1904/82 29/III-82

объединенный
институт
ядерных
исследований
дубна

P2-81-833

П.Н.Боголюбов, А.Е.Дорохов

МОДЕЛЬ МЕШКОВ СО СТЕПЕННЫМ ЗАПИРАЮЩИМ ПОТЕНЦИАЛОМ

Направлено в ЯФ

1981

§1. ВВЕДЕНИЕ

Модель мешков [1,2] заслужила признание как кварковая модель, позволяющая вычислить большое количество статических свойств адронов [1,3,4]. Предсказанные в ее рамках значения масс мезонов и барионов, магнитные моменты барионов, отношение аксиальной константы слабого взаимодействия к векторной и другие величины прекрасно согласуются с экспериментальными данными.

Вместе с тем имеется ряд проблем, касающихся модели мешков, решение которых послужило бы ее дальнейшему развитию. Среди таких проблем отметим задачи, связанные с изучением структуры адронов. Это, например, задачи самосогласованного описания характеристик π-мезона, нахождение величин среднеквадратичного электромагнитного радиуса нейтрона [5,6] и ряд других. В последние годы в связи с изучением степенных поправок к скейлингу приобрела особую важность задача о вычислении структурных функций [7,8]. Для устранения возникших трудностей предлагались различные методы, например учет трансляционной инвариантности. Однако в работе [9] на примере точно решаемой одномерной модели мешков было показано, что учет трансляционной инвариантности не обеспечивает сходимости ряда, учитывающего вклад морских кварков в структурную функцию. Поэтому представляет интерес исследовать вопрос, не позволит ли использование потенциалов другой формы улучшить результаты модели мешков. Так, в работе [10] приведены разумные физические соображения, качественно показывающие, как структурные функции, найденные в рамках модели мешков, можно согласовать с экспериментом, если предположить, что размер области конфайнмента линейно растет с энергией кварков. Изучению такого подхода к модели мешков посвящена настоящая работа.

В данной работе мы сформулируем уравнения модели мешков с произвольными запирающими потенциалами. Мы также рассмотрим эту модель в частном случае статического линейного запирания для двухмерного пространства-времени и вычислим структурные функции.

§2. УРАВНЕНИЯ МОДЕЛИ МЕШКОВ В СЛУЧАЕ ПРОИЗВОЛЬНОГО ЗАПИРАЮЩЕГО ПОТЕНЦИАЛА

Рассмотрим вначале классическое действие

$$S_0 = \int_{t_1}^{t_2} dt \int d\vec{r} \left[\frac{i}{2} \bar{\Psi} \overleftrightarrow{\hat{\partial}} \Psi - U(\{\alpha\}, \vec{r}) \bar{\Psi} \Psi \right], \qquad /1/$$

где $U(\{\alpha\},\vec{r})$ - скалярный запирающий потенциал, характеризуемый набором параметров $\{\alpha\}$. Кварковое поле $\Psi(\vec{r},t)$ определено на всем трехмерном пространстве $\vec{r}$. Варьируя действие S_0 по независимой переменной Ψ и требуя обращения вариации δS_0 в нуль, получим следующие уравнения движения:

$$\begin{cases} i\hat{\partial}\Psi(\vec{r},t) - U(\{\alpha\},\vec{r})\Psi(\vec{r},t) = 0, \\ \Psi(\vec{r},t) \underset{|\vec{r}|\to\infty}{\longrightarrow} 0. \end{cases} \qquad /2/$$

Уравнение /2/ представляет собой уравнение Дирака со скалярным запирающим потенциалом /для которого парадокса Клейна не существует/. Волновые функции Ψ вне классически доступной области имеют экспоненциально спадающую с расстоянием асимптотику. В силу этого мы считаем, что материальные поля удерживаются в области V, которую мы будем называть областью мешка, совпадающей с классически доступной областью. Для потенциалов, отличных от прямоугольной ямы, должен существовать переходный слой между областью мешка и вакуумом. Размеры и форма этого слоя определяются видом потенциала, т.е. набором параметров $\{\alpha\}$. В этой работе мы будем рассматривать достаточно сильные запирающие потенциалы, для которых толщина переходного слоя много меньше размеров мешка.

Как принято в модели мешков/2/, добавим к S_0 член, пропорциональный объему мешка V. Новое действие обозначим через S_1:

$$S_1 = \int_{t_1}^{t_2} dt \left\{ \int d\vec{r} \left[\frac{i}{2} \bar{\Psi} \overleftrightarrow{\hat{\partial}} \Psi - U(\{\alpha\},\vec{r}) \bar{\Psi}\Psi \right] - \int d\vec{r} B \right\}. \qquad /3/$$

Постоянный положительный коэффициент пропорциональности представляет собой плотность потенциальной энергии, необходимой для обеспечения энергетической устойчивости системы. Отметим, что в нашей модели в силу экспоненциально убывающей асимптотики поля вне области мешка первый интеграл в выражении /3/ по переменной $\vec{r}$ можно распространить на все пространство.

Динамическими переменными в данной модели являются: кварковое поле Ψ и набор параметров потенциала $\{\alpha(t)\}$, причем последние определяют динамику поверхности мешка. В модели MIT мешка для получения уравнений движения, физически согласованных с граничными условиями, нужно предполагать, что при варьировании действия S_{Bag} вариация полевой переменной зависит от величины вариации поверхности мешка /см., например,/11/ /. Мы тоже будем считать вариации поля зависимыми от вариации потенциальных параметров $\{a\}$.

Варьируя S_1, получим:

$$\delta S_1 = \int_{t_1}^{t_2} dt \{ \int d\vec{r} [\delta \bar{\Psi}(i\hat{\partial} - U)\Psi + \bar{\Psi}(-i\hat{\partial} - U)\delta\Psi] - \\ - \int_V d\vec{r} [B + \sum_a \frac{\delta a_a}{\partial V} \frac{\partial U}{\partial a_a} \bar{\Psi}\Psi] \delta V \}$$

и следующие уравнения движения

$$\begin{cases} [i\hat{\partial} - U]\Psi(\vec{r},t) = 0; & /4а/ \\ \Psi \underset{|\vec{r}| \to \infty}{\longrightarrow} 0 ; & /4б/ \\ \int \sum_a \frac{\partial U}{\partial a_a} \frac{\delta a_a}{\delta V} \bar{\Psi}\Psi \, d\vec{r} = -B ; & /4в/ \end{cases}$$

где $\vec{r}$ - вектор, направленный из центра мешка, граница мешка определена условием $U(\{a\}, \vec{r}) = \text{const}$.

§3. РЕШЕНИЕ ОДНОМЕРНОЙ МОДЕЛИ МЕШКОВ С ЛИНЕЙНЫМ ПОТЕНЦИАЛОМ

Рассмотрим подробно статическое приближение одномерной модели: $a(t) = \text{const}$. Для этого случая уравнение движения и граничное условие имеют вид $(a(t)=1)$:

$$\begin{cases} (-i\alpha\partial x + \beta\ |x|)\Psi(x,t) = E\Psi(x,t), \\ \Psi(x,t) \underset{|x| \to \infty}{\longrightarrow} 0, \end{cases} \qquad /5/$$

В представлении матриц Дирака $\beta = \begin{pmatrix} 0,1 \\ 1\ 0 \end{pmatrix}$, $\alpha = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}$ после замены $\Psi = e^{\frac{-x^2}{2}} \Phi$ получим следующую систему уравнений для верхней Φ_1 и нижней Φ_2 компонент волновой функции:

$$\begin{cases} \frac{d\Phi_1}{dx} = E\Phi_2 \quad , \\ \frac{d\Phi_2}{dx} + 2x\Phi_1 = E\Phi_2 . \end{cases} \qquad /6/$$

Выражая Φ_2 через Φ_1, мы приходим к уравнению с осцилляторным потенциалом:

$$[-\frac{d^2}{dx^2}+(x^2-1)]\Phi_1=E\Phi_1, \qquad /7/$$

и в представлении матриц Дирака $\gamma^0=\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix}, \gamma^1=\begin{pmatrix}0&-1\\1&0\end{pmatrix}$ имеем:

$$q_\alpha(x,t)=\sum_{n\geq 1} b_\alpha(n)e^{-i\omega_n t}\begin{pmatrix}C_n(x)\\ -S_n(x)\end{pmatrix}+d_\alpha^+(n)e^{i\omega_k t}\begin{pmatrix}C_n(x)\\ -S_n(x)\end{pmatrix}, \qquad /8/$$

где $\omega_n=\sqrt{2n}$ и введено обозначение

$$C_n(x)=\frac{\phi_n(x)+i\phi_{n-1}(x)}{2}; \quad S_n(x)=\frac{\phi_n(x)-i\phi_{n-1}(x)}{2i}, \qquad /9/$$

где

$$\phi_n(x)=e^{-\frac{x^2}{2}}\frac{H_n(x)}{||H_n||}$$ –

функция параболического цилиндра, $H_n(x)$ – полином Чебышева-Эрмита. Индекс α обозначает внутренние квантовые числа кварка. Операторы b_α, d_α удовлетворяют обычным коммутационным соотношениям:

$$\{b_{\alpha_1}(n_1), b^+_{\alpha_2}(n_2)\}=\{d_{\alpha_1}(n_1), d^+_{\alpha_2}(n_2)\}=\delta_{\alpha_1\alpha_2}\delta_{n_1n_2}.$$

Квадратичное граничное условие фиксирует α:

$$\sum_{n\geq 1}(b^+(n)b(n)+d^+(n)d(n))\bar{r}_n=\frac{4B}{\alpha}, \qquad /10/$$

где

$$\bar{r}_n=\int_{-\infty}^{\infty}|x|S_n(x)C_n(x)dx.$$

Воспользовавшись теоремой вириала

$$M=2B\frac{2}{\sqrt{\alpha}},$$

запишем условие /10/ через физические величины M и B:

$$M^2=4B\sum_{n\geq 1}(b^+(n)b(n)+d^+(n)d(n))\bar{r}_n. \qquad /11/$$

§4. ВЫЧИСЛЕНИЕ СТРУКТУРНЫХ ФУНКЦИЙ В ОДНОМЕРНОЙ МОДЕЛИ С ЛИНЕЙНЫМ ЗАПИРАНИЕМ

В этом разделе мы вычислим структурные функции, воспользовавшись решениями предыдущего раздела. Структурные функции в мешке определены выражением /7/:

$$W^{ij}_{\mu\nu}=\frac{M}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}dt\int d\vec{x}_1 d\vec{x}_2 e^{iq^0t-i\vec{q}(\vec{x}_1-\vec{x}_2)}\langle p|[J^i_\mu(\vec{x}_1,t)J^j_\nu(\vec{x}_2,0)]|p\rangle, \qquad /12/$$

где $|p\rangle$ - вектор состояния мишени, нормированный на единицу $\langle p|p\rangle=1$, M - масса покоя мишени; $(q_0,\vec{q}\,)$ - 4-импульс налетающего фотона. Как указано в /7/, в одномерном случае в силу соотношения Каллана-Гросса для векторных токов комптоновская амплитуда рассеяния на дираковской частице исчезает в бьеркеновском пределе. Поэтому мы вычислим структурную функцию /12/ для скалярных токов:

$$J^i = \sum_\alpha \bar{q}_\alpha(x,t)\lambda^i q_\alpha(x,t). \qquad /13/$$

Подставив /13/ в /12/, выразим структурную функцию через кварковые поля:

$$W^{ij} = \frac{M}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} dt \int dx_1 dx_2 e^{iq_0 t - iq(x_1 - x_2)} \times$$

$$\times \{\sum_\alpha q_\alpha(x_1,t) S_{cav.}(x_1,x_2,t) q_\alpha(x_2,0) \langle P|\lambda^i\lambda^j|P\rangle - \qquad /14/$$

$$-q_2(x_2,t) S_{cav.}(x_2,x_1,-t) q_\alpha(x_1,0) \langle P|\lambda^j\lambda^i|P\rangle +$$

$$+ S_{cav.}(x_1,x_2,t) S_{cav.}(x_2,x_1,-t)\},$$

где

$$S_{cav.}(x_1,x_2,t) = \{\bar{q}(x_1,t),\, q(x_2,0)\}.$$

Первые два члена в формуле /14/ соответствуют вкладам валентных, а третий - морских кварков в структурную функцию. Непосредственное вычисление дает:

$$S_{cav.}(x_1,x_2,t) = i\sum_N e^{-i\omega_N t}\begin{pmatrix} -C_N(x_1)C_N(x_2) & C_N(x_1)S_N(x_2) \\ S_N(x_1)C_N(x_2) & -S_N(x_1)S_N(x_2) \end{pmatrix}, \qquad /15/$$

где функции C_N и S_N определены /9/.

Подстановка /15/ в /14/ и интегрирование по переменным t , x_1 , x_2 дает:

$$W^{ij} = \frac{M}{8\pi}\sum_{N=1}^{\infty}\Big\{\delta(q_0-\omega_N+\sqrt{2})\frac{1}{(N-1)!}\Big(\frac{q_1^2}{2}\Big)^{N-2} e^{-\frac{q^2}{2}} \Big| L_1^{N-2}\Big(\frac{q_1^2}{2}\Big) - \frac{1}{\sqrt{N}}\frac{q_1^2}{2}\Big|^2 \times$$

$$\langle P|\lambda^i b^+ b\lambda^j|P\rangle - \begin{pmatrix} i \to j \\ q_0 \to -q_0 \end{pmatrix} + \qquad /16a/$$

$$+2\sum_{n=1}^{\infty}\delta(q_0-\omega_N+\omega_n)\frac{n!}{(N-1)!}\Big(\frac{q_1^2}{2}\Big)^{N-n-1} e^{-\frac{q^2}{2}} \Big| L_n^{N-n-1}\Big(\frac{q_1^2}{2}\Big) - \frac{1}{\sqrt{Nn}}\frac{q_1^2}{2} L_{n-1}^{N-n+1}\Big(\frac{q_1^2}{2}\Big)\Big|^2\Big\},$$

где $L_n^\alpha(x)$ - обобщенные полиномы Чебышева-Лагерра.

За счет конечности ширин промежуточных состояний и экспериментальных неопределенностей энергетическая δ-функция должна быть сглажена. Для этого проведем гауссовское усреднение по большому числу резонансов[7]:

$$\bar{W}(\bar{q}_0) \equiv \int dq \, \frac{e^{-\frac{(q_0-\bar{q}_0)^2}{\Delta^2}}}{\sqrt{\pi}\Delta} W(q_0), \quad \Delta \gg \Delta E_n \ , \qquad /17/$$

так, что

$$W^{ij} = \frac{M}{8\pi} \sum_{N=1}^{\infty} \{ \frac{1}{(N-1)!} \left(\frac{\bar{q}_1^2}{2}\right)^{N-2} e^{-\frac{\bar{q}_1^2}{2}} |L_1^{N-2}\left(\frac{\bar{q}_1^2}{2}\right) - \frac{1}{\sqrt{N}} \frac{\bar{q}_1^2}{2}|^2 \times$$

$$\langle P| \lambda^i b^+ b \lambda^j |P\rangle - \begin{pmatrix} i \to j \\ q_0 \to -q_0 \end{pmatrix} + \qquad /16б/$$

$$+ 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{(N-1)!} \left(\frac{\bar{q}_1^2}{2}\right)^{N-n-1} e^{-\frac{\bar{q}_1^2}{2}} |L_n^{N-n-1}\left(\frac{\bar{q}_1^2}{2}\right) - \frac{1}{\sqrt{Nn}} \frac{\bar{q}_1^2}{2} L_{n-1}^{N-n+1}\left(\frac{\bar{q}_1^2}{2}\right)|^2 \} \sqrt{2N}.$$

Множитель $\sqrt{2N}$ возник при усреднении и представляет собой плотность уровней. Выполняя бьеркеновский предельный переход ($\bar{q}_0 \to \infty$, $\bar{q}_1 = \bar{q}_0 + M\xi$) в выражении /16б/, получим /см. Приложение/

$$F(\xi) = \frac{M}{8\pi} \{ |\phi_1(\sqrt{2} - M\xi) - \phi_0(\sqrt{2} - M\xi)|^2 + 2 \sum_{n=2}^{\infty} |\phi_n(\sqrt{2n} + M\xi) - \phi_{n-1}(\sqrt{2n} + M\xi)|^2 \}.$$

В терминах партонных функций распределений[12] результат принимает вид

$$f(\xi) = \frac{M}{8\pi} \{ |\phi_1(\sqrt{2} - M\xi) - \phi_0(\sqrt{2} - M\xi)|^2 + \qquad /18/$$

$$+ \sum_{n=1}^{\infty} |\phi_n(\sqrt{2n} + M\xi) - \phi_{n-1}(\sqrt{2n} + M\xi)|^2 \}; \qquad /19а/$$

$$\bar{f}(\xi) = \frac{M}{8\pi} \{ -|\phi_1(\sqrt{2} + M\xi) - \phi_0(\sqrt{2} + M\xi)|^2 + \qquad /19б/$$

$$+ \sum_{n=2}^{\infty} |\phi_n(\sqrt{2n} + M\xi) - \phi_{n-1}(\sqrt{2n} + M\xi)|^2 \}.$$

Выражения /16,17/ получены в статическом приближении. При сравнении результатов вычислений структурных функций в одномерной модели мешков с потенциалом в виде прямоугольной потенциальной ямы, проведенных в статическом приближении, с результатами, полученными на основе точного решения, оказалось, что необходимо сделать замену аргумента

$$\xi \to -\ln(1-\xi) \qquad /20/$$

в выражениях статического случая /18,8,9/. Мы также воспользуемся этой заменой.

Радиус мешка определяется размерами области движения валентных кварков. Характерная область движения морских кварков, соответствующих возбужденным состояниям спектра уравнения Дирака с линейным потенциалом, растет с увеличением энергии кварков и распространяется вне мешка. Мы предположим, что вероятность нахождения в начальном состоянии в мешке морских кварков падает с увеличением размеров флуктуаций этих кварков по гауссовскому закону:

$$P(n,\xi)=\exp[-(\langle r^2\rangle_n^{1/2}-\langle r^2\rangle_1^{1/2})^2 M\xi], \qquad /21/$$

где

$$\langle r^2\rangle_n^{1/2}=\left(\int_{-\infty}^{\infty} dx\,\Psi_n^+ |x|^2\Psi\right)^{1/2}=\sqrt{\frac{1}{2}(n+1-\frac{1}{4n})}.$$

Зависимость P от ξ отражает тот факт, что при $\xi=0$ кварки находятся на массовой поверхности с импульсом, равным нулю, и в силу принципа неопределенности допускают произвольные флуктуации /10/.

Сделав замену /20/ и подставив анзатц /21/ в функции партонного распределения, окончательно получим:

$$f(\xi)=\frac{M}{8\pi}\{|\phi_1(y_1^+)-\phi_0(y_1^+)|^2+$$

$$+\sum_{n=1}^{\infty}|\phi_n(y_n^-)-\phi_{n-1}(y_n^-)|^2\exp[-(\langle r^2\rangle_n^{1/2}-\langle r^2\rangle_1^{1/2})M\xi]\}; \qquad /22а/$$

$$\bar{f}(\xi)=\frac{M}{8\pi}\{-|\phi_1(y_1^-)-\phi_0(y_1^-)|^2+ \qquad /22б/$$

$$+\sum_{n=2}^{\infty}|\phi_n(y_n^-)-\phi_{n-1}(y_n^-)|^2\exp[-(\langle r^2\rangle_n^{1/2}-\langle r^2\rangle_1^{1/2})M\xi]\}.$$

Здесь

$$y_n^{\pm}=\omega_n\pm\ln(1-\xi).$$

§5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В этой работе мы сформулировали модель мешков с произвольным запирающим потенциалом и получили решение для одномерной модели с линейным запиранием в статическом приближении. В дальнейшем мы собираемся проквантовать это решение квазиклассически. Это представляет интерес, так как точное квантовое решение отсутствует.

Функции партонного распределения /22а,б/, полученные в данной работе, обладают правильным поведением в окрестности малых ξ:$(f(\xi)\to 1/\xi)$ и в области $\xi\approx 1$:$(f(\xi)\xrightarrow[\xi\to 1]{} 0)$. В следующей работе мы перейдем к изучению реальных трехмерных структурных функций в рамках сформулированной модели.

Авторы благодарят Н.Б.Скачкова, С.Г.Коваленко и А.Д.Линкевича за интерес к работе.

ПРИЛОЖЕНИЕ

В этом приложении мы покажем, как осуществить предел Бьеркена в выражении /16б/. Для этого нужно получить асимптотику полинома Чебышева-Лагерра: $L_n^{N+k}\left(\frac{q_1^2}{2}\right)$ в пределе $q_0\to\infty$. В силу закона сохранения $q_0=\omega_N-\omega_n$ и из определения $q_1=q_0+M\xi$ $(\xi=-q^2/2pq)$ имеем

$$\frac{q_1^2}{2} = N-\sqrt{2}(\omega_n-M\xi)+O(N^{\circ}). \qquad /П.1/$$

Рассмотрим

$$\lim_{N\to\infty} L_n^{N+a-n}(N+b\sqrt{N}),$$

где n, a конечны и фиксированы. Воспользовавшись свойством производных от полинома Чебышева-Лагерра $[L_k^{\alpha}(x)]'=-L_{k-1}^{\alpha+1}(x)$, разложим полином по степеням $\sqrt{N}$. Получим основной член разложения:

$$L_n^{N+a-n}(N+b\sqrt{N})=\sum_{k=0}^{n}\frac{L_k^{N+a-k}(N)}{(n-k)!}(-b\sqrt{N})^{n-k}. \qquad /П.2/$$

Найдем старший член разложения по N полинома $L_k^{N+a-k}(N)$. Для этого воспользуемся определением $(d=a-k)$:

$$L_k^{N+d}(N)=\frac{1}{k!}\sum_{m=0}^{k}\binom{k}{m}\frac{(N+d+k)!}{(N+d+m)!}N^m, \qquad /П.3/$$

где $\binom{k}{m}=\frac{k!}{m!(k-m)!}$. Для получения асимптотической формулы удобно представить

$$\frac{(N+d+k)!}{(N+d+m)!}=\sum_{\ell=0}^{k-m}\binom{k-m-1}{\ell-1}B_{k-m-\ell}^{(k-m)}(N+d+k)^{\ell}, \qquad /П.4/$$

где $B_s^{(r)}$ - числа Бернулли порядка r. Подставим /П.4/ в /П.3/ и сделаем некоторые преобразования в сумме:

$$L_k^{N+d}(N)=\frac{1}{k!}\sum_{m=0}^{k}(-1)^m\binom{k}{m}\sum_{\ell=0}^{k-m}\binom{k-m-1}{\ell-1}B_{k-m-\ell}^{(k-m)}\sum_{r=0}^{\ell}\binom{\ell}{r}N^{\ell-r}(d+k)^r N^m= \qquad /П.5/$$

$$\underset{N\to\infty}{=}\frac{1}{k!}N^{k-i}\sum_{m=0}^{k}(-1)^m\binom{k}{m}\binom{k-m-1}{n-m-i+j-1}B_{i-j}^{(k-m)}\binom{k-m-i-j}{j}(d+k)^j,$$

здесь индексы i , j реализуют старшие степени сумм по индексам ℓ и r. Можно показать, что асимптотика чисел Бернулли равна:

$$B_q^{(p)}=(-\frac{1}{2})^q\frac{p!}{(p-q)!}. \qquad /П.6/$$

С учетом /П.6/ и

$$\sum_{m=0}^{r}(-1)^m\binom{r}{m}\binom{a+mb}{p}=(-1)^r b^r\,\delta_{r,p}$$

получим

$$\lim_{N\to\infty}L_k^{N+d}(N)=N^{n-i}\frac{(d+k)^j}{j!(k-i)!}(-\frac{1}{2})^{i-j}\,\delta_{k-i,i-j}\quad .$$

Таким образом, интересующая нас асимптотика реализуется при $i=\frac{k}{2}$, $j=0$, если k четное; при $i=\frac{k+1}{2}$, $j=1$, если k нечетное. Окончательно:

$$\lim_{N\to\infty}L_k^{N+d}(N)=\begin{cases}N^{\frac{k}{2}}\left(-\frac{1}{2}\right)^{\frac{k}{2}}\frac{1}{\left(\frac{k}{2}\right)!}, & k\text{ — четное},\\ N^{\frac{k-1}{2}}\left(-\frac{1}{2}\right)^{\frac{k+1}{2}}\frac{1}{\left(\frac{k-1}{2}\right)!}(d+k), & k\text{ — нечетное}.\end{cases} \qquad /П.7/$$

Выражение /П.2/ после подстановки /П.7/ сводится к следующему:

$$\lim_{N\to\infty}L_n^{N+a-n}(N+b\sqrt{N})=(-b\sqrt{N})^n\left\{\sum_{k=0}^{[n/2]}\frac{1}{(n-2k)!\,k!}\left(-\frac{b^{-2}}{2}\right)^k-\right.$$
$$\left.-\sum_{k=0}^{\frac{n-1}{2}}\frac{1}{\sqrt{N}}\frac{1}{(n-2k-1)!\,k!}\left(-\frac{1}{2}\right)^{k+1}b^{-(2k+1)}\right\}.$$

Второй член в скобках имеет порядок малости $1/\sqrt{N}$ по сравнению с первым, который выражается через полиномы Чебышева-Эрмита:

$$\lim_{N\to\infty}L_n^{N+a-n}(N+b\sqrt{N})=\left(\frac{\sqrt{N}}{2}\right)^n\frac{H_n(\frac{b}{\sqrt{2}})}{n!}(-1)^n\ . \qquad /П.8/$$

Далее для получения формулы /18/ необходимо использовать /П.8/ и формулу Стирлинга.

ЛИТЕРАТУРА

1. Bogoliubov P.N. Ann.Inst.Henri Poincare, 1967, 8, p.163.
2. Chodos A. et al. Phys.Rev., 1974, D9, p.3471.
3. Chodos A. et al. Phys.Rev., 1974, D10, p.2599.
4. De Grand T. et al. Phys.Rev., 1975, D12, p.2060.
5. Close F.E., Horgan R.R. Nucl.Phys., 1980, B164, p.413; ibid,1981, B185, p.333.
6. Thomas A.W. et al. Phys.Rev., 1981, D24, p.216.
7. Jaffe R.L. Phys.Rev., 1974, D11, p.1953.
8. Jaffe R.L., Ross G.G. Phys.Lett., 1980, 93B, p.313; Jaffe R.L. Ann. of Phys. (New York), 1981, 132, p.32.
9. Davis A.C., Squires E.J. Phys.Rev., 1979, D19, p.388.
10. McCall M., Squires E.J. Journ.of Phys.G: Nucl.Phys., 1978, 4, p.L255.
11. Логунов В.Н., Мартемьянов Б.В. ЯФ, 1979, 29, с.815.
12. Bell J.S., Hey A.J.G. Phys.Lett., 1978, 74B, p.77.
13. Krapchev V. Phys.Rev., 1976, D13, p.329.

Рукопись поступила в издательский отдел
25 декабря 1981 года.