сообщения
объединенного
института
ядерных
исследований
дубна

Р2-81-665

Д.Ц.Стоянов, Г.М.Сотков

КОНФОРМНО-ИНВАРИАНТНОЕ КАЛИБРОВОЧНОЕ УСЛОВИЕ В КВАНТОВОЙ ЭЛЕКТРОДИНАМИКЕ

1981

Исследования в области конформно-инвариантной квантовой теории поля /КИКТП/ показали, что конформная группа может служить инструментом для точного решения ряда конформно-симметричных моделей. Например, как было показано в работе [1], существует альтернативный способ точного решения квантовой модели Тирринга на основе методов КИКТП. В четырехмерном пространстве Минковского с точки зрения конформной инвариантности наибольший интерес представляет электродинамика безмассовых частиц. К сожалению, существующие способы квантования электромагнитного поля с обязательной фиксацией калибровки не приводят к конформно-симметричным теориям даже в свободном случае. Между тем отсутствие заряженных частиц с нулевой массой /см. по этому вопросу работу [2]/ получило бы свое естественное объяснение именно с точки зрения точной конформной симметрии. Так, например, в работе [3] показано, что полная двухточечная спинорная функция Вайтмана для электромагнитно взаимодействующего фермиона с нулевой массой в случае наличия конформной симметрии не имеет полюса. Очевидно, что для физической достоверности этого результата необходимо научиться квантовать конформно-инвариантным образом и уравнение Максвелла. Как известно, методами КИКТП, основанными на линейных представлениях конформной группы, можно получить лишь тривиальную двухточечную функцию Вайтмана. Для преодоления этой трудности еще Бекер и Джонсон предложили рассматривать конформную инвариантность, ослабленную определенными локальными градиентными преобразованиями. Эта идея, хотя и осталась неопубликованной, разрабатывалась многими авторами /см. обзор [4] и новую работу [5]/. Для выхода из тривиальной ситуации также привлекались нелинейные представления конформной группы, как это делалось в работе [3].

В настоящей работе мы покажем, что существует такое квантование уравнения Максвелла, при котором его конформная симметрия сохраняется в пространстве физических состояний. Это достигается путем выбора конформно-инвариантного условия для фиксации калибровки. Состояния квантовой электродинамики /в достаточно произвольной калибровке/ оказываются погруженными в пространство действия некоторого квантового векторного поля, более широкое, чем соответствующее пространство в калибровке Гупта-Блейлера. Это относится также к соответствующим физическим подпространствам. Здесь можно увидеть недостаточность условия Лоренца для определения физических состояний, на которую обращали внимание в работах [6,7].

В конце работы указывается на некоторые несоответствия в формулировке квантовой электродинамики в калибровке Гупта-Блейлера, которые обнаруживаются при введении нашего более широкого пространства.

1. КОНФОРМНО-ИНВАРИАНТНАЯ КАЛИБРОВКА ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОЛЯ

Начнем с рассмотрения конформных преобразований пары полей $(D(x), j_\mu(x))$, составленной из скалярного поля $D(x)$ и векторного поля $j_\mu(x)$ с размерностями четыре и три соответственно. Специальные конформные преобразования для этой пары имеют вид

$$D'(x) = \frac{1}{[\rho(a,x)]^4} D(x') - 4H \frac{a^2(x^\nu + a^\nu x^2) - a^\nu \rho(a,x)}{[\rho(a,x)]^4} j_\nu(x), \qquad /1.1/$$

$$j'_\mu(x) = \frac{1}{[\rho(a,x)]^2} \frac{\partial x'^\nu}{\partial x^\mu} j_\nu(x'), \qquad /1.2/$$

где греческие индексы пробегают значения от нуля до трех /метрика имеет вид + ---/; H - фиксированная постоянная, а

$$x'_\mu = \frac{x_\mu + a_\mu}{\rho(a,x)}; \quad \rho(a,x) = 1 + 2(ax) + a^2 x^2,$$

a_μ - параметры специальных конформных преобразований.

Подобная реализация конформной группы рассматривалась в работе [8] в связи с инвариантностью системы уравнений, приводящей к уравнению Максвелла. Мы здесь попытаемся взглянуть на эти преобразования с иной точки зрения. Прежде всего укажем на две конкретные реализации пары $(D(x), j_\mu(x))$, имеющие конформные преобразования типа /1.1/ и /1.2/.

Первая реализация возникает, если поле $j_\mu(x)$ идентифицировать с плотностью электромагнитного тока, для которого выполнено уравнение непрерывности:

$$\partial^\mu j_\mu(x) = 0. \qquad /1.3/$$

Как известно, последнее свойство не нарушается в результате преобразования тока /1.2/. Чтобы построить второе поле $D(x)$, нам понадобится скалярное поле $S(x)$ с нулевой размерностью, которое рассматривалось в работе [3]. При специальных конформных преобразованиях это поле меняется следующим образом:

$$S'(x) = S(x') - eq \ln|\rho(a,x)|. \qquad /1.4/$$

Здесь поле $S(x)$ - классическое. Теперь нетрудно показать с помощью прямого подсчета, что величины $D(x)$ и $-\ell\partial_\mu S(x)\, j^\mu(x)$ преобразуются одинаково, если постоянные ℓ и H связаны соотношением

$$H = \frac{eq\ell}{2}. \qquad /1.5/$$

Вторую реализацию можно получить исходя из векторного поля $A_\mu(x)$ с размерностью, равной единице /в работе масштабные размерности даются в единицах обратной длины/. В качестве такого поля будем рассматривать электромагнитное поле. В результате специальных конформных преобразований $A_\mu(x)$ изменяется следующим образом:

$$A'_\mu(x) = \frac{\partial x'^\nu}{\partial x^\mu} A_\nu(x') + \mathrm{const}\, q\partial_\mu \ln|\rho(a,x)|. \qquad /1.6/$$

После несложных, но громоздких выкладок можно убедиться, что величины $H\Box\partial^\mu A_\mu(x)$ и $\partial^\mu F_{\mu\nu}$, где $F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$, а $\Box$ - оператор Даламбера, преобразуются относительно специальных конформных преобразований так же, как $D(x)$ и $j_\nu(x)$ соответственно. Поэтому система равенств

$$\Box\partial^\mu A_\mu(x) = \frac{1}{H} D(x),$$

$$\partial^\mu F_{\mu\nu}(x) = j_\nu(x) \qquad /1.7/$$

является конформно-инвариантной. Если в правую часть последних подставить первую реализацию пары $(D(x), j_\mu(x))$, можно получить систему уравнений:

$$\Box\partial^\mu A_\mu(x) = -\frac{2}{eq} j^\mu(x)\,\partial_\mu S(x), \qquad /1.8/$$

$$\partial^\mu F_{\mu\nu}(x) = j_\nu(x). \qquad /1.9/$$

Из всего сказанного выше следует, что эта система инвариантна относительно преобразований конформной группы /1.2/, /1.4/, /1.6/. Равенство /1.9/, очевидно, совпадает с уравнением Максвелла. Равенство же /1.8/ следует рассматривать как своеобразное калибровочное условие.

Отметим два свойства полученной системы /1.8/ и /1.9/:

1. Градиентные преобразования поля $A_\mu(x)$:

$$A_\mu(x) \to A_\mu(x) + \partial_\mu\phi(x), \qquad /1.10/$$

оставляют систему неизменной, если $\phi(x)$ - произвольное решение уравнения

$$\Box^2 \phi(x) = 0. \qquad /1.11/$$

Это свойство наряду с конформной инвариантностью уравнений /1.8/ и /1.9/ показывает, что конформные преобразования полей $A_\mu(x)$ в принципе могут менять калибровку, однако оставляя ее в рамках калибровочного произвола, определяемого равенством /1.11/. Следовательно, для формулировки конформно-инвариантного калибровочного условия необходимо, чтобы оно обеспечивало произвол типа /1.11/. Легко убедиться в справедливости этого утверждения, заметив, что любое ограничение упомянутого произвола приводит к нарушению конформной симметрии.

2. Из /1.8/ и требования, чтобы оно было конформно-инвариантным, вытекает уравнение /1.9/. Действительно, пусть задано уравнение /1.8/ с определенными $j_\mu(x)$ и $S(x)$ и пусть $A_\mu(x)$ - его решение. Теперь возьмем то же самое уравнение, но в правой части подставим $j'_\mu(x)$ и $S'(x)$ согласно равенствам /1.2/ и /1.4/ соответственно. Потребуем, чтобы это новое уравнение имело решение $A'_\mu(x)$ из равенства /1.6/, то есть потребуем, чтобы равенство

$$\Box \partial^\mu A'_\mu(x) = -\frac{2}{eq} j'_\mu(x)\, \partial^\mu S'(x) \qquad /1.12/$$

было тождественно выполнено. Подставляя $A'_\mu(x)$, $j'_\mu(x)$и $S'(x)$ и переходя к бесконечно малым преобразованиям, получаем

$$[(x^2\delta_\mu^\nu - 2x_\mu x^\nu)\partial_\nu - 8x_\mu]\Box\, \partial^\rho A_\rho(x) + 4\partial^\rho F_{\rho\nu}(x) =$$

$$= -\frac{2}{eq}[(x^2\delta_\mu^\nu - 2x_\mu x^\nu)\partial_\nu - 8x_\mu] j^\rho(x)\, \partial_\rho S(x) + 4j_\mu(x) .$$

Отсюда, учитывая /1.8/, приходим к выводу, что должно выполняться равенство /1.9/. Таким образом, уравнение Максвелла является дополнительным условием для конформно-симметричных решений уравнения /1.8/.

2. КВАНТОВАЯ ФОРМУЛИРОВКА

С учетом результатов предыдущего параграфа можно сформулировать конформно-инвариантную процедуру квантования уравнения Максвелла:

$$\partial^\mu F_{\mu\nu}(x) \equiv \Box A_\nu(x) - \partial_\nu \partial^\mu A_\mu(x) = j_\nu(x) . \qquad /2.1/$$

В основу этой процедуры положим уравнение /1.8/, которое запишем в виде

$$\Box\partial^{\mu}A_{\mu}(x) = -2j_{\mu}^{0}(x)\,\partial^{\mu}S(x)\,. \qquad /2.2/$$

Последнее получается из /1.8/ путем подходящей перенормировки тока $j_{\mu}(x) = eqj_{\mu}^{0}(x)$. Это уравнение лучше уравнения Максвелла в том смысле, что дифференциальный оператор в левой его части не вырожден.

Допустим, что нам удалось проквантовать уравнения /2.2/ в представлении Гейзенберга при условии, что поле $S(x)$ удовлетворяет уравнению

$$\Box^{2}S(x) = 0. \qquad /2.3/$$

Квантованию этого поля посвящен ряд работ[9-11]. Здесь мы приведем лишь коммутатор

$$[S^{+}(x)\,,\,S^{-}(y)] = -i\lambda E^{+}(x-y)\,, \qquad /2.4/$$

где $S^{+}(x)$ и $S^{-}(x)$ - операторы рождения и уничтожения поля $S(x)$ соответственно, а

$$E^{\pm}(x) = \frac{\pm i}{(4\pi)^{2}}\ln(-\mu^{2}x^{2} \mp i0x_{0})\,, \qquad /2.5/$$

λ - нормировочная постоянная. Полная коммутационная функция имеет вид

$$E(x) = E^{+}(x) + E^{-}(x) = (8\pi)^{-1}\,\epsilon(x_{0})\,\theta(x^{2})\,, \qquad /2.6/$$

и тогда из /2.4/ и /2.6/ легко получить для $S(x)$ коммутационное соотношение

$$[S(x)\,,\,S(y)] = -i\lambda E(x-y)\,. \qquad /2.7/$$

Поле $S(x)$ имеет необходимые свойства преобразования относительно конформной группы, в частности, оно преобразуется согласно равенству /1.4/.

Таким образом, квантование уравнения /2.2/ сводится к согласованному определению операторов $j_{\mu}^{0}(x)$ и $A_{\mu}(x)$. Если $j_{\mu}^{0}(x)$ не является током внешних источников, то обычно $j_{\mu}^{0}(x)$ выражается, как известно, через поля материй . Очевидно, это является стандартной задачей квантования взаимодействующих полей. Несколько необычно только то, что исходное уравнение /2.2/ - третьего порядка.

Если нам удалось проквантовать уравнение /2.2/, то это значит, что наряду с операторами $A_{\mu}(x)$, $j_{\mu}^{0}(x)$ и $S(x)$ мы определили и пространство $\mathcal{H}$ действия этих операторов. Обозначим через $|\Phi\rangle$ произвольный вектор из $\mathcal{H}$ и запишем уравнение /2.2/ в матричной форме:

$$\Box\partial^{\mu}\langle\Phi_1|A_\mu(x)|\Phi_2\rangle = -2 \underset{\Phi\in\mathcal{H}}{S} \langle\Phi_1|j^0_\mu(x)|\Phi\rangle\langle\Phi|\partial^\mu S(x)|\Phi_2\rangle . \qquad /2.8/$$

Символ $\underset{\Phi\in\mathcal{H}}{S}$ означает суммирование по всем базисным векторам пространства $\mathcal{H}$.

Теперь потребуем, чтобы уравнение /2.8/ было конформно-инвариантным. Соответствующие преобразования матричных элементов в инфинитезимальной форме имеют следующий вид:

$$\delta\langle\Phi_1|A_\mu(x)|\Phi_2\rangle = i\delta a^\rho[(2x_\rho x^\sigma - x^2\delta^\sigma_\rho)\delta^\nu_\mu\partial_\sigma + 2g_{\rho\mu}x^\nu + 2x_\rho\delta^\nu_\mu - 2x_\mu\delta^\nu_\rho]\langle\Phi_1|A_\nu(x)|\Phi_2\rangle, \qquad /2.9/$$

$$\delta\langle\Phi_1|j_\mu(x)|\Phi_2\rangle = i\delta a^\rho[(2x_\rho x^\sigma - x^2\delta^\sigma_\rho)\delta^\nu_\mu\partial_\sigma + 2g_{\rho\mu}x^\nu + 6x_\rho\delta^\nu_\mu - 2x_\mu\delta^\nu_\rho]\langle\Phi_1|j^0_\nu(x)|\Phi_2\rangle , \qquad /2.10/$$

$$\delta\langle\Phi|\partial_\mu S(x)|\Phi_2\rangle = i\delta a^\rho[(2x_\rho x^\sigma - x^2\delta^\sigma_\rho)\delta^\nu_\mu\partial_\sigma + 2g_{\rho\mu}x^\nu + 2x_\rho\delta^\nu_\mu - 2x_\mu\delta^\nu_\rho]\langle\Phi|\partial_\nu S(x)|\Phi_2\rangle + 2\delta a_\mu\langle\Phi|eq|\Phi_2\rangle . \qquad /2.11/$$

/Об операторной природе величины q см. работу [3]/. Подставляя преобразованные матричные элементы в уравнение /2.8/, как и в предыдущем параграфе, получим

$$[(x^2\delta^\nu_\mu - 2x_\mu x^\nu)\partial_\nu - 8x_\mu]\Box\partial^\rho\langle\Phi_1|A_\rho(x)|\Phi_2\rangle + 4\partial^\rho\langle\Phi_1|F_{\rho\mu}(x)|\Phi_2\rangle =$$

$$= -2[(x^2\delta^\nu_\mu - 2x_\mu x^\nu)\partial_\nu - 8x_\mu]\underset{\Phi\in\mathcal{H}}{S}\langle\Phi_1|j^0_\rho(x)|\Phi\rangle\langle\Phi|\partial^\rho S(x)|\Phi_2\rangle +$$

$$+ 4\underset{\Phi\in\mathcal{H}}{S}\langle\Phi_1|j^0_\mu(x)|\Phi\rangle\langle\Phi|eq|\Phi_2\rangle .$$

Отсюда с учетом /2.8/ находим, что $\langle\Phi_1|A_\mu(x)|\Phi_2\rangle$ должны удовлетворять уравнению Максвелла, то есть

$$\partial^\rho\langle\Phi_1|F_{\rho\mu}(x)|\Phi_2\rangle = \langle\Phi_1|eqj^0_\mu(x)|\Phi_2\rangle . \qquad /2.12/$$

Заметим, что нельзя требовать конформной инвариантности уравнения /2.8/ для всех матричных элементов оператора $A_\mu(x)$, так как при этом все пространство $\mathcal{H}$ окажется конформно-инвариантным и это приведет, как известно, к тривиальной теории. Наоборот, построив нетривиальную теорию в пространстве $\mathcal{H}$, можно попытаться найти такое подпространство состояний $\mathcal{H}'$, любая пара $|\Phi_1>$ и $|\Phi_2>$ которого делает уравнение /2.8/ конформно-инвариантным. Тогда для этой пары будет выполняться и уравнение Максвелла в слабой форме /2.12/. Очевидно, что в пространстве $\mathcal{H}'$ будет существовать представление конформной группы и в этом смысле оно будет конформно-инвариантным, здесь мы не будем обсуждать вопроса об унитарности этого представления.

Таким образом, на основе уравнения /2.2/ можно построить конформно-инвариантную картину квантования электромагнитного поля. Множество решений уравнения /2.2/ гораздо шире множеств решений всех до сих пор употреблявшихся уравнений в квантовой электродинамике. Поэтому квантовая система, которая возникает в рассматриваемом случае, очень широка. В нее погружается вся квантовая электродинамика без необходимости в жесткой фиксации калибровки.

3. СВОБОДНОЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЕ ПОЛЕ

Проиллюстрируем "конформное квантование", сформулированное в предыдущем параграфе на примере свободного электромагнитного поля. В этом случае уравнение /2.2/ может быть записано в виде

$$\Box\partial^{\mu}A_{\mu}(x) = 0, \qquad /3.1/$$

то есть положили $j_{\mu}(x) = 0$.

Чтобы проквантовать поле $A_{\mu}(x)$, можно попытаться найти общий вид коммутационной функции, удовлетворяющей уравнению /3.1/ со стандартными начальными условиями. Однако мы найдем такую функцию другим образом. Вспомним утверждение, приведенное в первом параграфе, о том, что для конформной симметрии необходимо обеспечить градиентный произвол типа /1.11/. Поэтому мы возьмем поле $A_{\mu}(x)$, например, в калибровке Фейнмана и произведем градиентное преобразование этого поля с помощью $S(x)$. После этого коммутатор примет вид

$$[A_{\mu}(x), A_{\nu}(y)] = -ig_{\mu\nu}D(x-y) + i\kappa\partial_{\mu}\partial_{\nu}E(x-y). \qquad /3.2/$$

Кроме того, окажется, что поля $A_{\mu}(x)$ и $S(x)$ между собой не коммутируют, и получим следующее соотношение:

$$[A_{\mu}(x), S(y)] = i\tau\partial_{\mu}E(x-y). \qquad /3.3/$$

В последних двух равенствах κ и τ - постоянные, а $D(x)$ - коммутационная функция обычного скалярного поля с нулевой массой:

$$D(x) = (2\pi)^{-1}\epsilon(x_0)\delta(x^2).$$

Между $D(x)$ и $E(x)$ /а также между соответствующими частотными частями этих функций/ существуют связи:

$$\square E(x) = D(x)\,,$$
$$\partial_\mu E(x) = \frac{1}{2} x_\mu D(x)\,. \qquad /3.4/$$

Для частотных частей $A^{\pm}_{\mu}(x)$ и $S^{\pm}(x)$ соотношения /3.2/ и /3.3/ выглядят следующим образом:

$$[A^{-}_{\mu}(x), A^{+}_{\mu}(y)] = -g_{\mu\nu} D^{-}(x-y) + i\kappa\partial_\mu \partial_\nu E^{-}(x-y)\,, \qquad /3.5/$$

$$[A^{-}_{\mu}(x), S^{+}(y)] = i r \partial_\mu E^{-}(x-y)\,, \qquad /3.6/$$

все остальные коммутаторы равны нулю. Последние соотношения можно реализовать, построив пространство Фока. Мы здесь рассмотрим лишь одночастичные состояния. Обозначим через $|0\rangle$ вакуумное состояние, уничтожаемое операторами $A^{-}_{\mu}(x)$ и $S^{-}(x)$. Тогда общий вид одночастичных состояний следующий:

$$|\Phi_1\rangle = \int \phi^{\mu}(x) A^{+}_{\mu}(x)|0\rangle d^4x + \int \chi(x) S^{+}(x)|0\rangle d^4x\,, \qquad /3.7/$$

где $\phi^{\mu}(x)$ и $\chi(x)$ - произвольные функции из пространства основных функций $S(R_4)$. Рассмотрим единственные отличные от нуля одночастичные матричные элементы электромагнитного поля:

$$B_\mu(x;\Phi_1) \equiv \langle 0|A^{-}_{\mu}(x)|\Phi_1\rangle =$$
$$= -i\int \phi_\mu(y)\, D^{-}(x-y)\, d^4y + i\kappa \int \phi^{\nu}(y)\, \partial_\mu \partial_\nu E^{-}(x-y)\, d^4y \; +$$
$$+ i r \int \chi(y)\, \partial_\mu E^{-}(x-y)\, d^4y\,. \qquad /3.8/$$

Из явного вида $B_\mu(x;\Phi_1)$ непосредственно видно, что эта величина удовлетворяет уравнению /3.1/. Определим "физические состояния" из требования, чтобы выполнялось тождественно равенство

$$\square \partial^{\mu} \frac{\partial x'^{\rho}}{\partial x^{\mu}} B_\rho(x', \Phi_1) = 0\,, \qquad /3.9/$$

где x' - конформно-преобразованные координаты. Подставляя /3.8/ в /3.9/, получим, что функция $\phi_\mu(x)$ должна удовлетворять уравнению

$$\partial^{\mu} \phi_\mu(x) = \square R(x)\,, \qquad /3.10/$$

где $R(x) \in S(R_4)$ $\qquad /3.11/$

- произвольная функция. Произвольной остается и функция $\chi(x)$. Следовательно, условие /3.10/ является условием "физичности" состояний /3.7/. Действительно, используя равенство /3.10/ и свойства коммутационных функций, легко можно доказать,что для физических состояний выполняется тождество

$$\langle 0 | \partial^{\mu} F_{\mu\nu}(x) | \Phi_1 \rangle = 0 , \qquad /3.12/$$

где $F_{\mu\nu}(x)$ - максвелловский тензор напряжения для поля $A_{\mu}(x)$.

Теперь можно проверить и наше следующее утверждение о том, что пространство $\mathcal{H}'$ физических состояний конформно-инвариантно. Для этого покажем, что в пространстве $\mathcal{H}'$ можно определить представление конформной группы. Мы найдем лишь вид инфинитезимальных специальных преобразований, поскольку они в данном случае самые интересные. Обозначим преобразованное состояние через

$$|\Phi_1'\rangle = \int \phi'^{\mu}(x) A_{\mu}^{+}(x) |0\rangle d^4x + \int \chi'(x) S^{+}(x) |0\rangle d^4x . \qquad /3.13/$$

Тогда $\phi'^{\mu}(x)$ и $\chi'(x)$ определим исходя из тождества

$$\langle 0 | A_{\mu}'(x) | \Phi_1 \rangle = \langle 0 | A_{\mu}^{-}(x) | \Phi_1' \rangle , \qquad /3.14/$$

где $A_{\mu}'(x)$ - преобразованный оператор электромагнитного поля. Его вид дается с помощью равенства /1.6/ об этом преобразовании /см. также работу [10]/.

Подставляя /1.6/, /3.7/ и /3.13/ в /3.14/ ,с учетом коммутаторов /3.2/ и /3.3/ после несложных, но громоздких вычислений можно получить следующие равенства, выражающие инфинитезимальные вариации функций $\chi(y)$, $\phi^{\mu}(y)$ и $R(y)$ под действием специальных конформных преобразований с параметрами a_{μ}:

$$\delta(r\chi(y)) = [y^2(a\partial) - 2(ay)(y\partial)] r\chi(y) - 8(ay) r\chi(y) + \qquad /3.15/$$

$$+ 4\kappa(a\partial) R(y) - 4(a\phi(y)),$$

$$\delta\phi_{\mu}(y) = [y^2(a\partial) - 2(ay)(y\partial)] \phi_{\mu}(y) - 6(ay)\phi_{\mu}(y) +$$

$$+ 2y_{\mu}(a\phi(y)) - 2a_{\mu}(y\phi(y)) - 4a_{\mu}R(y) , \qquad /3.16/$$

$$\delta R(y) = [y^2(a\partial) - 2(ay)(y\partial)] R(y) - 4(ay) R(y) , \qquad /3.17/$$

где $(a\partial)$, (ay), $(a\phi(y))$ и $(y\phi(y))$ являются четырехмерными скалярными произведениями, например $(a\partial) = a^{\rho}\partial_{\rho}$ и т.д.

Для завершения проверки инвариантности $\mathcal{H}'$ следует показать, что

$$\delta\partial^{\mu}\phi_{\mu}(y) - \delta\Box R(y) = 0 . \qquad /3.18/$$

Справедливость этого равенства легко проверяется путем непосредственного вычисления.

Из равенства /3.15/ видно, что вариация поля $\tau\chi(y)$ не исчезает, если $\tau=\kappa=0$ /то есть в калибровке Фейнмана/. В этом случае имеем

$$\delta(\tau\chi(y)) = -4(\alpha\phi(y)),$$

что по существу означает возникновение поля $S(x)$ /которого нет в калибровке Фейнмана/.

В квантовой электродинамике с наличием взаимодействия часто используют уравнение для электромагнитного поля типа

$$\Box A_\mu - c\partial_\mu\partial^\nu A_\nu = j_\nu, \qquad /3.19/$$

где $c = \text{const} \neq 1$ и $\partial^\mu j_\mu(x) = 0$. /3.20/

Легко убедиться, что все решения /3.19/, даже для различных c и $j_\mu(x)$, являются также решениями уравнения /3.1/. Легко сообразить, что если при квантовании уравнения /3.19/ сохраняется условие /3.20/, то рассмотренное выше физическое пространство не может иметь ненулевого пересечения с пространством состояний, удовлетворяющих условию Гупта-Блейлера:

$$<\Phi^1_G|\,\partial^\mu A_\mu(x)|\Phi^2_G> = 0.$$

Действительно, из-за уравнения /3.1/ в нашем пространстве удовлетворяется лишь свободное уравнение Максвелла, в то время как в пространстве Гупта-Блейлера имеем

$$<\Phi^1_G|[\,\Box A_\mu(x) - j_\mu(x)]|\Phi^2_G> = 0.$$

Но в наше физическое пространство входит пространство Гупта-Блейлера для свободного электромагнитного поля. Следовательно, получаем доказательство следующего утверждения: физические пространства Гупта-Блейлера с взаимодействием и без него не могут иметь общих элементов /кроме нуля/.

С другой стороны, в формулировке /1.8/ и /1.9/ не только несправедливо подобное утверждение, но и пространство физических состояний окажется конформно-инвариантным. Заметим, наконец, что уравнение /1.8/ также может возникнуть как следствие уравнения типа /3.19/, однако с несколько видоизмененной правой частью, а именно:

$$\Box A_\mu(x) - c\partial_\mu\partial^\nu A_\nu(x) = S(x)\,j_\mu(x), \qquad /3.21/$$

где также выполняется условие /3.20/. Беря дивергенцию с обеих сторон равенства /3.21/, получим /1.8/.

В конце отметим, что выбранная нами коммутационная функция является лишь некоторым частным решением уравнения /3.1/ и, очевидно, далеко не единственным. Поэтому даже в свободном случае существует возможность на основе общей коммутационной функции провести квантование, приводящее к более широкому пространству типа $\mathcal{H}'$.

Авторы выражают свою глубокую благодарность проф. В.Г.Кадышевскому за весьма полезное обсуждение работы. Авторы благодарят также заместителя директора Лаборатории теоретической физики проф. В.А.Мещерякова за чуткое отношение и предоставление превосходных условий для научной работы, что в немалой мере способствовало появлению в свет данного сообщения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Aneva B., Mikhov S., Stoyanov D. J.Phys.A, 1981, 14, p. 493.
2. Gribov V.N. Preprint KFKI 1981-46, Budapest, 1981.
3. Sotkov G., Stoyanov D. J.Phys.A, 1980, 13, p. 2807.
4. Todorov I.T., Mintchev M.C., Petkova V.B. Conformal Invariance in Quantum Field Theory, Scuola Normale Superiore, Piza, 1978.
5. Baker M. Johnson K. Physica, 1979, 96A, p. 120.
6. Haller K., Landowitz L.F. Phys.Rev., 1968, 171, p. 1749.
7. Tomczak S.P., Haller K. Nuovo Cim., 1972, B8, p. 1.
8. Bayen F., Flato M. J.Math.Phys., 1976, 17, p. 1112.
9. Zwanziger D. Phys.Rev., 1978, D17, p. 457.
10. Златев С.И., Сотков Г.М., Стоянов Д.Ц. ОИЯИ, Р2-12800, Дубна, 1979.
11. Mintchev M. J.Phys.A, 1980, 13, p. 1841.

Рукопись поступила в издательский отдел
26 октября 1981 года.