

сообщения
объединенного
института
ядерных
исследований
дубна

66/
12-82

У/1-82

P2-81-645

И.П.Недялков

О ВОЗМОЖНОСТЯХ ИЗУЧЕНИЯ
СТРОЕНИЯ ЗЕМЛИ
ПРИ ПОМОЩИ НЕЙТРИННЫХ ЭКСПЕРИМЕНТОВ

1981

§1 ВВЕДЕНИЕ

Обычно считается само собой разумеющимся, что в нейтринной физике имеются потенциальные возможности для исследования внутреннего строения Земли вплоть до ее центра. Ведь нейтринный пучок свободно проходит через всю Землю и, следовательно, должен нести информацию о физических свойствах пород, находящихся на его пути. При этом молчаливо предполагается, что уловить и расшифровать эту информацию - разрешимая задача.

В настоящей работе будет показано, что при использовании экспериментальной техники 80 гг. нейтринный эксперимент действительно может служить инструментом изучения внутреннего строения нашей планеты. Неожиданными оказываются, однако, огромные трудности, которые необходимо преодолеть при реализации подобного эксперимента. На самом деле, утверждение о том, что нейтрино, прошедшее через Землю, несет информацию, необходимо уточнить в том смысле, что эта информация очень небольшая, несмотря на то, что для ее получения нейтринный пучок должен генерироваться гигантскими ускорителями на энергии порядка одного ТэВ и больше. Во-вторых, чтобы уловить эту небольшую информацию, необходимо использовать детектор весом 10^9 тонн, каким является детектор DUMAND. В-третьих, относительная погрешность, с которой должна быть измерена интенсивность нейтринного потока, должна быть порядка от 0,1% до 0,01% - требование, которое многим кажется невыполнимым. И, наконец, для интерпретации информации, которую несут пучки, предполагается использовать мощные методы компьютерной томографии, которые получили развитие лишь в последние годы.

Несмотря на все это, автор считает, что перспективы решения отдельных аспектов этой сложной проблемы хорошие. Напрашивается, однако, вопрос, стоит ли осуществлять столь трудный и дорогостоящий эксперимент? Известно, что путем подгонки параметров нескольких различных моделей внутреннего строения Земли по гравиметрическим /сила тяжести/ и сейсмическим /времена прохождения поперечных и продольных сейсмических волн через Землю и частоты собственных колебаний Земли/ данным можно получить кривые распределения плотности Земли в зависимости от расстояния до ее центра. Но, несмотря на внушительное число данных, несмотря на то, что учитываются значения массы и инерционного момента Земли, этот косвенный подход не всегда приводит к однозначным результатам^{1/}. Поэтому желательно привлечь и принципиально новые методы исследования, которые дает

нейтринная физика. Насколько известно автору, этот вопрос обсуждался в начале семидесятых годов Плачи и Заватини^{/2/} и Волковой и Зацепиным^{/3/}. В последнее время на эту тему было опубликовано несколько работ автора^{/4-10/}.

В^{/2/} и^{/3/} предлагаются экспериментальные установки для определения ослабления нейтринного пучка, прошедшего через Землю по одному^{/2,3/} и по нескольким^{/2/} направлениям. Затем измеренные ослабления сравниваются с ослаблениями, вычисленными для моделей распределения плотности Земли, которые получены геофизическими методами^{/1/}. Метод, предложенный в^{/2,3/}, и состоит в том, что отбрасываются геофизические модели, для которых сравнения показывают несовместимость с данными нейтринного эксперимента.

В такой четкой постановке достаточно подробно при разумной строгости вопрос рассмотрен в^{/3/}. Что касается^{/2/}, то там эта постановка не оговорена строго. Автор надеется, что его толкование постановки проблемы в^{/2/} правильно. Кроме того, в этой работе практически нет количественной мотивировки. Так или иначе, в^{/2/} и^{/3/} предложен модельно-зависимый метод изучения распределения плотности Земли при помощи нейтринного эксперимента.

В данной работе обсуждается модельно-независимое определение распределения плотности Земли при помощи нейтринного эксперимента. В основе этого подхода, который развит автором в ряде статей^{/4-10/}, заложена мысль об использовании метода компьютерной томографии^{/11,12/}.

При обычном рентгеновском способе исследования образы отдельных деталей объектов на пути луча накладываются друг на друга. В компьютерной томографии эти наложенные друг на друга образы распутываются и получается ясная картина всех деталей объекта. Это достигается путем анализа на основе формул компьютерной томографии ряда рентгеновских снимков, взятых под разными углами.

В случае нейтринного эксперимента, если взять вместо рентгеновского пучка нейтринный и использовать те же формулы, можно получить распределение плотности Земли.

В техническом отношении этот подход предусматривает использование ускорителей тэвнских энергий для генерации нейтринного пучка и детектора типа DUMAND^{/13,14/} для измерения его интенсивности.

В работе не предполагается наличие нейтринных осцилляций. Но если их существование будет надежно доказано, их роль может быть учтена, а сама экспериментальная установка использована для их исследований.

Работа организована следующим образом. В §2 сообщаются и комментируются подходящие для интерпретации данных эксперимен-

та формулы компьютерной томографии, которые предложены Кормаком^{/11/}. В §3 проводится расчет ослабления пучка нейтрино, полученных по методу, описанному в §4. Заключение дано в §5.

§2. ФОРМУЛЫ КОРМАКА

Математически задача компьютерной томографии была решена впервые Радоном в 1917 г., который, однако, имел в виду не ее применение в рентгеновской диагностике, а решение одной весьма искусственной задачи, связанной с гравитационным полем^{/15/}. По сути дела, та же задача была решена в 1956 г. Г.Брейсуеллом в связи с изучением солнечной короны^{/16/}. В 1963 году А.Кормак снова решил ту же математическую задачу, имея в виду применение в рентгеновской диагностике, при помощи формул, которые составляют важную часть математического аппарата компьютерной томографии. В настоящее время компьютерная томография - достаточно развитая ветвь медицинской физики. В ней обычно используются алгоритмы радоновского типа из-за их быстродействия. Для наших целей точность алгоритмов и их простота имеют первостепенное значение. Этим свойством обладает формула Кормака, которая приводится ниже. При ее записи, которая приспособлена для нейтринного эксперимента, использованы следующие обозначения: ρ - плотность, r и θ - прицельное расстояние и полярный угол нейтринного пучка, r и ϕ - полярные координаты точки объекта, J - ослабление нейтринного пучка. Сама формула Кормака дается следующим выражением^{/11/}:

$$\rho(r, \phi) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \rho_n(r) e^{in\phi},$$

$$\rho_n(r) = -\frac{1}{\pi} \frac{d}{dr} \int_r^{\tilde{R}} \frac{r J_n(p) T_n(p/r) dp}{p \sqrt{p^2 - r^2}},$$

$$J_n(p) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} J(p, \theta) e^{-in\theta} d\theta,$$

где \tilde{R} - радиус сечения Земли одной из плоскостей $\Pi^{(1)}, \Pi^{(2)}, \dots$, а T_n - полином Чебышева первого рода.

В дальнейшем нам понадобится расчетная формула для случая, когда ρ обладает центральной симметрией. В этом случае приведенная выше формула упрощается:

$$\rho(r) = -\frac{1}{\pi} \frac{d}{dr} \int_r^{\tilde{R}} \frac{r J(p) dp}{p \sqrt{p^2 - r^2}}. \quad /1/$$

Хотя решение $\rho(r)$ дается определенным интегралом, численное нахождение выражения в правой части /1/ является некорректно

поставленной задачей, во-первых, из-за необходимости провести численное дифференцирование и, во-вторых, из-за наличия точек разрыва в подинтегральном выражении.

Численное решение /1/, рассматриваемое как некорректная задача в вероятностной постановке, изучалось в /17/. При этом факт дискретизации интеграла сыграл роль регуляризующего алгоритма, а выбор оптимального числа интервалов был эквивалентен заданию алгоритма оптимальной регуляризации. Эти мероприятия нетривиальны. Без их помощи в одном случае ошибки в $J(\rho)$ данных в 1% приводили к ошибке в 70% при определении распределения плотности $\rho(r)$. Однако после оптимальной регуляризации эта ошибка уменьшилась до 1,7%. Расчеты делались на модельном примере с плотностью Земли, равной константе. Если распределение плотности Земли аппроксимировалось параболой, то ошибка решения несколько увеличивалась и достигала значения 2,4%.

Можно поставить следующий вопрос. Допустимо ли предполагать, что ρ имеет центральную симметрию, и вопреки этому утверждать, что оно определено модельно-независимым способом? Ответ будет утвердительным. Дело в том, что отклонения от центральной симметрии небольшие. В принципе, они могут быть учтены как дополнительная ошибка при определении ρ как функции с заранее заданной центральной симметрией. Для этой цели достаточно провести измерение J для одного и того же ℓ , которое, однако, соответствует разным параметрам точек $P'_1, P''_1; P'_2, P''_2; P'_3, P''_3, \dots$, где P', P'' - положение генератора и детектора нейтринно соответственно и $\ell = P'P''$. Тогда полученный разброс значений J , который можно обозначить через ΔJ_ρ , будет результатом небольших отклонений от сферической симметрии. Если ΔJ_m означает разброс вследствие ошибок измерений, тогда можно оперировать суммарным разбросом $\Delta J = \Delta J_\rho + \Delta J_m$, как в том случае, если бы центральная симметрия имела место, а весь разброс был обязан ошибкам измерения. Подобную аргументацию используют и при обосновании предположения о центральной симметрии в геофизических моделях распределения плотности Земли /1/.

§3. РАСЧЕТ ОСЛАБЛЕНИЯ НЕЙТРИННОГО ПУЧКА

Пусть в точке P' ускоритель создает монохроматический пучок протонов с энергией E_p , который, в свою очередь, генерирует пучок π -мезонов*. Для наших оценок будем использовать упрощенную модель, в которой пионный пучок, по предположению достаточно хорошо сколлапсированный и монохроматический, имеет энергию E_π и интенсивность $N_\pi [\pi \cdot s^{-1}]$. Тогда на основе релятивистской

* Для определенности рассматривается только случай π -мезонов. Однако выводы могут быть использованы и для K -мезонных, равно как и смешанных π - и K -мезонных пучков.

кинематики /18/ можно сказать, что зависимость от угла разлета θ энергии $E_\nu(\theta)$ и плотности $n'_\nu(\theta)$ [$\nu \cdot \text{sterrad}^{-1}$] нейтринного пучка, который генерируется пионным пучком в туннеле распада, дается выражениями /6/

$$E_\nu(\theta) = E_\pi \left(1 - \frac{m_\mu^2}{m_\pi^2}\right) (1 + \theta^2 \psi^{-2})^{-1} \quad /2/$$

и

$$n'_\nu(\theta) = \frac{N'_\nu}{\pi} [\psi^2 (1 + \theta^2 \psi^{-2})]^{-2},$$

где $m_\mu(\pi)$ - масса $\mu(\pi)$ -мезона.

После выхода из Земли в P'' плотность нейтринного пучка $n''_\nu(\theta)$ [$\nu \cdot \text{sterrad}^{-1}$] будет уменьшена из-за поглощения нейтрино земными породами /6/

$$n''_\nu(\theta) = n'_\nu(\theta) \exp[-0,50 \cdot 10^{-11} \bar{\rho} \ell E_\pi E_0^{-1} (1 - m_\mu^2 m_\pi^{-2}) \times \quad /3/ \\ \times (1 + \theta^2 \psi^{-2})^{-1} I],$$

причем $\bar{\rho}$ - средняя плотность Земли, $E_0 = 1$ ТэВ, а через I обозначен безразмерный интеграл

$$I = \int_0^\ell \frac{\rho(\zeta)}{\bar{\rho}} \frac{d\zeta}{\ell}.$$

Коэффициент $0,50 \cdot 10^{-11}$ получен путем умножения числа Авогадро на коэффициент $0,83 \cdot 10^{-35}$, который входит в формулу для $\sigma_{\nu N}$: $\sigma_{\nu N} = 0,83 \cdot 10^{-35} E_\nu \cdot E_0^{-1}$.

Пусть пучок регистрируется детектором с радиусом R_{det} высотой H_{det} , чувствительное вещество которого имеет плотность ρ_{det} . Тогда детектор будет регистрировать N_{reg} нейтринных реакций в секунду, причем /6/

$$N_{\text{reg}}^\nu = -A B^{-2} I^{-2} \{ (1 + BI) \exp(-BI) - \quad /4/ \\ - [1 + BI (1 + \theta^2 \psi^{-2})^{-1}] \exp[-BI (1 + \theta^2 \psi^{-2})^{-1}] \},$$

где

$$\theta = R_{\text{det}} \cdot \ell^{-1},$$

$$A = 0,50 \cdot 10^{-11} \rho_{\text{det}} H_{\text{det}} E_\pi E_0^{-1} (1 - m_\mu^2 m_\pi^{-2}) N'_\nu,$$

$$B = 0,50 \cdot 10^{-11} \bar{\rho} \ell E_\pi E_0^{-1} (1 - m_\mu^2 m_\pi^{-2}).$$

Имея в виду, что экспонента в /3/ гораздо меньше единицы, целесообразно оценить /4/ при помощи выражения

$$N_{\text{reg}}^\nu = a(1 - BI), \quad /5/$$

где

$$a = 0,50 \cdot 10^{-11} \rho_{\text{det}} N_{\text{det}} E_{\pi} (1 - m_{\mu}^2 m_{\pi}^{-2}) E_0^{-1} \frac{N_{\text{reg}}' \alpha \beta \gamma}{m \psi^2}$$

В /5/ коэффициенты α, β, γ введены для упрощения выражений /8/. Они определяются следующим образом:

$$\alpha = 1, \beta = 1, \gamma = \pi \theta^2, \quad \text{если} \quad \theta < \psi,$$

$$\alpha = 0,5, \beta = \ln 2, \gamma = \pi \psi^2, \quad \text{если} \quad \theta > \psi.$$

Пусть $N_{\pi} = 10^9 [\pi \cdot \text{s}^{-1}]$ - длина распадного туннеля $L = 1,5$ км; $R_{\text{det}} = 0,5$ км; $H_{\text{det}} = 1$ км /данные для DUMAND/; $l = R$. При этих данных для того, чтобы обеспечить измерение I с относительной ошибкой $\Delta_I = \delta I \cdot I^{-1} = 1\%$ и 10% при относительной точности измерения нейтринного потока $\Delta_N = \delta N_{\text{reg}}^{\nu} [N_{\text{reg}}^{\nu}]^{-1}$, время экспозиции T должно иметь значения, указанные в таблице. В этой таблице энергии 0,4 ТэВ, 1 ТэВ, 3 ТэВ и 20 ТэВ соответствуют ускорителям SPS /ЦЕРН/, беватрон /Батавия/, УНК /Серпухов/ и 20-тэвному ускорителю, идея создания которого находится в процессе обсуждения. При составлении таблицы принималось, что $\delta N_{\text{reg}}^{\nu} [N_{\text{reg}}^{\nu}]^{-1} = \delta N_{\nu}' \cdot [N_{\nu}']^{-1}$, причем ошибка $\delta N_{\nu}' \cdot [N_{\nu}']^{-1}$ преимущественно систематическая, а $\delta N_{\text{reg}}^{\nu} [N_{\text{reg}}^{\nu}]^{-1}$ - статистическая.

Таблица

Зависимость точности Δ_N измерения нейтринного потока и времени экспозиции T от энергии E_p протонного пучка и точности измерения Δ_I ослабления нейтринного пучка

| E_p (ТэВ) | 0,07 | 0,4 | 1,0 | 3,0 | 20 | |
|-------------------|-----------------|---------------------|-------------------|---------------------|---------------------|---------------------|
| $\Delta_I = 1\%$ | $\Delta_N (\%)$ | $1,8 \cdot 10^{-4}$ | $1 \cdot 10^{-3}$ | $2,5 \cdot 10^{-3}$ | $0,8 \cdot 10^{-2}$ | $3,6 \cdot 10^{-2}$ |
| | T (лет) | $4,2 \cdot 10^6$ | $3,9 \cdot 10^3$ | $1 \cdot 10^2$ | 1,2 | $1,3 \cdot 10^{-1}$ |
| $\Delta_I = 10\%$ | $\Delta_N (\%)$ | $1,8 \cdot 10^{-3}$ | $1 \cdot 10^{-2}$ | $2,5 \cdot 10^{-2}$ | $0,8 \cdot 10^{-1}$ | $3,6 \cdot 10^{-1}$ |
| | T (лет) | $4,2 \cdot 10^4$ | $3,9 \cdot 10$ | 1 | $1,2 \cdot 10^{-2}$ | $1,3 \cdot 10^{-3}$ |

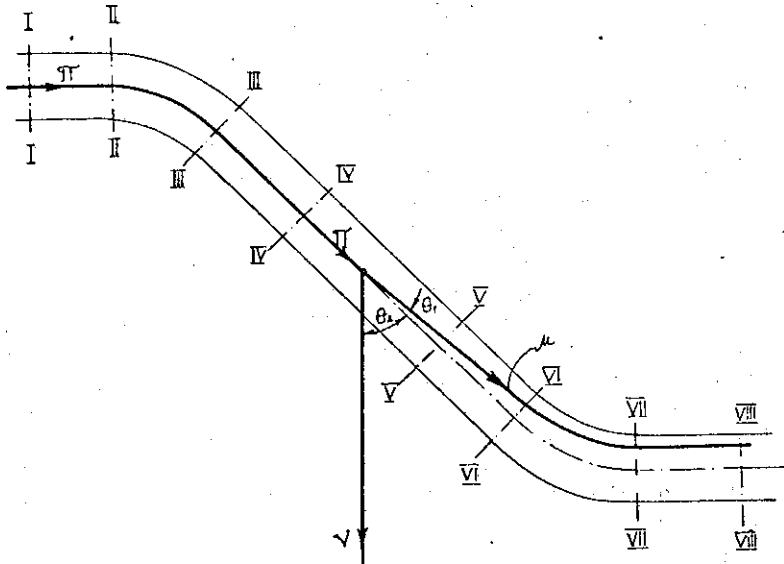
В /9/, где опубликована таблица, предполагается, что $N_p = 10^{12} \text{p} \cdot \text{s}^{-1}$ и что ему соответствует $N_{\pi} = 10^9 \pi \cdot \text{s}^{-1}$. Эти данные приняты на основе работ /3,19/, в которых предполагалось, что нейтрино генерируется узким пионным пучком с энергией $E_{\pi} = 0,5 E_p$.

Если, однако, нейтрино генерируется широким π^- и K^- -мезонным пучком с высокой энергией, то подсчеты по формулам /20,21/ показывают значительное уменьшение времени детектирования по

сравнению с временем, указанным в таблице. Расчеты степени уменьшения T будут сделаны после того, как выяснятся некоторые технические детали, связанные с измерительно-вычислительной системой, к рассмотрению которой мы переходим в следующем параграфе.

§4. ИЗМЕРИТЕЛЬНО-ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ СИСТЕМА

Схема измерительной системы приводится на рисунке. Она представляет собой длинную откачанную трубу. Перпендикулярно оси трубы размещены координатные плоскости I-I, II-II, ..., VIII-VIII. Эти плоскости состоят из пропорциональных камер /22/ или дрейфовых /23/, их назначение - измерять координаты и время прохождения заряженных частиц. Труба состоит из прямолинейных и искривленных секторов. В искривленных секторах II-II, III-III, VI-VI, VII-VII действуют постоянные магнитные поля, интенсивность H которых известна с большой точностью. С левой стороны в трубу поступают π -мезоны или другие заряженные частицы, которые, распадаясь, рождают нейтрино и одну заряженную частицу. Для определенности мы будем рассматривать случай с π -мезонами. В секторах I-I, II-II и III-III измеряют углы соответственно $\phi_3^{(\pi)}$ и $\phi_1^{(\pi)}$, которые определены траекториями пионов и осью трубы. $\Delta\phi_3^{(\pi)} = \phi_3^{(\pi)} - \phi_1^{(\pi)}$ - это угол поворота π -мезона под действием магнитного поля в секторе II-II, III-III. Знание интенсивности поля H



и угла поворота $\Delta\phi^{(\pi)}$ позволяет определить энергию пиона E_π . Распады $\pi \rightarrow \mu + \nu$ происходят во всей трубе. Однако измерительно-вычислительная система прослеживает только распады в секторе IV-IV, V-V, который поэтому рассматривается как туннель распада. В точке O, которая находится в туннеле распада, π -мезон распадается на μ -мезон и нейтрино. μ -мезон потом поступает в сектор V-V, VI-VI, где измеряется его угол наклона $\phi_5^{(\mu)}$, затем он поворачивается магнитным полем в секторе VI-VI, VII-VII, далее снова измеряется его угол наклона $\phi_7^{(\mu)}$. Как и в случае π -мезона, эти данные достаточны для определения энергии E_μ μ -мезона. Далее определяется угол разлета /по отношению к траектории π -мезона/ μ -мезона $\theta_1 = \phi_5^{(\mu)} - \phi_3^{(\pi)}$ и положение точки O.

Поскольку направления движения энергии π - и μ -мезонов известны, тем самым известны и их 4-импульсы p_π и p_μ . Следовательно, используя закон сохранения, можно найти 4-импульс нейтрино

$$p_\nu = p_\pi - p_\mu \quad /6/$$

Очень важно уметь уверенно идентифицировать реакцию $\pi \rightarrow \mu + \nu$. Существует формула /18/, при помощи которой вычисляют E_μ , если известны E_π и θ_1 . Поскольку в данном случае, кроме E_π и θ_1 известно еще и E_μ , эта формула может служить для текущей идентификации реакции $\pi \rightarrow \mu + \nu$.

Существенное значение имеет вопрос о точности, с которой определяется угол разлета θ_2 нейтрино. Он зависит от точности $\Delta\theta_1$, с которой измеряется угол θ_1 , и энергии E_π и E_μ . Ошибка измерения $\phi_1^{(\pi)}$ складывается из ошибок измерения углов $\phi_1^{(\pi)}, \dots, \phi_5^{(\mu)}$. Ошибка измерения $\phi_1^{(\pi)}$, со своей стороны, складывается из вклада многократного рассеяния в пропорциональных камерах и из вклада неточности Δx определения координат π -мезона в них. В /24,25/ для стандартного отклонения σ_1 ошибки $\Delta\theta_1$ дается значение $\sigma_1 = 3,1 \cdot 10^{-6}$. Это значение определено при следующих предположениях. Расстояние между двумя последовательными координатными плоскостями, в которых измеряется направление заряженной частицы, $a = 300$ м, $\Delta x = 0,1$ мм, причем предполагается, что ошибки, обусловленные неточным знанием взаимного расположения двух соседних чувствительных плоскостей, либо пренебрежимо малы, либо можно сделать такими путем увеличения a ; камеры наполнены аргоном под давлением 1 атм, а их стенки выполнены из алюминиевой фольги толщиной 0,1 мм.

Теперь, зная стандартное отклонение σ_1 , при помощи релятивистской механики на основе /6/ считаем σ_2 - стандартное отклонение ошибки вычисления угла вылета θ_2 нейтрино /24,25/. Оно дается выражением

$$\sigma_2 = k \sigma_1, \quad /7/$$

где

$$k = (\mu^2 m_{\pi}^{-2} + \theta_2^2 \psi^{-2})^2 (1 - \mu^2 m_{\pi}^{-2})^{-1} \times \\ \times (\theta_2^2 \psi^{-2} - \mu^2 m_{\pi}^{-2})^{-1}$$

и
$$\psi = m_{\pi} E_{\pi}^{-1}.$$

При выводе /7/ принято во внимание, что относительная ошибка, с которой измерено магнитное поле, поворачивающее π - и μ -мезоны, порядка 10^{-4} - 10^{-5} А при таком уровне ее можно и не учитывать, как это сделано при написании /7/.

Теперь вернемся к математическому эксперименту, на основе которого была заполнена таблице, и обсудим для $E_p = 1$ ТэВ эффект ошибки $\Delta\theta_2$. При изменении θ_2 в интервале $[0, \theta]$ k растет от значения 1,34 для $\theta_2 = 0$, до 1,55 для $\theta_2 = \theta$. В расчетах примем более неблагоприятное значение $k = 1,55$, при котором $\sigma_2 = 4,8 \cdot 10^{-6}$.

Пусть установка в действии и пусть она хорошо центрирована, т.е. ось нейтринного пучка проходит через центр DUMAND. Если $\theta_2 \leq \theta$, часть нейтрино неконтролируемым образом вследствие флюктуаций θ_2 будет попадать либо не попадать в детектор DUMAND.

Чтобы избежать этого, будем учитывать только те события, при которых $0 < \theta_2 < \theta - \chi$, причем χ находится из условия того, что вероятность ложного счета вследствие выхода нейтрино из детектора будет меньше 10^{-4} . Таким образом, θ должно вычисляться из выражения $\chi = \sigma_2 \sqrt{2(\ln 10^4)} = 2,1 \cdot 10^{-5}$. Следовательно, рабочая площадь DUMAND уменьшится приблизительно в два раза. Если бы ℓ равнялось не R , как в данном случае, а $2R$, то потеря рабочей площади была бы недопустима. Выход из положения есть: достаточно сделать DUMAND с размерами $2 \text{ км} \times 2 \text{ км} \times 1/4 \text{ км}$, и тогда, не увеличивая его объема, можно удержать потери рабочей площади в разумных пределах.

Значение параметра ℓ/R иногда может оказаться существенным. Это видно из рассмотрения таблицы. Величина T в этой таблице для $E_p = 0,4; 1$ и 3 ТэВ вычислена по формуле $T = 200 \Delta_I^{-2} E_p^{-4}$, в которой T дается в годах, Δ_I - в процентах и E_p в тэвах. Эта формула дана в грубом приближении. При более точных вычислениях вместо нее можно использовать формулу

$$T = 200 R^2 \ell^{-2} T^{-2} \zeta_{\pi(k)} \Delta_I^{-2} E_p^{-4} N_{\pi(k)} \cdot 10^{-12}, \quad /8/$$

где $\zeta_{\pi} = 1$, $\zeta_k = 0,4$ и $N_{\pi(k)}$ - число $\pi(k)$ -мезонов, которые входят за одну секунду в наблюдаемый распадный объем. Если в ускорительном пучке для эксперимента отводятся $E_p = 10^{12} \text{ p} \cdot \text{s}^{-1}$ /действительное значение E_p может быть в несколько раз больше или меньше номинального значения $E_p = 10^{12} \text{ p} \cdot \text{s}^{-1}$ /, то тогда $N_{\pi} = 10^9 \text{ пс}^{-1}$ и $N_K = 10^8 \text{ К} \cdot \text{s}^{-1}$. При тэвных энергиях невозможно отделить π - от K -мезонов. Однако, как видно из приведенных вы-

ше формул, вычисление можно провести для чистых пионных пучков, так как по порядку T будет такое же, как для смешанных π - и K -мезонных пучков /кроме того, реакция $\pi \rightarrow \mu + \nu$ легче идентифицируется/. Для ядра земли $l \approx 2R$, поэтому T в четыре раза меньше, чем в таблице.

Очень важно иметь в виду следующее. Чувствительные элементы имеют малую пропускную способность: около 10^6 частиц s^{-1} для дрейфовых камер и около $5 \cdot 10^6$ частиц s^{-1} для многоступенчатых стробируемых камер. Поэтому, если $N_{\pi} = 10^9 \pi s^{-1}$, мы должны использовать $n = 200$ параллельно действующих многоступенчатых камер, что кажется нереальным. n можно уменьшить, если пойти на разумные компромиссы. Так, если в $/8/ \Delta_1$ будет равно не 1%, а 3,1%, не изменяя T , мы можем использовать пионный пучок с $N_{\pi} = 10^8 \pi s^{-1}$. Тогда n будет равно не 200, а только 20. Далее, если в этих условиях удовлетворимся исследованием земного ядра, что является главной задачей нейтринных экспериментов, то тогда в $/8/$ множитель $\frac{R^2}{l^2} = \frac{1}{4}$ и нам будет достаточно иметь $n = 5$ каналов. Другими словами, при увеличении времени детектирования в 5 раз и ошибки измерения Δ_1 от 1% до 3,1% при употреблении смешанного π - k -мезонного пучка эксперимент может быть выполнен только с одним каналом. При этом предполагается, что координатные плоскости состоят из многоступенчатых стробируемых камер и, кроме того, что идентифицируются только реакции $\pi \rightarrow \mu + \nu$. Тот же эксперимент можно выполнить и при помощи нескольких параллельно действующих каналов из дрейфовых камер. Такой компромисс разумен при $E_p = 1$ и $E_p = 3$ ТэВ. При $E_p = 20$ ТэВ условия становятся еще более благоприятными. Эксперимент можно провести за приемлемое время для ядра и мантии Земли одновременно при $E_p = 20$ ТэВ только с одним каналом.

§5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

По-видимому, специфический метод меченых нейтрино, который изложен в предыдущем параграфе, позволяет решить важную проблему о достижении точности измерения нейтринного потока порядка 0,1% до 0,01%. На пути достижения этой цели необходимо преодолеть огромные трудности, из которых не на последнем месте вопросы уменьшения систематических ошибок. Есть основания надеяться, что экспериментальная физика к концу восьмидесятых годов будет иметь необходимые технические средства для уверенного решения этой задачи.

Первым этапом работы, вероятно, будет исследование наиболее интересных областей Земли.

Начать исследование внутреннего строения Земли следует на основе гипотезы о центральной симметрии, которая очень близка к истине. При предположении о центральной симметрии ускоритель

может быть стационарным и только детектор подвижен. Поскольку в качестве детектора предполагается взять установку DUMAND, которая должна находиться в океане, то этому требованию не-трудно будет удовлетворить.

Если необходимо исследовать и небольшие отклонения от центральной симметрии, то в этом случае, как детектор, так и ускоритель должны быть подвижными. В последнем случае самое разумное - использовать плавающий ускоритель типа предложенного Р.Р.Уилсоном, который по идее того же автора^{/26/}, мог бы производить одновременно и энергию и необходимый для эксперимента нейтринный поток.

При нейтринном способе исследования нашей планеты желательно использовать дополнительную информацию - в первую очередь значения массы и момента инерции Земли. Кроме того, полезно учитывать и гравитационное поле^{/10/}.

Вообще говоря, нейтринный способ исследования более подходит для ядра, а сейсмический - для мантии. Однако имеется область, для которой одинаково непригодны оба способа - это нижняя часть коры и верхняя часть мантии. Для исследования этой трудной области удобно использовать многополевой подход, математический аппарат которого генетически связан с нейтринной томографией^{/27/}. Эта связь состоит в следующем. Рентгеновская компьютерная томография, в сущности, использует различные электромагнитные поля, т.е. поля, которые "внедряются" в среду и "выводятся" из нее в разных точках. В нейтринной томографии делается то же самое, но в рамках электрослабых полей. Рентгеновская компьютерная томография характеризуется тем, что длина волны λ пренебрежимо мала по сравнению с размерами исследуемой области D , $\lambda \ll D$. Можно, однако, провести аналогичные исследования среды с электромагнитным полем, когда λ соизмерима с размерами среды либо намного больше их: $\lambda \approx D$ или $\lambda \gg D$. В последнем случае будем иметь нечто в качестве антипода компьютерной томографии. Поскольку электромагнитное поле очень глубоко не проникает, таким способом можно изучать неглубокие структуры земного шара. Эта мысль была рассмотрена автором в ряде статей в период с 1958 и до 1980 г.^{/4,5,27-30/}, причем последние работы открывают путь к численному решению задачи. По данному вопросу имеется исследование М.М.Лаврентьева^{/31/}, однако в этой работе задача линеаризована, что, как правило, не допускается при изучении земных структур при помощи электромагнитных полей. Вообще вопрос о многополевом подходе при $\lambda \approx D$ и $\lambda \gg D$, если линеаризация недопустима, остается открытым для математики. С математической точки зрения будет полезно рассмотреть и другой класс задач - некорректные задачи с минимальным количеством информации и такие, при которых решение ищется с повышенной точностью только в данной части области его определения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Bullon K.E. The Earth's density. Chapman and Hall, London, 1975.
2. Piacci A., Zavattini E. A CERN note Geneva - 9 October, 1973.
3. Volkova L.V., Zatsepin G.T. Izv. Akad. Nauk SSSR, Ser. Fiz., 1974, 38, (5), p. 1060.
4. Nedyalkov I.P. Compt. rend. Acad. bulg. Sci., 1980, 33, No.10.
5. Nedyalkov I.P. Seventh. Ann. Meeting Europ. Geophys. Soc., Budapest, 1980.
6. Nedyalkov I.P. Compt. rend. Acad. bulg. Sci., 1980, 33, No.12.
7. Id. ibid. 1981, 34, No.2.
8. Id. ibid. 1981, 34, No.3.
9. Id. ibid. 1981 34, No.4.
10. Недялков И.П. ОИЯИ, P18-81-189, Дубна, 1981.
11. Cormack A.M. J. Appl. Phys., 1963, 34 (9), p. 2722.
12. Как А.С. Proc. IEEE, 1979, 68(9), p. 1245.
13. Березинский В.С., Зацепин Г.Т. УФН, 1977, 122/1/, с. 3.
14. Stenger V.J. (editor) DUMAND-80. Proc. of the 1980 Intern. DUMAND symposium, July 24-Aug. 2 Hawaii-DUMAND centre, v.1, 11.
15. Radon J. Ber. Saechsische Akad. Wiss., 1917, 29, p. 262-277.
16. Bracewell R.N. Australian J. Phys., 1956, 9, pp. 198-217.
17. Nedyalkov I.P., Nikolova L.G., Krastev P.C. To be published in Communications in technical physics.
18. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теоретическая физика. т.2. Теория поля, М., 1973.
19. Kaftanov V. In: Proc. of the Second ICFA workshop of Possibilities and Limitations of Accelerators and Detectors. Les Diablerets, Switzerland 4-10 Oct., 1979. Ugo Amaldi editor CERN, p. 328.
20. Wang C.L. Phys. Rev., 1973, D7, p. 2609.
21. Волкова Л.В. и др. ЯФ, 1979, 29, с. 1252.
22. Breskin A. et al. Nucl. Instr. and Meth., 1980, 178, p. 11-25.
23. Charpak G., Sauli F. Nucl. Instr. and Meth., 1979, 162, p. 405.
24. Nedyalkov J.P. In press in Compt. rend. Acad. bulg. Sci.
25. Nedyalkov J.P. in press in Communications in tech. phys.
26. Wilson R.R. Preprint FNAL, August, 1976, p. 9.
27. Nedyalkov I.P. Comp. rend. Acad. bulg. des Sci, 1958, 11, No.1, p. 9.
28. Nedyalkov I.P. Izvestia Fizicheski Institut (Acad. des Sci de Bulg.), 1961, 9, No. 1, p. 185.
29. Недялков И.П. Изв. АН СССР, Физика Земли, 1965, №11, с. 48.
30. Ivan P. Nedelkov. Improper problems of potential theory and their application in geophysics. Publ. house of the bulg. acad. sciences. Sofia, 1978.
31. Лаврентьев М.М. ДАН СССР, 1965, №1.

Рукопись поступила в издательский отдел