

Ш-643



ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ
ДУБНА

2241/2-81

11/5-81

P2-81-80

Д.В.Ширков

МНОГОПЕТЛЕВЫЕ ЭФФЕКТЫ
В КВАНТОВОЙ ТЕОРИИ ПОЛЯ

Доклад на XIV сессии Ученого совета ОИЯИ
по теоретической физике 15 января 1981 года

1981

1. Возрастающая роль теории возмущений

В течение истекшего десятилетия существенно возросла роль перенормируемой теории возмущений в теории элементарных частиц.

Созданная около 30 лет назад ковариантная перенормируемая теория возмущений /ПТВ/, символами которой стали диаграмма Фейнмана и R -операция Боголюбова, прошла сложный путь развития и экспансии. Первоначальная область ее использования была ограничена квантовой электродинамикой /КЭД/. Высокая /и все возрастающая/ степень согласия ПТВ в КЭД с данными опыта с самого начала явилась психологической основой уверенности в справедливости и эффективности:

- /1/ квантовополевой версии механизма электромагнитных взаимодействий,
- /2/ теории возмущений в квантовой теории поля /КТП/,
- /3/ метода перенормировок ультрафиолетовых расходимостей.

Однако попытки применения хорошо разработанного аппарата перенормируемой квантовополевой теории возмущений к слабым и сильным взаимодействиям натолкнулись на известные трудности. Поэтому /а также под влиянием парадокса "призрачного полюса" в КЭД/ уже во второй половине 50-х годов интерес к ПТВ ослабился и на повестку дня стали методы КТП, не связанные с разложением по малому параметру интенсивности взаимодействия. С этой целью были созданы и /или/ интенсивно развивались метод дисперсионных соотношений, метод функционального интеграла, а также метод ренормализационной группы /РГ/, являющийся способом пересуммирования лидирующих вкладов ПТВ и улучшения ее аппроксимационных свойств.

60-е годы прошли под знаком дисперсионного подхода к физике сильных взаимодействий, а также развития полуфеноменологических и, так сказать, "побочных" линий КТП. Путем использования метода функционального интеграла и привлечения идеи спонтанного нарушения симметрии удалось решить задачу построения перенормируемой теории возмущений для массивного неабелева калибровочного поля. В начале 70-х годов первые расчеты по ПТВ для полей Янга-Миллса привели к обнаружению явления асимптотической свободы. Этот результат, качественно отвечающий партонной картине строения адронов, был получен путем совместного использования методов ПТВ и РГ. Он ознаменовал начало нового этапа в фи-

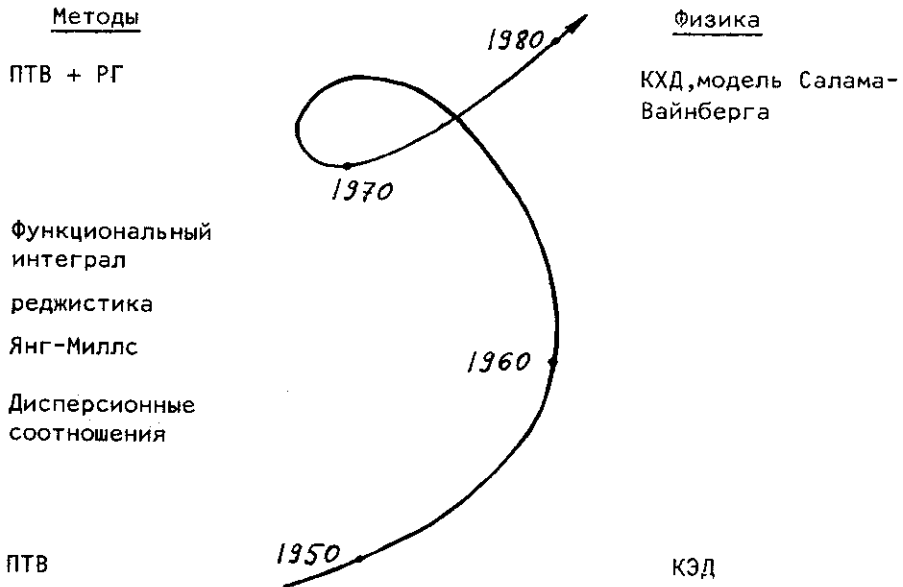


Рис. 1

зическом понимании и теоретическом анализе механизма сильных взаимодействий.

Физической основой теоретических расчетов стала квантовая хромодинамика /КХД/. Ввиду "недостаточной слабости" КХД взаимодействия здесь оказывается необходимым совместное использование ПТВ и РГ. Образно говоря, на протяжении трех десятилетий глобальная картина в теории элементарных частиц испытала полный виток спирали познания, и в настоящий момент надежды по поводу перспектив физического использования результатов ПТВ + РГ напоминают энтузиазм начала 50-х годов /см. рис. 1/.

Важное отличие данного момента, однако, состоит в том, что в КХД существенно необходим последовательный учет высших радиационных /многопетлевых/ поправок. Суммируемый цикл работ содержит новые методические и физические результаты в этой области.

2. Развитие техники многопетлевых вычислений

В нашей группе в ЛТФ ОИЯИ систематические исследования радиационных поправок, необходимых для вычисления РГ характеристик квантовополевых моделей, начались в 1973 году на примере скалярной модели $g\phi^4$. Были вычислены 2-петлевые, а затем 3-

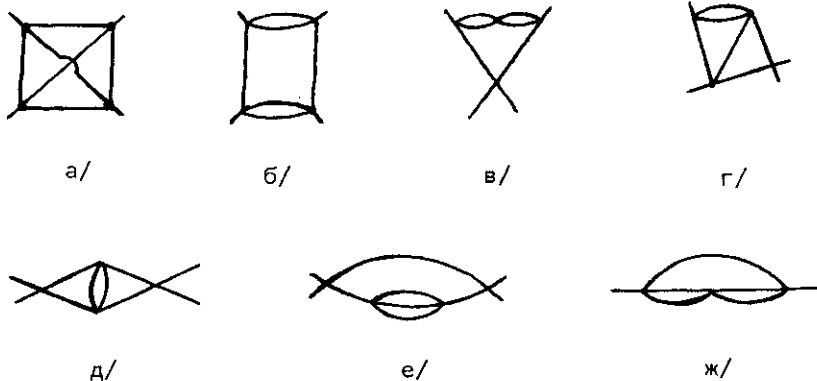


Рис. 2

петлевые^{1/} вклады в ренормгрупповую функцию $\beta(g)$. Трехпетлевое вычисление потребовало расчета семи диаграмм 4-го порядка /рис. 2/.

Для каждой из этих диаграмм необходимо было вычислить младшую логарифмическую асимптотику. Так, например, ультрафиолетовая асимптотика диаграммы 2г имеет вид

$$-\frac{L^3}{6} + L^2 - 2L, \quad L = \ln \frac{k^2}{\mu^2}.$$

Полезную информацию /вклад в РГ функции/ дает коэффициент /-2/ при первой степени L. Спустя несколько лет для модели ϕ^4 были выполнены 4-петлевые вычисления^{2,12/}, которые потребовали рассмотрения 23 диаграмм 5-го порядка, подобных изображенным на рис. 3.

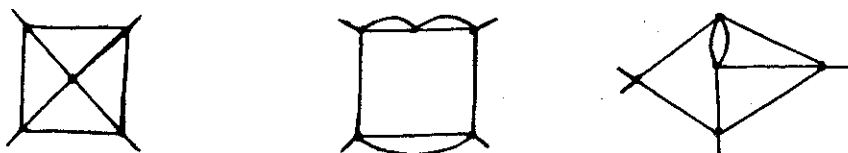


Рис. 3

Для характеристики трудности расчета младших логарифмических вкладов подобных диаграмм с 8 внутренними линиями отметим, что после выполнения четырехмерных интегрирований по виртуальным импульсам и проведения 4-ступенчатой R-операции полученное

конечное выражение представляется 7-кратным интегралом по фейнмановским параметрам. Для сравнения заметим, что современные вычисления аномального магнитного момента электрона проведены вплоть до 3-петлевого приближения. Соответствующие вклады электродинамических диаграмм 7-го порядка сводятся к 8-кратным параметрическим интегралам. Из сорока таких диаграмм 35 вычислены до конца в аналитическом виде. Это оказалось возможным благодаря использованию ЭВМ для аналитических вычислений.

В нашей группе также применяется машинная аналитика /см. обзоры /10,11/ /. Это направление развивается в ОИЯИ с середины 70-х годов совместными усилиями ученых ЛВТА и ЛТФ. В данном случае была использована система аналитических алгоритмов SCHOONSHIP, поставленная на CDC-6500.

В результате для бета-функции модели ϕ^4 было получено 4-петлевое приближение ($\mathcal{L} = \frac{16\pi}{4!} g\phi$)

$$\beta(g) = \frac{3}{2}g^2 - \frac{17}{6}g^3 + 19,3g^4 - 146g^5. \quad /1/$$

Вычисление последнего члена, выполненное в 1977 году /2/, является рекордным достижением. Оно до сих пор не повторено. Выражение /1/ может быть представлено в виде

$$\beta(g) = \frac{3}{2}g^2 \left[1 - \frac{g}{0,53} + \left(\frac{g}{0,28}\right)^2 - \left(\frac{g}{0,22}\right)^3 + \dots \right], \quad /2/$$

из которого ясно виден "намеки" на асимптотический характер разложения. Из-за того, что выражения подобного рода являются обрывками асимптотических рядов, встает специфическая задача "восстановления функции" $\beta(g)$ по нескольким первым членам ее разложения Тэйлора и информации о предельном виде коэффициентов при больших k :

$$\beta(g) \sim \sum_{k \geq 2} (-g)^k \beta_k, \quad /3/$$

$$\beta_k = 1,1 \cdot k! k^{7/2} [1 + O(1/k)] \quad (k \gg 1). \quad /4/$$

Восстановление суммы асимптотического ряда есть неоднозначная операция. Недостающая информация может быть сформулирована в виде аналитических свойств $\beta(g)$ в комплексной плоскости переменной g . В работах /3,4,13/ был развит метод эффективного суммирования знакопеременных рядов с использованием интегрального представления Лапласа /суммирование по Борелю/, конформного преобразования в плоскости борелевой переменной и специальной процедуры фиксирования некоторых дополнительных чис-

ловых параметров из условия наибоыстрейшей сходимости последовательности полученных сумм. В результате для расходящегося ряда /2/, область применимости которого ограничена условием вида $g \leq 0,1$, удалось получить "сумму", соответствующую /3/, /4/, представляющую $\beta(g)$ в интервале $0 < g \leq 50$, т.е. расширить область применимости ПТВ более чем на 2 порядка.

Физическое следствие этого результата заключается в установлении внутренней противоречивости модели ϕ^4 . Описанная методика восстановления была затем применена /2/ к 3-мерному варианту модели ϕ^4 , описывающему задачу фазовых переходов. Полученные результаты находятся в хорошем согласии с другими теоретическими подходами, а также с экспериментальными данными.

Проблема суммирования знакопостоянных рядов, актуальная для калибровочных неабелевых моделей, была рассмотрена в работе /5/.

Следующая важная группа результатов относится к многопетлевым эффектам в теории Янга-Миллса и квантовой хромодинамике. Как уже отмечалось в п.1, в КХД весьма злободневной является задача расчета многопетлевых РГ характеристик и вкладов в матричные элементы. В 2-петлевом приближении для поля Янга-Миллса в пустоте в произвольной калибровке эти расчеты были выполнены в работе /6/. Обобщение на КХД было сделано в работе /7/. Была подтверждена калибровочная инвариантность бегущей константы связи КХД, получено и решено РГ уравнение для калибровочного параметра, а также найдены аномальные размерности в произвольной калибровке.

Наиболее серьезным результатом этого направления явился законченный в 1980 году расчет квантовохромодинамической β -функции в 3-петлевом приближении /8/.

Этот результат

$$\beta_f(g) = -\left(11 - \frac{2}{3}f\right)g^2 - \left(102 - \frac{38}{3}f\right)g^3 - \left(\frac{2857}{2} - \frac{5033}{18}f + \frac{325}{54}f^2\right)g^4 / 5 /$$

где $g = a_s / 4\pi$ и f - число ароматов, подобно /1/ является пионерским и до сих пор остается рекордным. Для его получения пришлось вычислить 440 диаграмм. Наиболее сложные из них приведены на рис.4. Поскольку согласно квантовохромодинамическим



Рис.4

правилам Фейнмана каждая из 6 вершин этих диаграмм описывается 6-членом, то общее количество слагаемых, возникающих при вы-

числении числителя подынтегрального выражения, оказывается равным

$$6^6 = 46656.$$

Умножение, приведение подобных и интегрирование для диаграмм рис. 4 занимает 110 и 90 секунд машинного времени.

Отметим, что рассмотрение было произведено для общего случая калибровочной группы $SU(n)$ и различных представлений полей материи. Это дало возможность использовать полученный общий результат для изучения свойств перенормировки особо интересной калибровочной суперсимметричной модели с $SU(4)$ -симметрией, предложенной Лиоцци, Оливом и Шерком.

Для этой модели ранее в одно- и двухпетлевых приближениях был установлен факт отсутствия вкладов в бета-функцию, т.е. отсутствие перенормировки заряда. Замечательным обстоятельством также является то, что при проведении вычислений в так называемой суперполеовой технике ультрафиолетовые расходимости не появляются вообще.

В работе^{/9/} впервые было показано, что бета-функция равна нулю и в 3-петлевом приближении. Этот результат, полученный в апреле 1980 года, быстро стал известен за рубежом и вскоре был подтвержден двумя группами авторов, использовавшими суперполевые правила Фейнмана.

Таким образом, принципиальное значение работы^{/9/} заключается в том, что она практически убедила теоретиков в существовании весьма нетривиальной калибровочной модели квантовой теории поля, содержащей векторные мезоны, спиноры, скаляры и

Таблица результатов

Модель КТП	Рассчитанные РГ функции	Число петель	Год получения	Примечание
$g\phi^4$	$\gamma(g), \beta(g)$	4	1977	
Янг-Миллс	—''—	2	1976	Произвольная калибровка
КХД	—''—	3	1980	
SS-SU(4)	$\beta(g)=0$	3	1980	Подтверждено позднее двумя группами

псевдоскаляры в 4-мерном пространстве-времени, свободной /при суперполевым способе вычислений/ от ультрафиолетовых расходимостей.

В заключение я хочу привести сводку рекордных расчетов, полученных в данном цикле работ /см. таблицу/.

Я благодарю А.А.Владимирова, Д.И.Казакова и О.В.Тарасова за помощь в подготовке данного текста.

ЛИТЕРАТУРА

1. Белокуров В.В. и др. ТМФ, 1974, 19, №2, с.149-162.
2. Владимиров А.А., Казаков Д.И., Тарасов О.В. ЖЭТФ, 1979, т. 77, вып.3/9/, с.1035-1045.
3. Казаков Д.И., Тарасов О.В., Ширков Д.В. ТМФ, 1979, 38, №1, с.15-24.
4. Tarasov O.V. Lett. in Math.Phys., 1979, v. 3, p.143-149.
5. Казаков Д.И. ОИЯИ, Е2-80-62, Дубна, 1980.
6. Владимиров А.А., Тарасов О.В. ЯФ, 1977, т. 25, вып.5, с.1104-1106.
7. Егорян Э.Ш., Тарасов О.В. ТМФ, 1979, 41, №1, с.26-32.
8. Tarasov O.V., Vladimirov A.A., Zharkov A.Yu. Phys.Lett., 1980, v. 93, No.4, p.429-433.
9. Avdeev L.V., Tarasov O.V., Vladimirov A.A. Phys.Lett., 1980, v. 96, No.1/2, p.94-96.
10. Гердт В.П., Тарасов О.В., Ширков Д.В. ОИЯИ, P2-11547, Дубна, 1978.
11. Гердт В.П., Тарасов О.В., Ширков Д.В. УФН, 1980, т. 130, №1, с.113-147.
12. Владимиров А.А., Ширков Д.В. УФН, 1979, т. 129, №3, с.407-441.
13. Kazakov D.I., Shirkov D.V. Fort. der Phys., 1980, v. 28, No.9, p.465-499.

Рукопись поступила в издательский отдел
3 февраля 1981 года.