объединенный
институт
ядерных
исследований
дубна

Р2-81-655

М.В.Чижов

НЕАБЕЛЕВЫ МОДЕЛИ С ДИНАМИЧЕСКИМ НАРУШЕНИЕМ СИММЕТРИИ

Направлено в ТМФ

1981

1. ВВЕДЕНИЕ

Теории со спонтанным нарушением симметрии играют основную роль в попытках единого описания всех видов взаимодействий. Однако лишь принцип относительности в зарядовом пространстве, введенный Вейлем /1/, однозначно определяет вид взаимодействия. Причем выбор хиггсовского сектора теории, определяющего структуру вакуума, остается неоднозначным.

Хотя в современной теории калибровочные и хиггсовские поля присутствуют независимо, тем не менее механизм Хиггса, дающий массу векторным бозонам, позволяет сделать предположение об их единой природе. Прототипом квантовой хромодинамики явились теории техницвета /2/, согласно которым калибровочные поля /техниглюоны/ ответственны за образование составных объектов, в частности хиггсовских частиц.

Более радикальный подход, имеющий целью объединение всех взаимодействий, основан на выявлении внутренней симметрии нелинейного взаимодействия фундаментальных спиноров /3,4/. Прямым следствием нелинейного четырехфермионного взаимодействия является образование составных частиц из фундаментальных полей исходного лагранжиана. Вид взаимодействия фундаментальных полей однозначно определяет спектр составных частиц.

В данной работе будет исследована четырехфермионная (V–A)-модель с дублетом фундаментальных спиноров. Решая уравнения компенсации Боголюбова, можно получить минимум потенциала хиггсовских полей, что приводит к несимметричному вакуумному состоянию. Поэтому известные групповые методы исследования спонтанно нарушенных калибровочных симметрий /5/ применимы и в этом случае.

2. СПЕКТР СОСТАВНЫХ ЧАСТИЦ ДЛЯ НЕАБЕЛЕВОЙ МОДЕЛИ С ЧЕТЫРЕХФЕРМИОННЫМ (V–A)-ВЗАИМОДЕЙСТВИЕМ

Метод, развитый в работе /6/, позволяет получать коллективные возбуждения, отвечающие билинейным комбинациям фундаментальных спиноров. Возникшие при этом частицы подчиняются статистике Бозе-Эйнштейна и имеют спин либо нуль, либо единица. В данной работе мы ограничимся рассмотрением лишь этих возбуждений.

Лагранжиан исходной теории имеет вид

$$\mathfrak{L} = \bar{\Psi} i \partial\!\!\!/ \Psi - \lambda_0 \bar{\Psi} \frac{1-\gamma^5}{2} \gamma_\mu \otimes \Sigma_0 \Psi \bar{\Psi} \frac{1-\gamma^5}{2} \gamma^\mu \otimes \Sigma_0 \Psi, \qquad /2.1/$$

где спинор Ψ является изодублетом, а Σ_i $(i = 0,1,2,3)$ - матрицы Паули в изотопическом пространстве.

Применяя метод, описанный в [6], представим производящий функционал Z для данной теории через функциональный интеграл по коллективным бозонным полям A^i_μ и ϕ_a: *

$$Z[\bar{\eta}, \eta, J^+_a, J_a, \mathcal{J}^i_\mu] = N \int DA^i_\mu D\phi^+_a D\phi_a \exp\{i(S[A^i_\mu, \phi^+_a, \phi_a] + $$

$$+ J^+_a \phi_a + \phi^+_a J_a + \mathcal{J}^i_\mu A^{\mu,i} - \bar{\eta} G_0 \eta)\}, \qquad /2.2/$$

где

$$S[A^i_\mu, \phi^+_a, \phi_a] = \int d^4x [\frac{M_0^2}{2} (\frac{1}{3} (A^\circ_\mu)^2 + \vec{A}^2_\mu + \phi^+_a \phi_a) - \frac{i}{2} \mathrm{Sp} \ln(iG_0^{-1})], \qquad /2.3/$$

а G_0^{-1} имеет вид

$$G_0^{-1}(p) = \begin{pmatrix} g_0 C \frac{1+\gamma^5}{2} \Sigma_a \phi_a & \tilde{p\!\!\!/} - e_0 \tilde{\gamma}^\mu \frac{1-\gamma^5}{2} \otimes \tilde{\Sigma}_i A^i_\mu \\ p\!\!\!/ + e_0 \frac{1-\gamma^5}{2} \gamma^\mu \otimes \Sigma_i A^i_\mu & -g_0 C \frac{1-\gamma^5}{2} \Sigma_a \phi^+_a \end{pmatrix}. \qquad /2.4/ \; **$$

Поскольку (V–A)-взаимодействие инвариантно по отношению к преобразованию Фирца в $\bar{\Psi}\Psi$-канале, при антисимметризации лагранжиана /2.1/ возникнет лишь векторное поле A_μ. Кроме того, спиноры Ψ и $\bar{\Psi}$ реализуют фундаментальные представления $\underline{2}$ и $\underline{\bar{2}}$ группы U(2). Их прямое произведение эквивалентно разложению $\underline{1} \oplus \underline{3}$. Поэтому поля A_μ несут изотопический индекс "i".

Соображения лоренц-инвариантности для (V–A)-взаимодействия в $\bar{\Psi}\bar{\Psi}$- и $\Psi\Psi$-каналах допускают лишь антисимметричную спинорную структуру типа C и $C\gamma^5$, что с учетом статистики приводит к появлению в этих каналах только симметричных матриц Σ_a. Элементы матрицы $\Sigma_a \phi_a$ реализуют представление симметричного тензора второго ранга группы U(2). Как легко подсчитать, число независимых полей равно 6.

---

* Индекс "a" принимает значения 0,1,3; так что Σ_a - набор симметричных матриц Паули.

** Здесь $\frac{e_0^2}{M_0^2} = \lambda_0$, $e_0^2 = \frac{1}{2} g_0^2$. /2.5/

Проведенный анализ непосредственно обобщается и на случай модели с N-плетом фундаментальных спиноров и группой симметрии $U(N)$, где $N > 2$. При этом число калибровочных полей A_μ будет равно N^2, а число независимых скалярных полей - $N(N+1)$. Одно из калибровочных полей будет отвечать синглету по группе $SU(N)$, а (N^2-1) полей реализуют действительное представление этой группы. Скалярные поля, как мы выяснили, преобразуются как компоненты симметричного тензора второго ранга группы $U(N)$.

3. УРАВНЕНИЯ КОМПЕНСАЦИИ БОГОЛЮБОВА И ЭФФЕКТИВНЫЙ ПОТЕНЦИАЛ ХИГГСОВСКИХ ЧАСТИЦ

Из уравнений стационарности для действия S /2.3/

$$\frac{\delta S}{\delta A^i_\mu} = 0, \qquad /3.1/$$

$$\frac{\delta S}{\delta \phi^+_a} = 0, \qquad /3.2а/$$

$$\frac{\delta S}{\delta \phi_a} = 0 \qquad /3.2б/$$

можно получить точку перевала функционального интеграла Z /2.2/ в отсутствие источников $(J_a = \mathcal{J}^i_\mu = 0)$. Однако в низшем порядке теории возмущений роль производящего функционала Γ для сильносвязанных функций Грина играет функционал S. Поэтому уравнения /3.2/* также определяют точку экстремума потенциала скалярных полей ϕ. Нетривиальное решение этих уравнений - ненулевые вакуумные средние.

Используя предыдущее рассуждение и результат работы [5], из двух решений уравнений /3.2/ выбираем то, которое соответствует абсолютному минимуму эффективного потенциала

$$V(\phi_a, \phi^+_a) = -m^2 \phi^+_a \phi_a + \frac{g^2}{2}\{(\phi^+_a \phi_a)^2 - (\phi^+_1 \phi_3 - \phi^+_3 \phi_1)^2 + (\phi^+_0 \phi_1 + \phi^+_1 \phi_0)^2 + (\phi^+_0 \phi_3 + \phi^+_3 \phi_0)^2\} \qquad /3.3/$$

хиггсовских полей.

Таким образом, находим

$$\phi^+_0 \phi_1 + \phi^+_1 \phi_0 = 0, \qquad /3.4а/$$

$$\phi^+_0 \phi_3 + \phi^+_3 \phi_0 = 0, \qquad /3.4б/$$

---

*Предполагая тривиальное решение первого уравнения, которое всегда существует.

$$\phi_1^+\phi_3 - \phi_3^+\phi_1 = 0 , \qquad /3.4в/$$

причем

$$\phi_a^+\phi_a = \frac{m^2}{g^2} . \qquad /3.5/^*$$

Группа симметрии исходного лагранжиана сужается до группы O(2).

Заметим, что если этот метод применить к модели с N-плетом фундаментальных спиноров, обладающей U(N)-симметрией, то порожденный этой симметрией мультиплет хиггсовских частиц понизит исходную симметрию до O(N).

Таким образом, используя метод перевала в точке /3.4, 3.5/, мы можем получить пропагаторы коллективных физических полей ** и высшие функции Грина.

4. ЭФФЕКТИВНЫЙ ЛАГРАНЖИАН СОСТАВНЫХ ПОЛЕЙ

Следуя[5], выберем решение /3.5/ в виде

$$m = g \langle \phi^\circ \rangle_0 . \qquad /4.1/$$

Массовая матрица для скалярных полей диагональна в представлении, где поля ϕ_a выражены через их реальные и мнимые части. Таким образом, обратные пропагаторы для действительных скалярных полей имеют вид

$$\Delta^{-1}_{\rho_{ab}}(q^2) = -\frac{\delta^2 S}{\delta\rho_a\delta\rho_b} = (4m^2 - q^2)\delta_{ab} + O(g^2) , \qquad /4.2/$$

$$\Delta^{-1}_{\chi_{ab}}(q^2) = -\frac{\delta^2 S}{\delta\chi_a\delta\chi_b} = -q^2\delta_{ab} + O(g^2) , \qquad /4.3/$$

где $\rho_a = \mathrm{Re}\phi_a$, $\chi_a = \mathrm{Im}\phi_a$.

Обратим внимание на появление трех голдстоуновских частиц χ_a, обусловленное спонтанным нарушением непрерывной U(2) - симметрии. Массовую матрицу векторных полей A^i_μ также легко вычислить:

---

*Здесь $g^2 = Zg_0^2$, $\phi_a = Z^{-1/2}\phi_a'$, где Z - константа перенормировки, причем $m = \mu e^{-4\pi^2/g^2}$, μ - параметр размерной регуляризации.

** соответствующих минимуму эффективного потенциала с правильным знаком перед массовым членом.

$$[D_{\mu\nu}(0)]^{-1} = 6m^2 g_{\mu\nu}\,\mathrm{diag}(1,1,0,1)\,. \qquad /4.4/^*$$

Поле $(A^2)_\mu$ остается безмассовым и соответствует ненарушенной $U(1)$ -симметрии. Остальные векторные поля A^a_μ приобретают массы за счет взаимодействия с голдстоуновскими полями χ_a:

$$\frac{\delta^2 S}{\delta\chi_a \delta A^b_\mu} = -2e\langle\phi^\circ\rangle_0\, iq_\mu\, \delta_{ab}\,. \qquad /4.6/$$

Перенормированная константа e калибровочного взаимодействия оказывается связанной с юкавской константой g взаимодействия скалярных полей. Принимая во внимание /2.5/ и /4.5/, получим

$$e^2 = \frac{3}{2} g^2. \qquad /4.7/$$

Вычислив функциональные производные действия S /2.3/ выше второго порядка по коллективным полям в точке перевала /4.1/, мы получим высшие функции Грина.

Рассмотрение неабелевой калибровочной группы приводит к известному самодействию калибровочных полей, обусловленному членом второго порядка по $A^i_\mu - e\epsilon_{ijk}A^\mu_j A^\nu_k$ в тензоре $\mathcal{F}^i_{\mu\nu}$.

Вычисление высших функций Грина для скалярных полей дает возможность получить эффективный лагранжиан взаимодействия /3.3/, переписанный в терминах новых полей с нулевыми вакуумными средними

$$\phi'_a = \phi_a - \langle\phi^\circ\rangle_0\, \delta_{a0}\,. \qquad /4.8/$$

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Исследование четырехфермионной $U(N)$ -симметричной модели с мультиплетом фундаментальных левых спиноров позволяет обнаружить коллективные возбуждения в прямом и кросс-каналах. Наличие ненулевого вакуумного среднего у полей Хиггса, возникающих в кросс-канале, приводит к понижению исходной симметрии до $O(N)$.

Тем не менее развитый метод исследования динамического нарушения симметрии моделей, построенных на классической группе $U(N)$, не может привести к реалистической модели элементарных частиц, так как в теориях Великого Объединения /типа $SU(5)$, $SO(10)$ и т.п./ для получения "наблюдаемой" $SU_c(3)\times U_{e,m,}(1)$ -симметрии необходимы по крайней мере две стадии нарушения симметрии простой группы, а следовательно, как минимум, два мульти-

---

* Здесь $D_{\mu\nu} = Z_A D'_{\mu\nu}$ - перенормированный пропагатор векторных полей, причем существует связь на константы перенормировки

$$Z_A = 3Z \qquad /4.5/$$

плета хиггсовских полей. Однако кронекеровский квадрат $\underline{N} \otimes \overline{\underline{N}}$ по группе SU(N) представляется в виде суммы симметричного и антисимметричного произведения представлений, причем поля Хиггса реализуют единственное симметричное неприводимое представление. Таким образом, рассмотрение билинейных возбуждений приводит лишь к одной стадии нарушения.

Однако попытка построения реалистических моделей элементарных частиц с помощью развитого метода осуществима и основывается на рассмотрении классической группы O(N) и исключительных групп Ли. В следующей работе будет показано, что применение этого метода к группе E_6 свободно от рассмотренных выше трудностей.

Автор искренне благодарен А.Д.Донкову, В.Г.Кадышевскому и М.Д.Матееву за интерес к работе и ценные замечания.

ЛИТЕРАТУРА

1. Weil H. Electron und Gravitation. Zs.f.Phys., 1929, 56, p.330-352.
2. Weinberg S. Phys.Rev., 1976, D13, No.4, p.974-996; Phys. Rev., 1978, D19, No.4, p.1277-1280; Susskind L. Phys.Rev., 1979, D20, No.10, p.2619-2625; Dimopoulos S., Susskind L. Nucl.Phys., 1979, B155, No.1, p.237-251.
3. Bjorken J.D. Ann.Phys., 1963, vol.24, p.174-187; Bialynicki-Birula.J. Phys.Rev., 1963, vol.130, No.1, p.465-468.
4. Chizhov M.V. Phys.Lett., 1981, 104B, No.6, p.449-452.
5. Li L.F. Phys.Rev., 1974, vol.D9, No.6, p.1723-1739.
6. Чижов М.В. ОИЯИ, Р2-81-36, Дубна, 1981.

Рукопись поступила в издательский отдел
28 октября 1981 года.