0) \gamma^5 D^{\nu_1} \dots D^{\nu_n} \psi(0) | P, S \rangle = \\ = \langle P, S | \bar{\psi}(0) \gamma^\alpha \gamma^5 D^{\nu_1} \dots D^{\nu_n} \psi(0) | P, S \rangle = 0, \end{aligned} \quad /18в/$$

$$\begin{aligned} \langle P, S | \bar{\psi}(0) \sigma^{\alpha\beta} D^{\nu_1} \dots D^{\nu_n} \psi(0) | P, S \rangle = \\ = i^{-n} M a_{nT} \frac{1}{2} (P^\alpha S^{\beta \{\nu_1} - P^\beta S^{\alpha \{\nu_1} \}) P^{\nu_2} \dots P^{\nu_n} \}. \end{aligned} \quad /18г/$$

При $p_T \gg M$, как отмечалось выше, надо произвести замену $S^{\mu\nu} \rightarrow S_0^{\mu\nu} \equiv \frac{P^\mu P^\nu}{M^2 s_{xx}}$. При этом "выживают" только векторная и скалярная проекции, последнюю мы отбрасывали как степенную поправку:

$$\begin{aligned} \langle P, S_0 | \bar{\psi}(0) \gamma^\alpha D^{\nu_1} \dots D^{\nu_n} \psi(0) | P, S_0 \rangle = \\ = (a_{n\nu} + b_{n\nu}) P^{\{\alpha} P^{\nu_1} \dots P^{\nu_n\}} \cdot s_{xx}. \end{aligned} \quad /19/$$

Введем "выстроенную" функцию фрагментации*:

$$a_{n\nu} + b_{n\nu} = \int d\xi \xi^n f_{A1}(\xi). \quad /20/$$

Тогда из /18/ следует партонная формула ($x_1 = t/s$, $x_2 = u/s$):

$$P_{xx} = -2P_{yy} = -2P_{zz} = \frac{\int d\xi f_{A1}(\xi) \text{Sp}[\hat{P} E(\xi, P)] \cdot 2F_{A1}(x_1, x_2)}{3 \int d\xi f(\xi) \text{Sp}[\hat{P} E(\xi, P)]} \equiv \frac{2F_{A1}(x_1, x_2)}{3F(x_1, x_2)}. \quad /21/$$

* Мы будем проводить выкладки для функции распределения, предполагая существование взаимности между функциями распределения и фрагментации, как и в случае неполяризованных частиц.

Мы выписали явно в /21/ только переменные, относящиеся к ρ -мезону. Полученная формула напоминает партонную формулу для векторной поляризации /8/, которая, однако, возникает в жестком подпроцессе /и пропорциональна α_s и массе адрона/, а для тензорной поляризации амплитуда подпроцесса начинается с той же борновской диаграммы, что и для усредненного по спинам сечения. Возникновение выстроенности происходит только благодаря наличию функции f_{Al} и в этом смысле является эффектом больших расстояний.

Обратимся теперь к этой функции распределения. В отличие от векторно-поляризационной функции, ее нормировка не фиксируется правилом сумм. Это связано с тем, что матричные элементы сохраняющихся операторов свободной векторной частицы от выстроенности не зависят. Однако правила сумм для f_{Al} все-таки есть. Первые два ее момента равны нулю: при $\lambda = 0$ не хватает индексов для S , а матричный элемент $\langle P, S | \bar{\psi} \gamma^\alpha D^\nu \psi | P, S \rangle$ фиксирован законом сохранения энергии-импульса и S не содержит. Итак,

$$\int_0^1 d\xi f_{Al}(\xi) = \int_0^1 d\xi \xi f_{Al}(\xi) = 0. \quad /22/$$

Такая функция должна обращаться в нуль, по крайней мере, в двух точках, то есть иметь вид функции, изображенной на рис.1. Для оценки величины f_{Al} рассмотрим ρ -мезон, состоящий из кварков. Матрица плотности такой системы имеет вид

$$\rho = \frac{1}{4} (\mathbb{1} \otimes \mathbb{1} + a_i \sigma_i \otimes \mathbb{1} + b_j \mathbb{1} \otimes \sigma_j + c_{ij} \sigma_i \otimes \sigma_j), \quad /23/$$

при этом

$$\langle \vec{P}_{1i} \rangle = a_i, \quad /23a/$$

$$\langle \vec{P}_{2j} \rangle = b_j, \quad /23б/$$

$$d_{ij} \equiv \langle \vec{P}_{1i} \vec{P}_{2j} \rangle - \langle \vec{P}_{1i} \rangle \langle \vec{P}_{2j} \rangle = c_{ij} - a_i b_j, \quad /23в/$$

то есть a_i , b_j и d_{ij} представляют собой соответственно векторы поляризации 1-й и 2-й частиц и тензор корреляции между ними. Задача упростится, если учесть, что a_i и b_j направлены по оси z /нормали к плоскости рассеяния/. Будем считать также, что и c_{ij} имеет только $z-z$ компоненту:

$$\rho = \frac{1}{4} (\mathbb{1} \otimes \mathbb{1} + a \sigma_z \otimes \mathbb{1} + \quad /24/$$

$$+ \mathbb{1} \otimes \sigma_z + c \sigma_z \otimes \sigma_z).$$

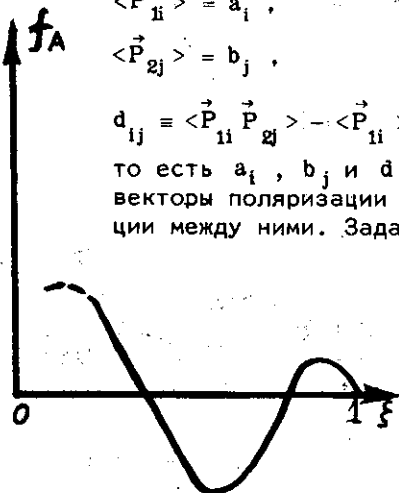


Рис.1

Воспользуемся теперь тем, что матрица плотности, как и любой эрмитов оператор, может быть разложена по своим собственным функциям:

$$\rho = \sum \lambda_n |n\rangle\langle n|, \quad /25/$$

то есть представляет собой матрицу плотности статистической смеси, в которой чистое состояние $|n\rangle$ встречается с вероятностью λ_n . Нетрудно убедиться, что для матрицы плотности /24/ разложение /25/ имеет вид

$$\rho = \frac{1+a+b+c}{4} |++\rangle\langle ++| + \frac{1+a-b-c}{4} |+-\rangle\langle +-| + \frac{1-a+b-c}{4} |-+\rangle\langle -+| + \frac{1-a-b+c}{4} |--\rangle\langle --|, \quad /26/$$

где $|++\rangle$ - прямое произведение собственных функций с проекциями спина $+1/2$ и т.д. Согласно сказанному выше можно считать, что с вероятностью $\frac{1+a+b+c}{4}$ встречается состояние $|++\rangle$, с вероятностью $\frac{1+a-b-c}{4}$ - состояние $|+-\rangle$ и т.д. /то, что все коэффициенты в /26/ лежат в интервале $[0, 1]$, обеспечивается положительной определенностью матрицы плотности и ее нормированностью на 1/. Учтем далее, что

$$|++\rangle = |1, 1\rangle, \quad /27а/$$

$$|+-\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|1, 0\rangle + |0, 0\rangle), \quad /27б/$$

$$|-+\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|1, 0\rangle - |0, 0\rangle), \quad /27в/$$

$$|--\rangle = |1, -1\rangle, \quad /27г/$$

где в правой части стоят функции $|j, m\rangle$. Теперь мы можем определить ρ_{00} - вероятность состояния $|1, 0\rangle$ - непосредственно измераемое экспериментально:

$$\rho_{00} = \frac{1-c}{3+c}. \quad /28/$$

Как видим, выстроенность не содержит явно поляризаций кварков a и b . Коэффициент "с" может возникнуть, как следует из /23в/, либо при наличии некоррелированных поляризованных кварков, либо из-за корреляции между ними.

В теории поля корреляция возникает проще, чем поляризация - уже в борновском члене:

Члены, содержащие $S_1^{\nu 1} S_2^{\nu 2}$ /где S_1, S_2 - 4-векторы поляризации кварков/, возникают уже в простейших диаграммах для матричного элемента /18/ /рис.2/. Они приводят к корреляционным

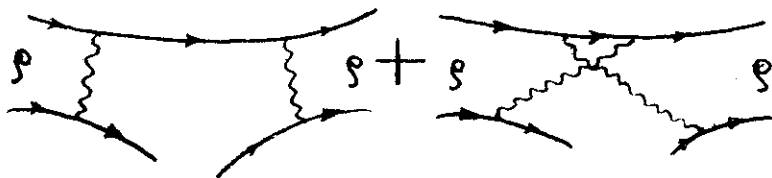


Рис. 2

членам в сечении и, как следствие, к возникновению выстроенности. Заметим, что при выводе формулы /18/ использовалась лишь спиновая часть волновой функции, она справедлива для всех мезонов. Приведем ее вид для произвольного c_{ij} :

$$\rho_{00} = \frac{1 - c_{zz} + c_{xx} + c_{yy}}{3 + c_{zz} + c_{xx} + c_{yy}} \equiv \frac{1 - Sp_{\parallel} c + Sp_{\perp} c}{3 + Sp c} \quad /29/$$

Наконец, выразим полученную выстроенность через экспериментально измеряемые величины /1/ :

$$\rho_{00}^t = \frac{1}{3} - \frac{1}{9} \cdot \frac{F_{Al}(x_1, x_2)}{F(x_1, x_2)}, \quad /30a/$$

$$\rho_{00}^z = \frac{1}{3} + \frac{1}{18} \cdot \frac{F_{Al}(x_1, x_2)}{F(x_1, x_2)}. \quad /30b/$$

При этом справедливо правило сумм

$$\rho_{00}^t + 2\rho_{00}^z = 1. \quad /31/$$

Поскольку всегда

$$\sum_i \rho_{00}^i = 1, \quad /32/$$

где суммирование идет по трем взаимно перпендикулярным ориентациям системы координат, /31/ означает, что в плоскости, перпендикулярной вылетевшему мезону, выстроенность постоянна. Отметим, что если $F_{Al} \approx F$, то

$$\rho_{00}^t \approx 22\%, \quad \rho_{00}^z \approx 39\%, \quad /33/$$

то есть "асимптотическая" /при $p_T \rightarrow \infty$ / выстроенность может быть, по-видимому, измерена экспериментально.

В заключение считаем своим приятным долгом поблагодарить В.Врба, И.М.Граменицкого, В.Л.Любошица и Р.Ледницкого, возбудивших интерес к этой задаче, а также Л.И.Липидуса за полезные советы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Batunya B.V. et al. Nucl.Phys., 1978, B137, p.29; Czechoslovak Journ.of Phys., 1981, B31, p.1353.
2. Mueller A.H. Phys.Rev., 1978, D18, p.3705; Libby S., Stermann G. Phys.Rev., 1978, D18, p.3252; Ефремов А.В., Радюшкин А.В. ТМФ, 1980, т.44, с.17,157,327; Rivista del Nuovo Cim., 1980, vol.3, No.2, p.3.
3. Немец О.Ф., Ясногородский А.М. Поляризационные исследования в ядерной физике. "Наукова думка", Киев, 1980.
4. Копелиович Б.З. ЯФ, 1970, т.12, с.1286.
5. Ефремов А.В., Теряев О.В. ОИЯИ, P2-81-485, Дубна, 1981.
6. Ефремов А.В. ЯФ, 1978, т.28, с.166.

Рукопись поступила в издательский отдел
30 декабря 1981 года.