сообщения
объединенного
института
ядерных
исследований
дубна

Р2-81-710

В.С.Барашенков, А.М.Задорожный,
Б.Ф.Костенко, С.Ю.Шмаков

РЕЛЯТИВИСТСКАЯ МОДЕЛЬ ДИФРАКЦИОННОГО РАССЕЯНИЯ

1981

Задача релятивистского обобщения теории многократного дифракционного рассеяния возникает при расчетах рассеяния быстрых частиц на многокварковых кластерах внутри ядер, при анализе рассеяния высокоэнергетических ядер, когда важны эффекты лоренцевского сжатия их объемов, при рассмотрении обмена многокварковыми системами /файрболами/ в процессе внутриядерного каскада и т.д.

В частном случае рассеяния трехкварковых систем-нуклонов эта задача рассматривалась С.П.Кулешовым с соавторами /1,2/ и в некоторых других работах /см. список литературы в /1,2//. Нашей целью является рассмотрение общего случая рассеяния релятивистских систем A и B с произвольным числом конституентов - нуклонов или кварков.

Мы будем исходить из глауберовского выражения для матричного элемента рассеяния в системе центра масс:

$$M(q) = \int \langle f|1 - \prod_{\alpha=1}^{A} \prod_{\beta=1}^{B} \{1 - \frac{1}{2\pi i} \int d^2 q' e^{iq'(x_\alpha - x'_\beta)} T_{\alpha\beta}(q')\}|i\rangle dV_A dV'_B, \qquad /1/$$

где $T_{\alpha\beta}(q)$- амплитуда взаимодействия двух сталкивающихся конституентов с координатами x_α и x'_β, которые будем теперь считать 4-мерными величинами. Соответственно $dV_A dV'_B = d^4(x_1 \ldots x_A x'_1 \ldots x'_B)$.

Волновую функцию начального состояния с учетом лоренцевского сжатия вдоль импульсов сталкивающихся систем p_A и p_B выберем в виде

$$\begin{aligned} |i\rangle &= \Phi_A(x_1, \ldots, x_A; p_A) \Phi_B(x'_1, \ldots, x'_B; p_B) = \\ &= (2\pi)^{-4} \cdot A^{A/2} B^{B/2} \exp(ip_A R_A + ip_B R_B) \times \qquad /2/ \\ &\times \phi_A(\xi_1, \ldots, \xi_{A-1}; p_A) \phi_B(\xi'_1, \ldots, \xi'_{B-1}; p_B), \end{aligned}$$

где

$$x_\alpha = R_\alpha + \sum_{\beta=1}^{A-\alpha} \left[\frac{A(A-\beta)}{A-\beta+1}\right]^{1/2} \xi_{A-\beta} - \left[\frac{A(\alpha-1)}{\alpha}\right]^{1/2} \xi_{\alpha-1}, \qquad /3/$$

ξ_α - 4-мерные гармонические переменные системы A; $R_A = \xi_A$ - координата центра масс этой системы. Выражение для x'_β отличается от /3/ лишь заменой $A \to B$ и $\xi \to \xi'$.

В качестве функций ϕ_A и ϕ_B используем решения волнового уравнения с релятивистским гармоническим потенциалом:

$$\phi_D(\{\xi\};\ p_D) = D^{D/4} \prod_{i=1}^{D-1} f_D(\xi_i\ , p_D)\ , \qquad /4/$$

$$f_D\ (\xi,\ p_D\ ) = (\pi d)^{-1} \exp\{[\xi^2 - 2(\xi u_D)^2\ ]/2d\}\ , \qquad /5/$$

$u_D = \dfrac{p_D}{M_D}$; M_D - масса системы /D=A или B/; d - нормировочная постоянная, характеризующая размер системы. Коэффициент $D^{D/4}$ обеспечивает нормировку

$$\int \langle i|i\rangle\, d^4(x_1 \ldots x_A x'_1 \ldots x'_B) = \int \langle f|f\rangle\, d^4(x_1 \ldots x_A x'_1 \ldots x'_B) = 1.$$

Волновую функцию конечного состояния $|f\rangle$ получим, заменив в формулах /2/-/5/ импульсы p_A и p_B на соответствующие импульсы рассеявшихся систем p'_A и p'_B.

Выбранные таким образом функции ϕ_A и ϕ_B можно рассматривать как релятивистское обобщение 3-мерных гауссовских распределений, часто используемых при вычислениях по методу Глаубера [3]. Тот факт, что волновая функция зависит от временной переменной и, следовательно, описываемая ею система формально является не только пространственно-, но и времяпротяженной, выражает лишь известное обстоятельство, что в любой системе координат, кроме системы центра масс, события в различных точках физической системы являются неодновременными.

Введя относительные переменные в плоскости, перпендикулярной направлению движения сталкивающихся систем:

$$(x_\alpha - x'_\beta) = \vec{b} + \vec{s}_\alpha + \vec{s}'_\beta\ , \qquad /6/$$

где $\vec{b} = (R_A - R_B)_\perp$ - параметр столкновения, и выполнив интегрирование по переменным R_A и R_B, представим матричный элемент /1/ в виде

$$M(q) = -i(2\pi)^3\, \delta(p_A + p_B - p'_A - p'_B)\, \delta(q_0)\, \delta(q_3) \cdot \mathfrak{M}(q)\ ,$$

$$\mathfrak{M}(q) = \frac{i}{2\pi}(\pi a)^{2(1-A)}(\pi b)^{2(1-B)} \int d^2\vec{b}\, e^{i\vec{q}\vec{b}} \times$$

$$\times \{1 - \prod_{\alpha=1}^{A}\prod_{\beta=1}^{B} [1 + \frac{i}{2\pi}\int d^2\rho\, T_{\alpha\beta}(\rho)\, e^{-i\vec{\rho}\vec{b} - i\vec{\rho}(\vec{s}_\alpha - \vec{s}'_\beta)}]\} \times \qquad /7/$$

$$\times \exp\{a^{-1}\sum_{i=1}^{A-1} \xi_i G_A \xi_i + b^{-1}\sum_{i=1}^{B-1} \xi'_i G_B \xi'_i\}\, d^4(\xi_1 \ldots \xi_{A-1}\xi'_1 \ldots \xi'_{B-1}).$$

Здесь матрица

$$(G_D)_{ij} = g_{ij} - u_{Di}u_{Dj} - u'_{Di}u'_{Dj}, \qquad /8/$$

g_{ij} - метрический тензор; $u_D = \frac{p_D}{M_D}$; $u'_D = \frac{p'_D}{M_D}$; $q = p'_A - p_A$, и мы учли, что q^0/p^0_A и $q^3/p^3_A \ll 1$. Якобиан преобразования переменных $x = \Lambda_D \xi$ $|\partial x/\partial \xi| = \det \Lambda_D = D^{-D/2}$, где $D \times D$ - мерная матрица Λ_D определяется соотношением /3/. Отметим важные для дальнейшего рассмотрения свойства этой матрицы: $\Lambda_D = \Lambda_D^{-1T} D^{-1}$, $\Lambda_D \Lambda_D^T = D^{-1}$. Нормировка в /7/ выбрана таким образом, что сечение упругого рассеяния $d\sigma_{el}/dt = \pi |\mathfrak{M}|^2$, $t = -q^2$.

Для вычисления оставшихся интегралов разложим $\mathfrak{M}(q)$ в ряд по кратности столкновений конституентов:

$$\mathfrak{M}(q) = \sum_{n=1}^{A \cdot B} \frac{1}{n!} \left(\frac{i}{2\pi}\right)^{n-1} (\pi a)^{2(1-A)} (\pi b)^{2(1-B)} \times$$

$$\times \sum_{\alpha_1=1}^{A} \sum_{\beta_1=1}^{B} \ldots \sum_{\substack{\alpha_n=1 \\ (\alpha_i\beta_i) \neq (\alpha_j\beta_j) \\ i \neq j}}^{A} \sum_{\beta_n=1}^{B} \int \delta(q - \sum_{j=1}^{n} \rho_{\alpha_j\beta_j}) \times \qquad /9/$$

$$\times I_{An}(q, \{\rho_{\alpha_j\beta_j}\}) I_{Bn}(q, \{\rho_{\alpha_j\beta_j}\}) \prod_{j=1}^{n} d^2\rho_{\alpha_j\beta_j} T_{\alpha_j\beta_j}(\rho),$$

где зависимость от переменных ξ_α и ξ'_β содержится в выражениях

$$I_{An}(q, \{\rho_{\alpha_j\beta_j}\}) = \int \exp\{-i \sum_{k,\ell=1}^{n} \vec{\rho}_{\alpha_k\beta_\ell} \vec{s}_{\alpha_k} + a^{-1} \sum_{\alpha=1}^{A-1} \xi_\alpha G_A \xi_\alpha\} d^4(\xi_1 \ldots \xi_{A-1}), \qquad /10а/$$

$$I_{Bn}(q, \{\rho_{\alpha_j\beta_j}\}) = \int \exp\{+i \sum_{k,\ell=1}^{n} \rho_{\alpha_k\beta_\ell} \vec{s}'_{\beta_\ell} + b^{-1} \sum_{\beta=1}^{B-1} \xi'_\beta G_B \xi'_\beta\} d^4(\xi'_1 \ldots \xi'_{B-1}). \qquad /10б/$$

Первые суммы в этих выражениях можно заменить скалярными произведениями $\vec{\lambda}_A \vec{s}$ и $\vec{\lambda}_B \vec{s}'$, если учесть, что индексы α_i и β_i относятся к конституентам различных систем, и ввести $2 \times n$-мерные векторы:

$$\vec{\lambda}_{A_k} = \sum_{\ell=1}^{n} \vec{\rho}_{\alpha_k\beta_\ell}, \quad \vec{\lambda}_{B_k} = \sum_{\ell=1}^{n} \vec{\rho}_{\alpha_\ell\beta_k}. \qquad /11/$$

Заметим далее, что в выражениях /10а/ и /10б/ векторы $\vec{s}$ и $\vec{s}'$ формально можно считать $4 \times n$-мерными, поскольку они умножаются на $2 \times n$-мерные векторы $\vec{\rho}_{\alpha\beta}$. При этом условии соотношение /6/ может быть записано как

$$\vec{s} - \vec{s}' = (x - \xi_A) - (x' - \xi'_B) = Z_A \xi - Z_B \xi', \qquad /12/$$

где ξ и ξ' - векторы с размерностью $4\times(A-1)$ и $4\times(B-1)$, а прямоугольные матрицы Z_A и Z_B получаются из квадратных матриц Λ_A и Λ_B путем вычеркивания последнего /соответственно A-го и B-го/ столбца.

С помощью /11/ и /12/ аргументы экспонент в интегралах /10а/ и /10б/ представим в матричном виде:

$$(+i\lambda_A Z_A \xi + a^{-1}\xi G_A \xi) \quad \text{и} \quad (-i\lambda_B Z_B \xi' + b^{-1}\xi' G_B \xi')$$

/мы используем метрику $ab = a^0 b^0 - \vec{a}\vec{b}$ /, после чего интегралы могут быть вычислены известным методом /см., например, [4]/*:

$$I_{Dn}(q, \{\rho_{\alpha_j}\beta_j\}) = (\pi d)^{2(D-1)}(\det G_D)^{(1-D)/2}\exp\{\frac{d}{4}\lambda_D Z_D G_D^{-1}\lambda_D Z_D\}, \qquad /14/$$

где матрица

$$(G_D^{-1})_{ij} = g_{ij} - (u_{Di}u'_{Dj} - u_{Dj}u'_{Di})/(u_D u'_D),$$

$$\det G_D = (u_D u'_D)^2.$$

В системе центра масс, где

$$q^2 = 2\vec{p}^{\,2}[1-\cos(\vec{p}_D\vec{p}'_D)],$$

$$u_D u'_D = p_D p'_D/M_D^2 = \vec{p}^{\,2}[1-\cos(\vec{p}_D\vec{p}'_D)]/M_D^2 + 1 = 1 + q^2/2M_D^2 = F_D^{-1}(t),\ t = -q^2.$$

Поскольку матрицы Z и G действуют в разных пространствах, то

$$\lambda Z G^{-1}\lambda Z = \lambda_i G^{-1} Z_{ik}\lambda_j Z_{jk}.$$

/Здесь и везде ниже по повторяющимся индексам производится суммирование/. Произведение

$$Z_{ik}Z_{jk} = (ZZ^T)_{ij} = D(\Lambda^{-1}\Lambda - D^{-1})_{ij} = D\delta_{ij} - 1_{ij}\ ;\ 1_{ij} = \begin{pmatrix} 1 & \dots & 1 \\ \vdots & & \vdots \\ 1 & \dots & 1 \end{pmatrix},$$

поэтому

$$\lambda Z G^{-1}\lambda Z = D\lambda G^{-1}\lambda - \sum_{i=1}^{n}\lambda_i G^{-1}\sum_{j=1}^{n}\lambda_j = D\lambda G^{-1}\lambda - qG^{-1}q,$$

$$qG^{-1}q = -q^2 - 2(\vec{q}\vec{u})(\vec{q}\vec{u}')/(uu') = tF(t).$$

---

* Нам необходимо лишь соотношение

$$\int \exp\{iX\xi + \xi G\xi\}d^4\xi = \pi^{2(N-1)}(\det G)^{(1-N)/2}\exp\{\frac{XG^{-1}X}{4}\}, \qquad /13/$$

где матрица X и симметричная матрица G не зависят от $4\times(N-1)$-мерного вектора ξ. Это соотношение доказывается методом, изложенным в [4].

С учетом всех этих соотношений матричный элемент /9/ может быть записан в виде

$$\mathfrak{M}(q) = F_A^{A-1}(t)\, F_B^{B-1}(t)\, \exp\left(-\frac{ta}{4} F\ (t) - \frac{tb}{4} F_B(t)\right) \times$$

$$\times \sum_{n=1}^{AB} \frac{1}{n!} \left(\frac{i}{2\pi}\right)^{n-1} \sum_{\substack{\alpha_1=1 \\ (\alpha_i\beta_i)\neq(\alpha_j\beta_j) \\ i\neq j}}^{A} \sum_{\beta_1=1}^{B} \ldots \sum_{\alpha_n=1}^{A} \sum_{\beta_n=1}^{B} \int \delta\left(\vec{q} - \sum_{j=1}^{n} \vec{\rho}_{\alpha_j\beta_j}\right) \times \qquad /15/$$

$$\times \exp\left\{-\sum_{j=1}^{n} \gamma_{\alpha_j\beta_j} \cdot \vec{\rho}^{\,2}_{\alpha_j\beta_j}\right\} \cdot \left\{\frac{Aa}{4} \lambda_A G_A^{-1} \lambda_A + \frac{Bb}{4} \lambda_B G_B^{-1} \lambda_B\right\} \prod_{j=1}^{n} d^2\rho_{\alpha_j\beta_j} T^{\circ}_{\alpha_j\beta_j},$$

где амплитуда взаимодействия пары конституентов выбрана так, как это обычно делается в теории Глаубера:

$$T(\rho) = T^{\circ} e^{-\gamma\rho^2}. \qquad /16/$$

Для вычисления оставшихся интегралов представим соотношения /11/ в виде произведения:

$$\lambda_{Di} = L_{Dik}\,\rho_k = (L_D\,\rho^T)_i\ ,$$

где элемент $n \times n$ -мерной матрицы $L_D(\{\alpha_i\beta_i\})_{k\ell}$ равен единице, если произошло столкновение конституентов с номерами k, ℓ, и равен нулю, если такое столкновение не имеет места. Матрица L имеет n отличных от нуля элементов. Каждому набору значений $(\alpha_1 \ldots \alpha_n)$ и $(\beta_1 \ldots \beta_n)$ соответствует группа матриц, отличающихся друг от друга всеми возможными перестановками этих элементов. В силу симметрии переменных $\rho_{\alpha\beta}$ матрицы, различающиеся перестановкой строк или столбцов, эквивалентны; их учет дает лишь общий множитель. Например, в случае взаимодействия трехкомпонентных систем имеются только две неэквивалентные матрицы L_A и L_B:

$$L_A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}; \qquad L_B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

При больших значениях n матрицы L удобнее определять с помощью ЭВМ. Тогда содержащаяся в экспоненте зависимость от $\rho_{\alpha\beta}$ может быть представлена в виде произведения $\rho\omega\rho^T$, где

$$\omega = \frac{Aa}{4} L_A^T L_A G_A^{-1} + \frac{Bb}{4} L_B^T L_B G_B^{-1} - \gamma,$$

а γ - диагональная матрица размерности $n \times n$, составленная из коэффициентов $\gamma_{\alpha\beta}$.

Учитывая далее δ-функцию в выражении /15/, можно записать

$$\rho\omega\rho^T = \rho\Omega\rho^T + q\eta\rho^T + \rho\eta^T q + q\omega_{nn} q,$$

где ρ в правой части $(n-1)$-мерный вектор:

$$\Omega_{ij} = \omega_{ij} - \omega_{in} - \omega_{nj} + \omega_{nn}\delta_{ij},$$

$$\eta_{ij} = \omega_{nj}\delta_{ni} - \omega_{nn}\delta_{ij}; \quad i,j = n-1.$$

После этого интегрирование в /15/ сводится к вычислению выражения

$$I = \int \exp\{\rho\Omega\rho^T + q\eta\rho^T + \rho\eta^T q\} d^2\rho,$$

что может быть вновь выполнено с помощью соотношения /13/:

$$I = \pi^{n-1}(\det\Omega)^{-1/2}\exp\{-q\eta\Omega^{-1}\eta q\}.$$

Заметим теперь, что в системе координат, где ось z направлена вдоль вектора относительной скорости сталкивающихся систем, а ось x выбрана вдоль вектора $\vec{q}$, матрица

$$G_D^{-1} = \begin{pmatrix} -F_D(t) & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

Соответственно

$$q\omega_{nn}q = \gamma_{nn}t + \frac{t}{4}\{AaF_a(t)L_{An} + BbF_B(t)L_{Bn}\},$$

где $L_{Dn} = \sum\limits_{i=1}^{n}(L_D)_{in}$.

Окончательно проинтегрированное выражение матричного элемента:

$$\mathfrak{M}(q) = F_A^{A-1}(t)F_B^{B-1}(t)\exp\{-\frac{ta}{4}F_A(t) - \frac{tb}{4}F_B(t)\} \times$$

$$\times \sum_{n=1}^{AB}\frac{1}{n!}\left(\frac{i}{2}\right)^{n-1} \sum_{\substack{\alpha_1=1 \\ (\alpha_i\beta_i)\neq(\alpha_j\beta_j) \\ i\neq j}}^{A}\sum_{\beta_1=1}^{B} \ldots \sum_{\alpha_n=1}^{A}\sum_{\beta_n=1}^{B}\prod_{j=1}^{n}T^\circ_{\alpha_j\beta_j}(\det\Omega)^{(1-n)/2} \times \tag{17}$$

$$\times\exp\{\gamma_{nn}t + \frac{t}{4}AaF_A(t)L_{An} + \frac{t}{4}BbF_B(t)L_{Bn} - q\eta\Omega^{-1}\eta q\}.$$

Если значение n не очень велико, то с помощью алгебраических преобразований это выражение можно привести к еще более простому виду. В частности, в импульсном приближении при $n=1$ матрицы $L_A = L_B = 1$,

$$\omega = \frac{Aa}{4}G_A^{-1} + \frac{Bb}{4}G_B^{-1} - \gamma,$$

а матрицы Ω и η вообще отсутствуют. Отсюда следует

$$\mathfrak{M}_1(q) = F_A^{A-1}(t)\, F_B^{B-1}(t) \times$$
$$\times \exp\{\frac{ta}{4}(A-1)\, F_A(t) + \frac{tb}{4}(B-1)\, F_B(t)\} \times \qquad /18/$$
$$\times \sum_{\alpha=1}^{A} \sum_{\beta=1}^{B} T^{\circ}_{\alpha\beta}\, e^{\gamma_{\alpha\beta} t} .$$

Если (A_1,A_2) и (B_1,B_2)- числа отличающихся по своим свойствам конституентов в системах /например, кварков и антикварков или протонов и нейтронов в атомных ядрах/, то

$$\sum_{\alpha=1}^{A} \sum_{\beta=1}^{B} T^{\circ}_{\alpha\beta}\, e^{\gamma_{\alpha\beta} t} = (A_1 B_1 + A_2 B_2)\, T^{\circ}_1\, e^{\gamma_1 t} + (A_1 B_2 + A_2 B_1) T^{\circ}_2\, e^{\gamma_2 t}, \qquad /19/$$

где $A_2 = A - A_1$, $B_2 = B - B_1$.

В приближении $n=2$, учитывающем теневые поправки, имеется по две неэквивалентные матрицы λ_A и λ_B:

$$\lambda_A^{(1)} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \lambda_B^{(1)} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}; \quad \lambda_A^{(2)} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \lambda_B^{(2)} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} .$$

Соответственно

$$\omega^{(1)} = \omega^{(2)} = \frac{3a}{4} G_A^{-1} + \frac{3b}{4} G_B^{-1} ,$$
$$\Omega^{(1)} = -2\gamma + \frac{3a}{4} G_A^{-1} + \frac{3b}{4} G_B^{-1}, \quad \Omega^{(2)} = -2\gamma + \frac{3a}{2} G_A^{-1} + \frac{3b}{2} G_B^{-1} .$$

Поскольку матрицы Ω диагональны, то их определители и обратные им матрицы Ω^{-1} легко вычисляются. Окончательно получаем

$$\mathfrak{M}_2(q) = \frac{i}{2} F_A^{A-1}(t) \cdot F_B^{B-1}(t) \exp\{\frac{t}{4}[(A-1)aF_A + (B-1)bF_B]\} \times$$
$$\times \Big(\frac{(A_1B_1 + A_2B_2)(A_1B_1 + A_2B_2 - 1)}{D\Omega(A,B,\gamma_1,\gamma_1)} \exp\{\frac{\gamma_1}{2} t - \frac{t}{8}(AaF_A + BbF_B)\} +$$
$$+ \frac{A_1B_1(B_1-1) + A_2B_2(B_2-1)}{D\Omega(0,B,\gamma_1,\gamma_1)} \exp\{\frac{\gamma_1}{2} t - \frac{t}{8} BbF_B\} +$$
$$+ \frac{B_1A_1(A_1-1) + B_2A_2(A_2-1)}{D\Omega(A,0,\gamma_1,\gamma_1)} \exp\{\frac{\gamma_1 t}{2} - \frac{t}{8} AaF\} +$$
$$+ 2\, \frac{A_1B_1B_2 + A_2B_2B_1}{D\Omega(0,B,\gamma_1\gamma_2)} \exp\{\gamma_2 t - \frac{t(BbF_B + 4\gamma_2)^2}{8(BbF_B + 2(\gamma_1 + \gamma_2))}\} +$$

$$+2\frac{B_1A_1A_2+B_2A_2A_1}{D\Omega(A,0,\gamma_1,\gamma_2)}\exp\{\gamma_2 t-\frac{t(AaF_A+4\gamma_2)^2}{8(AaF_A+2(\gamma_1+\gamma_2))}\}+$$

$$+\frac{(A_1B_2+A_2B_1)(A_1B_2+A_2B_1-1)}{D\Omega(A,B,\gamma_2,\gamma_2)}\exp\{\frac{\gamma_2}{2}t-\frac{t}{8}(AaF_A+BbF_B)\}+$$

$$+\frac{A_1B_2(B_2-1)+A_2B_1(B_1-1)}{D\Omega(0,B,\gamma_2,\gamma_2)}\exp\{\frac{\gamma_2}{2}t-\frac{t}{8}BbF_B\}+ \qquad /20/$$

$$+\frac{B_1A_2(A_2-1)+B_2A_1(A_1-1)}{D\Omega(A,0,\gamma_2,\gamma_2)}\exp\{\frac{\gamma_2}{2}t-\frac{t}{8}AaF_A\}),$$

где

$$D\Omega(A,B,\gamma_1,\gamma_2)=\sqrt{(AaF_A+BbF_B+2(\gamma_1+\gamma_2))(Aa+Bb+2(\gamma_1+\gamma_2))}.$$

Аналогичным путем нетрудно преобразовать несколько следующих членов разложения /17/. Если положить $A=B$ и не учитывать зависимости взаимодействий от типа конституентов, то эти члены совпадут с матричными элементами $\mathfrak{M}_n$, полученными в работах /1,2/ методом аналитических вычислений на ЭВМ *.

Для больших значений n величину $\mathfrak{M}(q)$ удобнее вычислять на ЭВМ непосредственно по формуле /17/. При практическом использовании /17/ необходимо знать величину параметров a и b. Используя выражение для релятивистского формфактора:

$$\Phi_D(q^2)=\int e^{iq(x-R_D)}\phi_D(\{\xi\};p'_D)\,\phi_D(\{\xi\};p_D)\,d^4(\xi_1\ldots\xi_{D-1}),$$

эти параметры можно связать с массами и квадратичными радиусами сталкивающихся систем. Для этого учтем, что разложение $\Phi_D(q^2)$ в ряд по степеням q^2 можно записать в виде

$$\Phi_D(q^2)=(\pi d)^{2D-1}\int\exp[iqZ_D\xi+\xi G_Q\xi/d]\,d^4\xi=$$

$$=(\det G_D)^{(1-D)/2}\exp[qZ_DG_D^{-1}qZ_D/4]=$$

* Из-за различия нормировок наши постоянные a и b отличаются коэффициентом 4 от соответствующих постоянных в работах /1,2/.

$$= \{F_D(t) \exp[\frac{d \cdot t \cdot F_D(t)}{4}]\}^{D-1} =$$

$$= 1 + \frac{D-1}{2}(\frac{1}{M_D^2} + \frac{d}{2})t + O(t^2) \, . \qquad /21/$$

Здесь мы вновь использовали соотношение /13/.

С другой стороны,

$$\Phi_D(q^2) = \int \phi_D(\{\xi\}; p'_D)\phi_D(\{\xi\}; p_D)\, d^4\xi -$$

$$- \frac{1}{2}\int (qx)^2 \phi_D(\{\xi\}; p'_D)\phi_D(\{\xi\}; p_D) d^4\xi + O(q^4) = \qquad /22/$$

$$= 1 + \frac{D-1}{2}[\frac{1}{M_D^2} + \frac{1}{3(D-1)}\langle r_D^2 \rangle]t + O(t^2).$$

Из сравнения разложений /21/ и /22/ с выражением

$$\Phi_D(q^2) = 1 + \frac{t}{6}\langle r_D^2 \rangle_{экс} + O(t^2),$$

с помощью которого из экспериментальных данных определяется квадратичный радиус системы D, получим

$$d = \frac{2}{3(D-1)}\langle r_D^2 \rangle = \frac{2}{3(D-1)}\langle r_D^2 \rangle_{экс} - \frac{2}{M_D^2}. \qquad /23/$$

Для трехкварковой системы-нуклона $\langle r^2 \rangle^{1/2}_{экс} = 8{,}05 \cdot 10^{-14}$ см /5/, откуда следует

$$\langle r_D^2 \rangle^{1/2} = 6{,}2 \cdot 10^{-14} \text{ см}; \quad d^{1/2} = 3{,}64 \cdot 10^{-14} \text{ см}. \qquad /24/$$

Для многокварковых систем константа d – подгоночный параметр, определяемый из сравнения расчетных и экспериментальных данных или с помощью модельных представлений о величине радиуса системы $\Delta\langle r_D^2 \rangle$.

Для двухкварковой системы-пиона формула /23/ оказывается неприменимой /$d < 0$ при $M_D = m_\pi$ /. Для описания экспериментального формфактора приходится формально использовать эффективную массу $M_D = 0{,}77$ ГэВ. Можно думать, что это связано с существенной ролью не учитываемых нами спиновых взаимодействий кварков /6/.

Заметим, что соотношение /23/ можно записать также в виде

$$\langle r_D^2 \rangle_{экс} = \frac{3(D-1)}{M_D^2} + \langle r_D^2 \rangle. \qquad /25/$$

Этим устанавливается важная для интерпретации экспериментов связь между радиусами $\langle r_D^2 \rangle_{экс}$ и $\langle r_D^2 \rangle$. Первый член в /25/ обусловлен перекрытием релятивистски сжатых волновых функций.

Что касается амплитуды взаимодействия конституентов /16/, то в случае пион-нуклонного и нуклон-нуклонного взаимодействий применимы экспериментальные значения T° и γ, для кварковой амплитуды можно использовать, например, значения, определенные из анализа нуклон-нуклонного рассеяния.

ЛИТЕРАТУРА

1. Goloskokov S.V. et al. JINR, E2-12565, Dubna, 1979.
2. Kuleshov S.P. et al. JINR, E2-81-50, Dubna, 1981.
3. Fujimura K. et al. Progr.Theor.Phys., 1970, 43, p.73.
4. Васильев А.Н. Функциональные методы в квантовой теории поля и статистике. Изд-во ЛГУ, Л., 1976.
5. Hand L.N. et al. Rev.Mod.Phys., 1963, 35, p.335.
6. Говорков А.Б., Дренска С.Б. ЯФ, 1977, т.26, с.851.

Рукопись поступила в издательский отдел
12 ноября 1981 года.