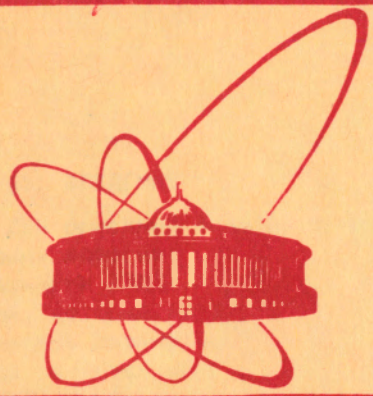


1563/82

2/IV-82



**ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ
ДУБНА**

P2-81-836

М.К.Волков, Д.Эберт

**ЧЕТЫРЕХКВАРКОВЫЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ
КАК ОБЩИЙ ДИНАМИЧЕСКИЙ ИСТОЧНИК
 σ -МОДЕЛИ И МОДЕЛИ ВЕКТОРНОЙ
ДОМИНАНТНОСТИ**

Направлено в ЯФ

1981

§1. ВВЕДЕНИЕ

Для описания электромагнитных взаимодействий адронов при низких энергиях успешно используется модель векторной доминантности /МВД/ /1/. Однако помимо МВД существуют и другие модели, которые вполне удовлетворительно описывают низкоэнергетическую физику адронов. Одной из известных моделей такого рода является киральная модель с кварковыми петлями /КМКП/ /2,3,4/. При описании большей части электромагнитных процессов, таких как, например, электромагнитные формфакторы мезонов, радиационные распады типа $(\pi^0, \eta) \rightarrow 2\gamma$, $(\eta, \eta') \rightarrow \pi^+\pi^-\gamma$ и др., нелинейные мезонные вершины, следующие из киральной теории, не дают вкладов в амплитуды, и киральная модель с кварковыми петлями совпадает с обычной кварковой моделью /5-7/. Однако существуют процессы, для которых учет нелинейных киральных мезонных вершин играет важную роль /например, поляризуемость пиона /4/, распад $\eta \rightarrow \pi^0\gamma\gamma$ /8/). Поэтому КМКП оказывается более общей моделью, чем просто модель с кварковыми петлями.

Интересно отметить, что результаты, полученные в МВД и в КМКП, во многих случаях очень близки друг к другу /2/. В качестве примера можно привести значения электромагнитных радиусов пиона, вычисленных в этих моделях /см. рис. 1а и 1б/:

$$\begin{aligned} \langle r_{\pi^+}^2 \rangle_{\text{МВД}} &= 6 / m_\rho^2 = 0,39 \text{ /Фм/}^2, & // \\ \langle r_{\pi^+}^2 \rangle_{\text{КМКП}} &= 3 / (2\pi F)^2 = 0,33 \text{ /Фм/}^2 \text{ /2,7/.} \end{aligned}$$

Здесь m_ρ - масса ρ -мезона, $F = 95 \text{ МэВ}$ - константа распада пиона. Оба результата удовлетворительно описывают эксперимент /см. §7 этой статьи/*.

Однако здесь уместно задать вопрос: почему нельзя одновременно учитывать вклады как от диаграмм с кварковыми петлями, так и от диаграмм с векторными мезонами, а также и от диаграмм смешанного типа /см. рис. 1в/? Нельзя ли построить универсальную модель, учитывающую и кварковую структуру адронов и адро-

* Есть случаи, когда эти модели приводят к сильно отличающимся результатам. Это имеет место, например, при описании распада $\eta \rightarrow \pi^0\gamma\gamma$ или поляризуемости пиона.

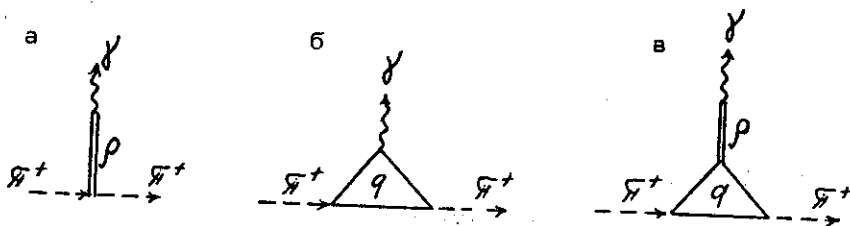


Рис. 1

неподобную структуру фотонов, и при этом избежать опасности двойного учета одних и тех же эффектов?

Для построения такой модели следует более тщательно исследовать общий источник происхождения как псевдоскалярных, так и векторных частиц, а именно, их кварковую структуру. Оказывается, рассмотрение относительно простых четырехкварковых взаимодействий позволяет вывести искомую универсальную модель мезонов, взаимодействующих друг с другом через кварковые петли. Напомним, что хорошей иллюстрацией того, как на основе фермионных взаимодействий описываются взаимодействия бозонных полей, может служить модель сверхпроводимости Боголюбова-Бардина-Купера-Шриффера^{/9,10/}.

Основой для вывода интересующей нас модели может быть нелинейная четырехфермионная теория, впервые предложенная Гайзенбергом^{/11/} и развитая в дальнейшем Намбу-Иона-Лазинио^{/12/}. Эта теория весьма удобна для изучения проблемы связанных состояний в КТП. Метод функционального интегрирования является вполне подходящим аппаратом для описания взаимодействия коллективных полей и нахождения эффективного лагранжиана бозонов^{/13,14/}.

В настоящей работе исследуется четырехкварковая теория с глобальной $U(2)$ -симметрий, воспроизводящая динамику π -, ρ - и ω -мезонов. Эффективный адронный лагранжиан имеет Янг-Миллсовскую структуру для полей векторных мезонов и форму киральной σ -модели для пионов*. Несмотря на одновременное рассмотрение как кварковых петель /например, при описании процессов $\pi^0 \rightarrow 2\gamma$ или $\rho \rightarrow \pi\gamma$ /, так и промежуточных векторных мезонов, модель не приводит к двойному счету при описании электромагнитных и сильных взаимодействий адронов. Ограниченное число расходящихся диаграмм после перенормировок заменяется эффективными физическими константами связи типа $g_{\rho\pi\pi}$, $g_{\rho\gamma}$, $g_{\omega\gamma}$, $g_{\pi qq}$, $g_{\rho qq}$ и т.п. Остальные кварковые петли соответствуют сходящимся ин-

* Киральная σ -модель из 4-фермионного взаимодействия впервые получена в работе^{/13/}. В отличие от^{/13/} здесь рассматриваются массивные кварки ($m_0 \neq 0$).

тегралам и могут рассматриваться как определенные функции внешних импульсов /например, в распаде $\pi^0 \rightarrow 2\gamma$).

В следующем разделе будет рассмотрен $U(2)$ -симметричный лагранжиан с четырехкварковыми взаимодействиями трех типов, которые соответствуют скалярной, псевдоскалярной и векторной связям. Методом функционального интегрирования будет проведена линейаризация этого лагранжиана. При этом в модель вводятся бозонные поля, соответствующие σ -, π -, ω - и ρ -частицам, после чего по полям кварков проводится интегрирование. В третьем разделе показано, как в секторе скалярных и псевдоскалярных полей получается известная σ -модель. В четвертом параграфе рассмотрено взаимодействие векторных мезонов друг с другом и получен лагранжиан типа Янга-Миллса. В пятом параграфе рассмотрены π - ρ взаимодействия. Все физические вершины, содержащие логарифмически расходящийся интеграл, удастся выразить через вершину, описывающую распад $\rho \rightarrow 2\pi$.

Отметим, что в нашей модели содержится четыре неопределенных параметра. Это две константы скалярного /псевдоскалярного/ и векторного четырехкваркового взаимодействия - G_1 и G_2 , масса кварка - m_q и только что упомянутый расходящийся интеграл I_2 /или импульс обрезания Λ /. Эти четыре параметра фиксируются с помощью экспериментальных значений масс пиона и ρ -мезона, а также ширин распадов $\pi^{\pm} \rightarrow \mu^{\pm} \nu$ и $\rho \rightarrow 2\pi$.

В шестом разделе будут рассмотрены электромагнитные взаимодействия и $\gamma\omega$ -, $\gamma\rho$ -переходы через кварковые петли. Учет таких переходов автоматически приводит к результатам модели векторной доминантности, а именно, оказывается, что прямое взаимодействие фотонов с кварками строго запрещено в нашей модели и может происходить только через ω - и ρ -мезоны /1,15/.

В седьмом разделе обсуждаются некоторые приложения данной модели. Интересно отметить, что при описании различных процессов наша модель автоматически воспроизводит или результаты МВД /электромагнитный формфактор и радиус пиона/, или результаты модели с кварковыми петлями /распады $\pi^0 \rightarrow 2\gamma$, $\omega \rightarrow \pi^0\gamma$, $\rho \rightarrow \pi\gamma$ /, либо, что наиболее интересно, дает в разумном равновесии совокупность результатов обоих упомянутых моделей /распад $\omega \rightarrow 3\pi$ /.

В заключении будут кратко обсуждены основные черты данной модели и дальнейшие перспективы ее развития.

§2. 4-КВАРКОВЫЙ ЛАГРАНЖИАН

Рассмотрим эффективный кварковый лагранжиан, соответствующий $U(2)$ -группе, который описывает четырехкварковые взаимодействия скалярного, псевдоскалярного и векторного типов:

$$\mathcal{L}(q, \bar{q}) = \bar{q}(i\hat{\partial} - m_0)q + \frac{G_1}{2}[(\bar{q}q)^2 + (\bar{q}i\gamma_5 \vec{\tau}q)^2] - \frac{G_2}{2}[(\bar{q}\gamma_\mu q)^2 + (\bar{q}\gamma_\mu \vec{\tau}q)^2]. \quad /2/$$

Здесь $\bar{q} = (\bar{u}, \bar{d})$ - поля кварков. Предполагается, что они имеют также цветные индексы, по которым проводится суммирование. $\hat{\partial} = \gamma^\mu \partial_\mu$, γ^μ и $\vec{\tau}$ - матрицы Дирака и изоспина, m_0 - затравочная масса кварка, G_1 и G_2 - две константы связи.*

Лагранжиан \mathcal{L} можно линеаризовать введением бозонных изоскалярных и изовекторных полей. Действительно, рассмотрим производящий функционал с лагранжианом /2/

$$W(\bar{\eta}, \eta) = \frac{1}{N} \int d\bar{q} dq \exp \{ i [\mathcal{L}(q, \bar{q}) + \eta \bar{q} + \bar{\eta} q] \}, \quad /3/$$

где N - нормировочный множитель, который в дальнейшем мы будем опускать, и η , $\bar{\eta}$ - внешние источники. После введения полей σ_0 , $\vec{\pi}_0$, ω_0 , $\vec{\rho}_0$ функционал /3/ принимает вид

$$W(\bar{\eta}, \eta) = \int d\bar{q} dq d\sigma_0 d\vec{\pi}_0 d\omega_0 d\vec{\rho}_0 \exp \{ i [\mathcal{L}'(q, \bar{q}, \sigma_0, \vec{\pi}_0, \omega_0, \vec{\rho}_0) + \eta \bar{q} + \bar{\eta} q] \}, \quad /4/$$

где

$$\mathcal{L}'(q, \bar{q}, \sigma_0, \vec{\pi}_0, \omega_0, \vec{\rho}_0) = \bar{q} [i\hat{\partial} - m_0 + g_1(\sigma_0 + i\gamma_5 \vec{\tau} \vec{\pi}_0) + g_2(\hat{\omega}_0 + \vec{\tau} \hat{\rho}_0)] q - \frac{\delta\mu^2}{2}(\sigma_0^2 + \vec{\pi}_0^2) + \frac{\delta M^2}{2}(\omega_0^2 + \vec{\rho}_0^2), \quad /5/$$

$$g_1^2 / \delta\mu^2 = G_1, \quad g_2^2 / \delta M^2 = G_2.$$

Поскольку по кварковым полям мы получаем теперь интеграл гауссовского типа, то можно произвести интегрирование по \bar{q} и q в /4/, после чего приходим к выражению

$$W(\bar{\eta}, \eta) = \int d\sigma_0 d\vec{\pi}_0 d\omega_0 d\vec{\rho}_0 \exp \{ i [- \frac{\delta\mu^2}{2}(\sigma_0^2 + \vec{\pi}_0^2) + \frac{\delta M^2}{2}(\omega_0^2 + \vec{\rho}_0^2) - \quad /6/$$

$$- i \text{Tr} \ln \{ 1 + \frac{1}{i\hat{\partial} - m_0} [g_1(\sigma_0 + i\gamma_5 \vec{\tau} \vec{\pi}_0) + g_2(\hat{\omega}_0 + \vec{\tau} \hat{\rho}_0)] \} \} -$$

$$- \bar{\eta} \frac{1}{i\hat{\partial} - m_0 + g_1(\sigma_0 + i\gamma_5 \vec{\tau} \vec{\pi}_0) + g_2(\hat{\omega}_0 + \vec{\tau} \hat{\rho}_0)} \eta \}.$$

* В более общем случае следовало бы ввести четыре различные константы связи. Однако в нашей модели достаточно двух независимых констант для правильного описания $\vec{\pi}$ -, ω - и $\vec{\rho}$ -мезонов, т.е. для получения стандартной σ -модели и янг-миллсовского лагранжиана для ω - и ρ -мезонов, где эти мезоны имеют равные массы. Аксиально-векторную и тензорную связи не будем пока рассматривать.

След логарифма можно переписать в следующем, более удобном для дальнейших вычислений виде:

$$-i \text{Tr} \ln \left\{ 1 + \frac{1}{i\hat{\partial} - m_0} [g_1(\sigma_0 + i\gamma_5 \vec{\tau} \vec{\pi}_0) + g_2(\hat{\omega}_0 + \vec{\tau} \hat{\rho}_0)] \right\} = \quad /7/$$

$$= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{i}{n} \text{Tr} \left\{ \frac{(-1)^n}{i\hat{\partial} - m_0} [g_1(\sigma_0 + i\gamma_5 \vec{\tau} \vec{\pi}_0) + g_2(\hat{\omega}_0 + \vec{\tau} \hat{\rho}_0)] \right\}^n$$

Из полученного выражения видно, что все мезонные поля оказываются связанными друг с другом посредством кварковых петель. Вычисляя эти петли и добавляя к ним члены с $\delta\mu^2$ и δM^2 из /6/, можно получить эффективный лагранжиан, описывающий взаимодействие мезонных полей.

§3. σ -МОДЕЛЬ

Рассмотрим ту часть выражения /6/, которая описывает скалярные и псевдоскалярные мезоны. Если эффективный лагранжиан получать в терминах исходных полей σ_0 и $\vec{\pi}_0$, оказывается, что вакуумное ожидание поля σ_0 не равно нулю $\langle \sigma_0 \rangle_0 \neq 0$. Однако если сделать замену переменных

$$\sigma = g_1 \sigma_0 - m_0 + m_q, \quad \vec{\pi} = g_1 \vec{\pi}_0, \quad /8/$$

то определенным выбором m_q можно добиться, чтобы значение $\langle \sigma \rangle_0$ обратилось в нуль.

В новых обозначениях псевдоскалярная /скалярная/ часть /7/ имеет вид

$$-i \text{Tr} \ln \left\{ 1 + \frac{1}{i\hat{\partial} - m} [\sigma + i\gamma_5 \vec{\tau} \vec{\pi}] \right\}. \quad /7'/$$

При вычислении этого выражения мы встретимся с расходящимися интегралами двух типов: квадратично расходящимся интегралом

$$I_1 = i \frac{3}{(2\pi)^4} \int \frac{d^4 k}{k^2 - m_q^2} \quad /9/$$

и логарифмически расходящимся интегралом

$$I_2 = -i \frac{3}{(2\pi)^4} \int \frac{d^4 k}{(k^2 - m_q^2)^2}. \quad /9'/$$

Как мы вскоре увидим, интеграл I_1 играет не очень существенную роль в наших вычислениях. Через него выражается масса пиона m_π , но поскольку он входит в нее в комбинации с неопределенным параметром $\delta\mu^2/g_1^2$, то этим параметром он полностью поглощается. Он также входит в определение нефизической затравочной массы кварка m_0 .

Значительно более важную роль играет интеграл I_2 . Через него выражаются многие физические вершины, описывающие взаимо-

действия мезонов друг с другом и с кварковыми линиями. В конечном счете, через посредство интеграла I_2 все эти вершины можно будет связать с единственной вершиной, описывающей распад $\rho \rightarrow 2\pi$.

Приступим теперь к выводу эффективного лагранжиана, описывающего взаимодействие σ - и $\vec{\pi}$ -мезонов. Расходящиеся кварковые петли, соответствующие выражению /7'/, изображены на рис.2.

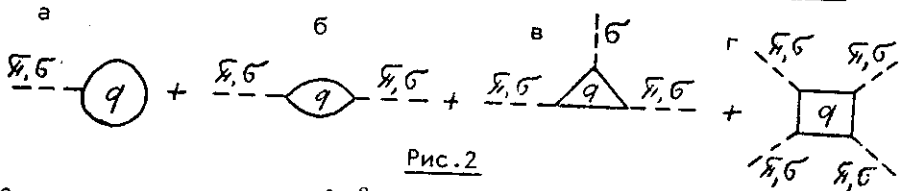


Рис.2

Совместно с членами $-\frac{\delta\mu^2}{2}(\sigma_0^2 + \vec{\pi}_0^2)$ из /6/, они приводят к следующему лагранжиану /с точностью до постоянных членов/:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}(\sigma, \vec{\pi}) = & -\frac{\delta\mu^2}{2g_1^2} [\vec{\pi}^2 + (\sigma - m_q + m_0)^2] + 2I_2 [(\partial_\mu \vec{\pi})^2 + (\partial_\mu \sigma)^2] + \\ & + 4(I_1 + m_q^2 I_2) [\vec{\pi}^2 + (\sigma - m_q)^2] - 2I_2 [\vec{\pi}^2 + (\sigma - m_q)^2]^2 \end{aligned} \quad /10/$$

Из требования

$$\left. \frac{\delta \mathcal{L}}{\delta \sigma} \right|_{\substack{\sigma=0 \\ \vec{\pi}=0}} = 0 \quad /11/$$

получаем условие

$$\left(-\frac{\delta\mu^2}{g_1^2} - 8I_1 \right) = \frac{m_0}{m_q} \frac{\delta\mu^2}{g_1^2} \quad /12/$$

Чтобы кинетические члены в /10/ имели правильную форму, необходимо сделать перенормировку полей:

$$\sigma_R = 2I_2^{1/2} \sigma, \quad \vec{\pi}_R = 2I_2^{1/2} \vec{\pi} \quad /13/$$

Тогда лагранжиан $\mathcal{L}(\sigma_R, \vec{\pi}_R)$ принимает окончательный вид, полностью соответствующий σ -модели*:

$$\mathcal{L}(\sigma_R, \vec{\pi}_R) = \frac{1}{2} [(\partial_\mu \vec{\pi}_R)^2 + (\partial_\mu \sigma_R)^2] - \frac{m_\pi^2}{2} \vec{\pi}_R^2 - \frac{m_\pi^2 + 4m_q^2}{2} \sigma_R^2 + \quad /14/$$

*Здесь и далее штрих у фигурной скобки означает, что из следа логарифма исключены расходящиеся петлевые диаграммы.

$$+ 2g m_q \sigma_R (\vec{\pi}_R^2 + \sigma_R^2) - g^2 / 2 (\vec{\pi}_R^2 + \sigma_R^2)^2 - i \text{Tr} \ln \left\{ 1 + \frac{g}{i \hat{\partial} - m_q} [\sigma + i \gamma_5 \vec{\tau} \vec{\pi}] \right\},$$

где

$$m_\pi^2 = g^2 \left[\frac{\delta \mu^2}{g_1^2} - 8 I_1 \right], \quad m_0 = m_q \left[1 + 8 g^2 \frac{I_1}{m_\pi^2} \right]^{-1} \quad /15/$$

и

$$g = (4 I_2)^{-1/2}. \quad /16/$$

Интересно отметить, что сила взаимодействия мезонных полей друг с другом и с кварками в лагранжиане /14/ определяется перенормировочной константой g /см. /13//. Квадрат массы σ частицы на $4m_q^2$ тяжелее, чем m_π^2 /см. /14//.

Если на основе лагранжиана /14/ построить аксиальный ток, то, описывая затем распад $\pi^\pm \rightarrow \mu^\pm \nu$, можно найти связь m_q с константой F_π /подобно тому, как это сделано в /16/ /:

$$m_q = g F_\pi. \quad /17/$$

Действительно, аксиальный ток, построенный на основе лагранжиана /14/, имеет вид

$$A_\mu^a = \sigma_R \partial_\mu \pi_R^a - \pi_R^a \partial_\mu \sigma + \frac{m_q}{g} \partial_\mu \pi_R^a. \quad /18/$$

Отсюда следует, что коэффициент $\frac{m_q}{g}$ можно отождествить с константой распада пиона F_π .

Аналогичное соотношение можно получить и прямым вычислением вероятности распада $\pi^+ \rightarrow \bar{\mu} \nu$ через кварковую петлю. Амплитуда такого распада равна

$$T_{\pi^+ \rightarrow \bar{\mu} \nu} = i \sqrt{2} 4 m_q g I_2 p^\mu \ell_\mu^{(+)} = i \sqrt{2} \frac{m_q}{g} p^\mu \ell_\mu^{(+)}. \quad /19/$$

где p^μ - импульс пиона, а $\ell_\mu^{(+)} = \frac{G}{\sqrt{2}} \bar{u}_{(\mu)} \gamma_\mu (1 + \gamma_5) u_{(\nu)}$ - лептонный ток. Тогда из сравнения с экспериментом сразу получаем соотношение /17/, в котором нетрудно узнать тождество Голдбергера-Треймана.

§4. ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ВЕКТОРНЫХ ПОЛЕЙ ω_μ И $\vec{\rho}_\mu$

Рассмотрим теперь ту часть лагранжиана /6/, которая описывает векторные мезоны:

$$\mathcal{L}(\omega_0, \vec{\rho}_0) = \frac{\delta M^2}{2} (\omega_{0\mu}^2 + \vec{\rho}_{0\mu}^2) - i \text{Tr} \ln \left\{ 1 + \frac{g_2}{i \hat{\partial} - m_q} [\hat{\omega}_0 + \vec{\tau} \vec{\rho}_0] \right\}. \quad /20/$$

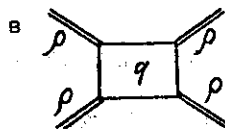
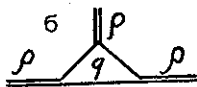
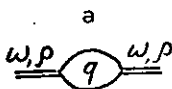


Рис. 3

Для ω -мезона существует только одна расходящаяся диаграмма собственно-энергетического типа /рис.3а/. Она приводит к появлению в выражении /20/ кинетического члена следующего вида:

$$\Delta \mathcal{L}(\omega_0) = -\frac{g_2^2}{6g^2} (\omega_{0\mu\nu})^2, \quad /21/$$

где $\omega_{0\mu\nu} = \partial_\mu \omega_{0\nu} - \partial_\nu \omega_{0\mu}$.

Для ρ -мезонов, помимо расходящейся диаграммы 3а, существуют еще расходящиеся диаграммы треугольного и четырехугольного типа /рис.3б и 3в/. Сумма всех этих диаграмм приводит к появлению членов янг-миллсовского вида в выражении /20/:

$$\Delta \mathcal{L}(\rho_0) = -\frac{g_2^2}{12g^2} \text{Tr} \{ \bar{\rho}_{0\mu\nu} + i g_2 [\bar{\rho}_{0\mu}, \bar{\rho}_{0\nu}] \}^2, \quad /22/$$

где $\bar{\rho}_{0\mu} = \vec{\tau} \vec{\rho}_{0\mu}$. После проведения перенормировки полей ω_0 и $\vec{\rho}_0$,

$$\omega_{0\mu} = \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{g}{g_2} \omega_\mu, \quad \vec{\rho}_{0\mu} = \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{g}{g_2} \vec{\rho}_\mu, \quad /23/$$

лагранжиан /20/ можно записать в янг-миллсовской форме:

$$\mathcal{L}(\omega, \rho) = \frac{m_\rho^2}{2} (\omega_\mu^2 + \vec{\rho}_\mu^2) - \frac{1}{4} (\omega_{\mu\nu})^2 - \frac{1}{8} \text{Tr} \{ \bar{\rho}_{\mu\nu} + i \frac{g_2}{2} [\bar{\rho}_\mu, \bar{\rho}_\nu] \}^2 - \quad /24/$$

$$- i \text{Tr} \ln \left\{ 1 + \frac{1}{i \partial - m_q} \frac{g_2}{2} \rho [\hat{\omega} + \vec{\tau} \hat{\rho}] \right\},$$

где

$$g_\rho = \sqrt{6} g, \quad m_\omega^2 = m_\rho^2 = \left(\frac{g_\rho}{g_2} \frac{\delta M}{2} \right)^2. \quad /25/$$

§5. π - ρ -ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ

Помимо рассмотренных уже взаимодействий кварковые петли, содержащиеся в /6/, допускают взаимодействия смешанного типа, где в одной вершине встречаются как пионные, так и ρ -мезонные поля. Одной из наиболее интересных вершин такого типа является вершина, описывающая распад $\rho \rightarrow 2\pi$ /рис.4б/. Амплитуда распада $\rho \rightarrow 2\pi$, соответствующая диаграмме 4б, имеет вид

$$T_{\rho \rightarrow 2\pi} = -\frac{i}{2} g_\rho \epsilon_{ijk} (p_i - p_j)^\nu \pi^i \pi^j \rho_\nu^k \Rightarrow i \frac{g_\rho}{4} \text{Tr} \{ \partial_\mu \bar{\pi} [\bar{\pi}, \bar{\rho}_\mu] \}, \quad /26/$$

или для распада $\rho^0 \rightarrow \pi^+ \pi^-$

$$T_{\rho^0 \rightarrow \pi^+ \pi^-} = i g_\rho \rho_\nu^0 (\pi^- \partial^\nu \pi^+ - \pi^+ \partial^\nu \pi^-). \quad /26'/$$

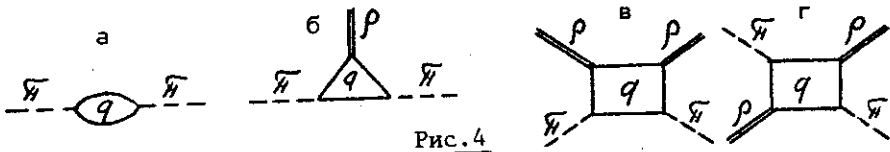


Рис. 4

Используя экспериментальное значение для ширины распада $\rho^0 \rightarrow \pi^+ \pi^-$ /17/

$$\Gamma_{\rho^0 \rightarrow \pi^+ \pi^-} = 158 \text{ МэВ}, \quad /27/$$

легко получить оценку на величину константы g_ρ :

$$\alpha_\rho = g_\rho^2 / 4\pi = \frac{3}{2\pi} g^2 = 3; \quad g \approx \sqrt{2\pi}. \quad /28/$$

Поскольку все остальные константы выражаются через g_ρ , то и для них можно получить численные оценки

$$\alpha_\pi = g^2 / 4\pi \approx 1/2, \quad m_q = \sqrt{2\pi} F_\pi \approx 240 \text{ МэВ}, \quad m_\sigma \approx 500 \text{ МэВ}. \quad /29/$$

Здесь следует отметить, что константа сильного взаимодействия пиона с кварковой линией a_π оказывается меньше единицы и существенно меньше константы сильного взаимодействия пиона с нуклоном $g_{\pi NN} \approx 5,5 g_{\pi qq}$ / . Тем самым появляется основание для использования теории возмущений по константе a_π .

Интересно также отметить, что оценки на величину константы a_π и массы кварка m_q , полученные здесь, полностью совпадают с оценками, полученными ранее С.Б.Герасимовым с совершенно иных позиций /7/.

В заключение этого раздела заметим, что если для интегралов I_1 и I_2 использовать обычное обрезание на импульсе Λ , то из /28/ следует, что $\Lambda = 1116$ МэВ, а из формулы /15/ получается оценка на голую массу кварка $m_0 \approx 4,5$ МэВ, которая хорошо соответствует предположениям о величине масс токовых кварков /18/.

Учет расходящихся четырехугольных диаграмм с концами смешанного типа, которые играют важную роль при описании, например, поляризуемости пиона, позволяет записать пион- ρ -мезонные взаимодействия в ковариантной форме /рис.4а-г/.

$$\mathcal{L}(\pi, \rho) = \frac{1}{4} \text{Tr} \{ D_\mu \bar{\pi}, D^\mu \bar{\pi} \}, \quad /30/$$

где

$$D_\mu \bar{\pi} = \partial_\mu \bar{\pi} - i \frac{g_\rho}{2} [\bar{\rho}_\mu, \bar{\pi}] - \quad /31/$$

ковариантная производная пионного поля.

§6. ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ. ВЕКТОРНАЯ ДОМИНАНТНОСТЬ

Электромагнитные взаимодействия вводятся в нашей модели градиентно-инвариантным способом на основе исходного лагранжиана /2/. Тем самым оказывается, что фотоны могут взаимодействовать с заряженными мезонами только через кварковые петли. В отличие от мезонной части лагранжиана кинетический член для фотонов вводится самостоятельно в исходный лагранжиан /2/. Учет кварковых петель приводит только к перенормировкам полей и заряда. Та часть лагранжиана /6/, которая описывает электромагнитные взаимодействия, выглядит следующим образом:

$$\mathcal{L}_{\text{эм.}} = -\frac{1}{4}(F'_{\mu\nu})^2 - i \text{Tr} \ln \left\{ 1 - \frac{1}{i\hat{\partial} - m_q} [eQ\hat{A}'] \right\}, \quad /32/$$

где

$$F'_{\mu\nu} = \partial_\mu A'_\nu - \partial_\nu A'_\mu, \quad Q = T_3 + \frac{Y_q}{2} = \frac{1}{6}(1 + 3\tau_3). \quad /33/$$

Здесь Q - оператор заряда кварков, T_3 и Y_q - операторы изотопического спина и гиперзаряда кварков.

После вычисления расходящейся собственно-энергетической диаграммы фотона /рис.5а/ приходим к следующему выражению для

$$\mathcal{L}_{\text{эм.}} = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}^2 - i \text{Tr} \ln \left\{ 1 - \frac{1}{i\hat{\partial} - m_q} [e'Q\hat{A}] \right\}, \quad /34/$$

где

$$A_\mu = \left(1 + \frac{10}{9} \frac{e^2}{g_\rho^2}\right)^{1/2} A'_\mu, \quad e' = \left(1 + \frac{10}{9} \frac{e^2}{g_\rho^2}\right)^{-1/2} e. \quad /35/$$

Помимо собственно-энергетических диаграмм для фотона существуют еще очень важные расходящиеся диаграммы смешанного типа, описывающие переходы $\gamma\omega$ и $\gamma\rho^0$ /рис.5б, 5в/. Учет этих диаграмм приводит к появлению в лагранжиане членов вида

$$\frac{1}{2} \frac{e'}{g_\rho} F_{\mu\nu} (\rho_{\mu\nu}^0 + \frac{1}{3} \omega_{\mu\nu}). \quad /36/$$

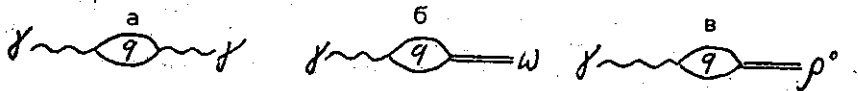


Рис. 5

В результате та часть лагранжиана, которая описывает электромагнитные взаимодействия мезонов и кварков, принимает вид

$$\mathcal{L}_{\text{эм.}} = \frac{m^2}{2} (\omega_\mu^2 + \vec{\rho}_\mu^2) - \frac{1}{4} (\omega_{\mu\nu}^2 + \vec{\rho}_{\mu\nu}^2 + F_{\mu\nu}^2) + \frac{1}{2} \frac{e'}{g_\rho} F_{\mu\nu} (\rho_{\mu\nu}^0 + \frac{1}{3} \omega_{\mu\nu}) - i \text{Tr} \ln \left\{ 1 + \frac{1}{i\hat{\partial} - m_q} \left[\frac{g_\rho}{2} (\hat{\omega} + \vec{\rho}) - e'Q\hat{A} \right] \right\}. \quad /37/$$

Произведем диагонализацию кинетических членов с помощью замены полей

$$\omega_{\mu} = \tilde{\omega}_{\mu} + \frac{e'}{3g_{\rho}} \tilde{A}_{\mu}, \quad \rho_{\mu}^{\circ} = \tilde{\rho}_{\mu}^{\circ} + \frac{e'}{g_{\rho}} \tilde{A}_{\mu}. \quad /38/$$

Электромагнитное поле и заряд перенормируются при этом следующим образом:

$$\tilde{A}_{\mu} = \left(1 - \frac{10}{9} \frac{e'^2}{g_{\rho}^2}\right)^{-1/2} \tilde{A}_{\mu}, \quad /39/$$

$$\tilde{e} = \left(1 - \frac{10}{9} \frac{e'^2}{g_{\rho}^2}\right)^{-1/2} e' = \left[\left(1 - \frac{10}{9} \frac{e'^2}{g_{\rho}^2}\right) \left(1 + \frac{10}{9} \frac{e'^2}{g_{\rho}^2}\right)\right]^{-1/2} e' \rightarrow \tilde{e} = e.$$

Легко видеть, что в результате двух перенормировок - /35/ и /39/ - величина электрического заряда принимает исходное выражение. Окончательный лагранжиан $\mathcal{L}_{\text{ЭМ}}$ имеет вид*

$$\mathcal{L}_{\text{ЭМ}} = \frac{m_{\rho}^2}{2} (\tilde{\omega}_{\mu}^2 + \tilde{\rho}_{\mu}^2) - \frac{1}{4} (\tilde{\omega}_{\mu\nu}^2 + \tilde{\rho}_{\mu\nu}^2 + F_{\mu\nu}^2) + 5 \left(\frac{em_{\rho}}{3g_{\rho}}\right)^2 \tilde{A}_{\mu}^2 + \quad /40/$$

$$+ \frac{e}{g_{\rho}} m_{\rho}^2 \tilde{A}_{\mu} (\rho_{\mu}^{\circ} + \frac{1}{3} \tilde{\omega}_{\mu}) - i \text{Tr} \ln \left[1 + \frac{1}{i \partial - m_q} \frac{g_{\rho}}{2} [\tilde{\omega} + \tilde{\rho}] \right].$$

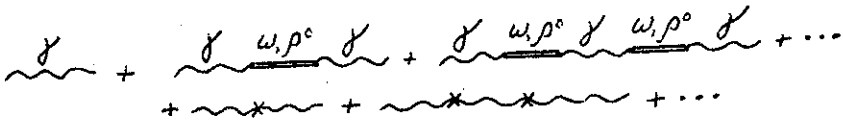


Рис. 6

Из полученного лагранжиана видно, что фотоны могут взаимодействовать с заряженными частицами только через нейтральные векторные мезоны. Тем самым автоматически получается модель, описывающая векторную доминантность. Под знаком логарифма член с фотонами полностью поглощается векторными мезонами.

Фиктивная фотонная масса, возникающая при суммировании диаграмм с промежуточными нейтральными векторными мезонами $\tilde{\omega}$ и $\tilde{\rho}^{\circ}$ /рис.6/, полностью сокращается с массовым членом фотона, содержащимся в /40/. Тем самым фотон остается безмассовой

* Перенормировка заряда типа

$$e'' = \left(1 - \frac{10}{9} \frac{e^2}{g_{\rho}^2}\right)^{-1/2} e \quad /41/$$

опять возникает при суммировании диаграмм с промежуточными векторными мезонами и членами с фотонной массой /рис.6 и 1/.

частицей, что полностью соответствует требованию градиентной инвариантности теории.

§7. ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЙ ФОРМФАКТОР ПИОНА И РАСПАДЫ

$$\pi^0 \rightarrow 2\gamma, \quad \rho \rightarrow \pi\gamma, \quad \omega \rightarrow \pi^0\gamma, \quad \omega \rightarrow 3\pi$$

Проиллюстрируем теперь различные приложения нашей модели на примере описания некоторых характерных физических процессов, связанных с пионами и векторными мезонами.

а/ Электромагнитный формфактор пиона

Электромагнитный формфактор пиона описывается диаграммой, изображенной на рис. 7а. Она содержит две расходящиеся петли, которые после перенормировки дают константы g_ρ и $m_\rho^2 e/g_\rho$ /рис. 7б/. В результате для амплитуды, описывающей формфактор заряженного пиона, получаем выражение, совпадающее с тем, которое следует из модели векторной доминантности:

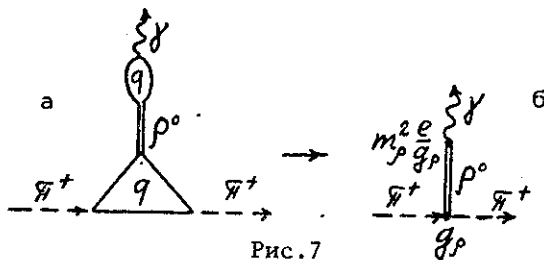
$$\begin{aligned} T(\pi^+) &= g_\rho p^\mu \frac{g_{\mu\nu}}{m_\rho^2 - q^2} m_\rho^2 \frac{e}{g_\rho} \epsilon^\nu \approx \\ &\approx e p_\nu \epsilon^\nu \left(1 + \frac{q^2}{m_\rho^2}\right). \end{aligned} \quad /42/$$

Здесь $p = p_1 + p_2$, $q = p_1 - p_2$, где p_1 и p_2 - импульсы пиона в начальном и конечном состояниях, а ϵ^ν - поляризация фотона. Из /42/ получаем, что электромагнитный радиус пиона равен

$$\langle r^2 \rangle_{\pi^+} = 6 / m_\rho^2 = 0,39 \text{ /Фм/}^2, \quad /43/$$

что находится в удовлетворительном согласии с экспериментальными данными

$$\langle r^2 \rangle_{\pi^+} = 0,46 \pm 0,01 \text{ /Фм/}^2. \quad /44/$$



б/ Распады $\pi^0 \rightarrow 2\gamma, \omega \rightarrow \pi^0\gamma, \rho \rightarrow \pi\gamma$

В отличие от электромагнитного формфактора пиона распады $\pi^0 \rightarrow 2\gamma, \omega \rightarrow \pi^0\gamma$ и $\rho \rightarrow \pi\gamma$ описываются кварковыми петлями аномального типа, которые выражаются через конечные интегралы /2,3,5/

Диаграмме 8а, описывающей распад $\pi^0 \rightarrow 2\gamma$, соответствует амплитуда /см. лагранжианы /14/ и /40//

$$T_{\pi^0 \rightarrow 2\gamma} = i \frac{\alpha}{\pi F} \epsilon_{\mu\nu\rho\sigma} q_1^\rho q_2^\sigma \epsilon_1^\mu \epsilon_2^\nu \quad (\alpha = e^2/4\pi). \quad /45/$$

Эта амплитуда полностью совпадает с тем выражением, которое получается в модели с кварковыми петлями /3,5/. Теоретическое значение для ширины распада $\pi^0 \rightarrow 2\gamma$, следующее из /45/, хорошо соответствует эксперименту /17/:

$$\Gamma_{\pi^0 \rightarrow 2\gamma}^T = 7,3 \text{ эВ}, \quad /46/$$

$$\Gamma_{\pi^0 \rightarrow 2\gamma} = 7,854 \pm 0,004 \text{ эВ}.$$

Аналогичным способом для ширины распадов $\omega \rightarrow \pi^0\gamma$ и $\rho \rightarrow \pi\gamma$ /диаграммы 8б и 8в/ получаем

$$\Gamma_{\omega \rightarrow \pi^0\gamma} = 6\pi \frac{\alpha\alpha\rho}{(16\pi^2 F)^2} \left(\frac{m_\omega^2 - m_{\pi^0}^2}{m_\omega} \right)^3 = 0,8 \text{ МэВ}, \quad /47/$$

$$\Gamma_{\rho \rightarrow \pi\gamma} = \frac{2\pi\alpha\alpha\rho}{3(16\pi^2 F)^2} \left(\frac{m_\rho^2 - m_\pi^2}{m_\rho} \right)^3 = 86,8 \text{ кэВ},$$

в то время как соответствующие экспериментальные значения равны

$$\Gamma_{\omega \rightarrow \pi^0\gamma} = 0,888 \pm 0,055 \text{ МэВ}, \quad /17/ \quad /48/$$

$$\Gamma_{\rho \rightarrow \pi\gamma} = 67 \pm 7 \text{ кэВ} \quad /20/.$$

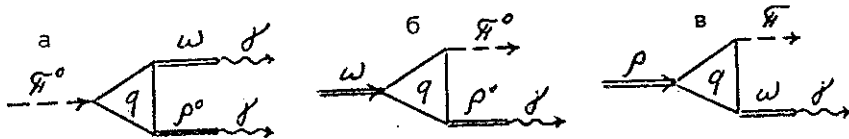


Рис. 8

в/ Распады $\omega \rightarrow 3\pi$

Одним из наиболее интересных распадов с точки зрения нашей модели является распад $\omega \rightarrow 3\pi$. Действительно, если в описанных выше процессах наша модель как бы включает только одну из двух известных моделей: или модель векторной доминантности в случае электромагнитного формфактора пиона, или модель с кварковыми петлями в случае распадов $\pi^0 \rightarrow 2\gamma$, $\omega \rightarrow \pi^0\gamma$ и $\rho \rightarrow \pi\gamma$, то при описании распада $\omega \rightarrow 3\pi$ начинают работать обе эти модели одновременно. Действительно, здесь мы встречаемся с диаграммами, типичными как для модели векторной доминантности

/рис.9а/, так и для модели с кварковыми петлями /рис.9б/. Совокупность этих диаграмм приводит к амплитуде следующего вида:

$$\Gamma_{\omega \rightarrow 3\pi} = -\frac{3}{(2\pi)^2} \frac{g_\rho}{F^3} \left[1 + 3 \frac{(g_\rho F)^2}{m_\rho^2 - q^2} \right] \epsilon_{\mu\nu\rho\sigma} (p_+)_\mu^\nu (p_-)_\rho (p_0)_\sigma, \quad /49/$$

где p_+ , p_- , p_0 - импульсы π^+ , π^- и π^0 соответственно, а $q = p_i + p_j$ /в силу симметрии можно считать, что $q = p_+ + p_-$ /. Из /49/ следует, что ширина распада $\omega \rightarrow 3\pi$ равна

$$\Gamma_{\omega \rightarrow 3\pi} = \frac{6\alpha_\rho}{(2J+1)} \frac{m_\omega m_\pi^2 m_\pi^4}{(2\pi F)^6} I, \quad /50/$$

где J - спин ω -мезона, а I - фазовый интеграл,

$$I = \int_1^{\frac{\Delta^2-3}{2\Delta}} dt \sqrt{(t^2-1) \frac{(\Delta^2-3-2\Delta t)}{(\Delta^2+1-2\Delta t)}} R(t) \rho(t). \quad /51/$$

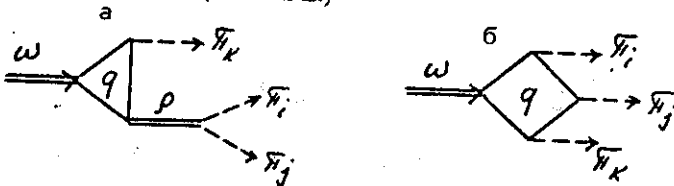


Рис.9

Здесь $\Delta = m_\omega / m_\pi$.

$$R(t) = \frac{3}{8\Delta^2} + \left(\frac{\Delta^2-1}{2\Delta} - t \right) \left[\frac{\Delta}{8} \left(t - \frac{1}{\Delta} \right)^2 \frac{(\frac{\Delta^2+3}{2\Delta} - t)}{(\frac{\Delta^2+1}{2\Delta} - t)} + t - \frac{4\Delta^2-3}{8\Delta} \right],$$

$$\rho(t) = \left[1 + \frac{3\pi\alpha_\rho (2m_\pi F)^2}{2\Delta t - \Delta^2 - 1 + (m_\rho/m_\pi)^2} \right]^2.$$

$\rho(t)$ соответствует квадрату скобки, стоящей в /49/, а $R(t)$ - квадрату $\epsilon_{\mu\nu\rho\sigma} (p_+)_\mu^\nu (p_-)_\rho (p_0)_\sigma$.

Численная оценка интеграла /51/ приводит к значению

$$I = 13,07;$$

в результате чего для ширины $\Gamma_{\omega \rightarrow 3\pi}$ получаем:

$$\Gamma_{\omega \rightarrow 3\pi} = 9,37 \text{ МэВ}. \quad /52/$$

Экспериментальное значение вполне соответствует этой оценке /17/:

$$\Gamma_{\omega \rightarrow 3\pi} = 9,07 \pm 0,05 \text{ МэВ}. \quad /53/$$

Если использовать только модель векторной доминантности или только модель с кварковыми петлями, то результат получается заметно меньше экспериментального значения.

§8. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Итак, мы показали, как из эффективного четырехкваркового лагранжиана /2/, имеющего довольно простую форму, можно получить такие значительно более сложные лагранжианы, как киральный лагранжиан для пионов / σ -модель/, лагранжиан Янга-Миллса для векторных полей ω и ρ и модель векторной доминантности для электромагнитных и сильных взаимодействий мезонов. Причем все те многочисленные параметры, которые встречаются в этих лагранжианах /массы мезонов и различные константы взаимодействий/, выражаются всего лишь через четыре параметра исходного лагранжиана /2/ /константы G_1, G_2 , m_0 и параметр обрезания Λ /. Интересно заметить, если учесть, что преобразованием Фирца из векторного /псевдовекторного/ взаимодействия в /2/ можно получить скалярное /псевдоскалярное/ взаимодействие, как это отмечено, например, в /12/. Тогда, если потребовать, чтобы вес этих двух типов взаимодействия в /2/ был равновероятен, можно получить связь на константы G_1 и G_2 следующего вида:

$$G_1 = 2G_2. \quad /54/$$

Если найти теперь значение для параметра $\delta\mu^2/g_1^2$ из /12/ и /15/,

$$\frac{\delta\mu^2}{g_1^2} = \frac{m_q}{m_0} \left(\frac{m_\pi}{g}\right)^2, \quad /55/$$

и подставить его в /25/ с учетом /54/, то для масс ω -и ρ -мезонов получаем оценку

$$m_\rho^2 = m_\omega^2 = \frac{1}{2} \left(\frac{g_\rho}{g_1} \frac{\delta\mu}{2}\right)^2 = \frac{3}{4} \frac{m_q}{m_0} m_\pi^2, \quad m_\rho \approx 880 \text{ МэВ}. \quad /56/$$

Эти значения с 10%-ной точностью соответствуют экспериментальным.

Основное же достоинство нашей модели заключается в одновременном учете как кварковой структуры мезонов, так и адроподобного поведения фотонов /векторной доминантности/ в рамках единой модели без появления двойного счета в конечных результатах. Исходный четырехкварковый лагранжиан можно рассматривать как некий простейший лагранжиан, описывающий эффективные взаимодействия кварков, из которых в дальнейшем конструируются составные частицы - мезоны. Такой подход к описанию мезонных взаимодействий напоминает методы теории сверх-

проводимости ^{19,10/}, как уже упоминалось во введении. Так что нашу модель можно назвать моделью составных частиц.

Дальнейшее обобщение модели на случай SU(3) (SU(4)) -симметрии, а также включение в рассмотрение аксиально-векторных и тензорных мезонов не представляет принципиальных трудностей, а является чисто технической задачей, которая будет решаться в наших дальнейших работах.

ЛИТЕРАТУРА

1. Сакураи Дж. Токи и мезоны, Атомиздат, М., 1972.
2. Ebert D., Volkov M.K. Fortsch.der Phys., 1981, 29, p. 35.
3. Волков М.К., Эберт Д. ЯФ, 1980, 32, с. 503.
4. Волков М.К., Эберт Д. ЯФ, 1981, 34, с. 182.
5. Okubo S. Symmetries and Quark Models, Ed. by R.Cand N.Y. Gordon-Breach, 1970, p. 59.
6. Chanowitz M.S. Phys.Rev.Lett., 1975, 35, p. 977.
7. Герасимов С.Б. ЯФ, 1979, 29, с. 513.
8. Волков М.К., Эберт Д. ЯФ, 1979, 30, с. 1420.
9. Боголюбов Н.Н. ЖЭТФ, 1958, 34, с. 58, 73; Боголюбов Н.Н., Толмачев В.В., Ширков Д.В. Новый метод теории сверхпроводимости АН СССР, М., 1958.
10. Bardeen J., Cooper L.N., Schrieffer J.R. Phys.Rev., 1957, 106, p. 162.
11. Heisenberg W.Z. Naturforsch, 1959, 14, p. 441.
12. Namby Y., Jona-Lasinio G. Phys.Rev., 1961, 122, p. 345; Bjorken J.D. Ann Phys., 1963, 24, p. 174.
Арбузов Б.А., Тавхелидзе А.Н., Фаустов Р.Н. ДАН СССР, 1961, 139, с. 345.
13. Eguchi T. Phys.Rev., 1976, 14D, p. 2755.
14. Ebert D., Reinhardt H. Nucl.Phys., 1978, 298A, p. 60; Первушин В.Н., Райнхардт Х., Эберт Д. ЭЧАЯ, 1979, 10, с. 1114.
15. Kroll N., Lee T.D., Zumino B. Phys.Rev., 1967, 157, p. 1376.
16. Де Альфаро В. и др. Токи в физике адронов. "Мир", М., 1976.
17. Particle Data Group. Rev.Mod.Phys., 1980, 52, No. 2.
18. Окунь Л.Б. Лептоны и кварки, "Наука", М., 1981.
19. Quenzer A. et al. Phys.Lett., 1978, 76B, p. 512.
20. Berg D. et al. Phys.Rev.Lett., 1980, 44, p. 706.

Рукопись поступила в издательский отдел
25 декабря 1981 года.