объединенный
институт
ядерных
исследований
дубна

Р2-81-615

Н.С.Амелин, В.С.Барашенков, А.М.Задорожный,
Б.Ф.Костенко, С.Ю.Шмаков

РЕЛЯТИВИСТСКОЕ ОБОБЩЕНИЕ ТЕОРИИ МНОГОКРАТНОГО ДИФРАКЦИОННОГО РАССЕЯНИЯ

Направлено в ЯФ

1981

Задача релятивистского обобщения теории многократного дифракционного рассеяния возникает при расчетах рассеяния быстрых частиц на многокварковых кластерах внутри ядер, при анализе рассеяния высокоэнергетических ядер, когда важны эффекты лоренцевского сжатия их объемов, при рассмотрении обмена многокварковыми системами /"файерболами"/ в процессе внутриядерного каскада и в ряде других проблем.

В частном случае трехкварковых систем-нуклонов эта задача рассматривалась С.П.Кулешовым с соавторами [1,2] и в нескольких других работах /см. список литературы в [1,2]/. Нашей целью является рассмотрение общего случая рассеяния двух релятивистских систем A и B с произвольным числом конституентов - нуклонов или кварков.

Мы будем исходить из глауберовского выражения для матричного элемента рассеяния

$$M(q) = \int \langle f | 1 - \prod_{\alpha=1}^{A} \prod_{\beta=1}^{B} [1 - \frac{1}{2\pi i} \int d^2 q' e^{iq'(x_\alpha - x'_\beta)} \mathcal{J}_{\alpha\beta}(q')] | i \rangle dV_A dV'_B , \qquad /1/$$

где $\mathcal{J}_{\alpha\beta}$ - амплитуда взаимодействия двух сталкивающихся конституентов с координатами x_α и x'_β, которые будем теперь считать 4-мерными величинами. Соответственно $dV_A dV'_B = d^4(x_1,\dots,x_A)\, d^4(x'_1,\dots,x'_B)$.

Волновую функцию начального состояния с учетом лоренцевского сжатия вдоль импульсов сталкивающихся систем p_A и p_B выберем в виде

$$|i\rangle = \Phi_A(x_1,\dots,x_A;p_A)\Phi(x'_1,\dots,x'_B;p_B) =$$

$$= (2\pi)^{-4} A^{A/2} B^{B/2} \exp[ip_A R_A + ip_B R'_B] \phi_A(\xi_1,\dots,\xi_{A-1};p_A)\phi_B(\xi'_1,\dots,\xi'_{B-1};p_B), \qquad /2/$$

где

$$x_\alpha = R_A + \sum_{\beta=1}^{A-\alpha} [A/(A+1-\beta)(A-\beta)]^{1/2} \xi_{A-\beta} - [A(\alpha-1)/\alpha]^{1/2} \xi_{\alpha-1} , \qquad /3/$$

ξ_α - 4-мерные гармонические переменные системы A, $R_A = \xi_A$ - координата центра масс этой системы. Выражение для x' отличается от /3/ лишь заменой $A \to B$ и $\xi \to \xi'$.

В качестве функций ϕ_A и ϕ_B используем решения волнового уравнения с релятивистским гармоническим потенциалом

$$\phi_D\ (\{\xi\};\ p_D) = d^{D/4} \prod_{i=1}^{D-1} f_D(\xi_i, p_D),$$

$$f_D(\xi, p_D) = (\pi d)^{-1} \exp\{[\xi^2 - 2(\xi u_D)^2]/2d\}. \qquad /4/$$

$u_D = p_D/M_D$, M_D - масса системы /D= A или B /, d - нормировочная постоянная, характеризующая размер системы.

Волновую функцию конечного состояния $|f\rangle$ получим, заменив в формулах /2/-/4/ импульсы p_A и p_B на соответствующие импульсы рассеявшихся систем p'_A и p'_B.

Выбранные таким образом функции можно рассматривать как релятивистское обобщение трехмерных гауссовских распределений, часто используемых при вычислениях по методу Глаубера [3].

Введя относительные переменные в плоскости, перпендикулярной направлению движения сталкивающихся частиц,

$$(x_\alpha - x'_\beta)_\perp = \vec{b} + \vec{s}_\alpha - \vec{s}'_\beta, \qquad /5/$$

где $\vec{b} = (R_A - R_B)_\perp$ - параметр столкновения, и выполнив интегрирование по переменным R_A и R_B, представим матричный элемент /1/ в виде

$$M(q) = -i(2\pi)^8 \delta(p_A + p_B - p'_A - p'_B)\delta(q_0)\delta(q_3)\ \mathfrak{M}(q),$$

$$\mathfrak{M}(q) = \frac{1}{2\pi}(\pi a)^{2(1-A)}(\pi b)^{2(1-B)} \int d^2 b\, e^{i\vec{q}\vec{b}} \times$$

$$\times \{1 - \prod_{\alpha=1}^{A}\prod_{\beta=1}^{B} [1 - \frac{1}{2\pi i}\int \mathcal{T}_{\alpha\beta}(\rho)\, e^{-i\overleftrightarrow{\rho}_{\alpha\beta}(\vec{b}+\vec{s}_\alpha-\vec{s}_\beta)} d^2\rho_{\alpha\beta}\} \times \qquad /6/$$

$$\times \exp\{\xi_i G_A \xi_i / a\} \exp\{\xi'_j G_B \xi'_j / b\}\, d^4(\xi_1, \ldots, \xi'_{B-1}).$$

Здесь матрица

$$G_{D\,ij} = g_{ij} - u_{Di} u_{Dj} - u'_{Di} u'_{Dj}, \qquad /7/$$

g_{ij} - метрический тензор, $u_D = p_D/M_D$, $u'_D = p'_D / M_D$, $q = p'_A - p_A$,* и мы учли, что q^3/p^3_A, $q^0/p^0_A \to 0$.

---

* Якобиан преобразования переменных $x = \Lambda_D \xi$, $|Dx/D\xi| = \mathrm{Det}\Lambda_D = D^{-D/2}$, где $D \times D$ - мерная матрица Λ_D определяется соотношением /3/. Отметим важные для дальнейшего свойства этой матрицы: $\Lambda_D = \Lambda_D^{-1T} D^{-1}$, $\Lambda_D \Lambda_D^T = D^{-1}$.

Для вычисления оставшихся интегралов разложим $\mathfrak{M}(q)$ в ряд по кратности столкновений конституентов:

$$\mathfrak{M}(q^2) = (\pi a)^{2-2A} (\pi b)^{2-2B} \sum_{n=1}^{AB} \left(\frac{1}{2\pi}\right)^{n-1} \left(\frac{1}{n!} \sum_{\alpha_1}^{A} \sum_{\beta_1}^{B} \dots \sum_{\alpha_n}^{A} \sum_{\beta_n}^{B} \int \delta(q - \sum_{1}^{n} \rho_1) \cdot \right. \qquad /8/$$
$$(\alpha_i, \beta_i) \neq (\alpha_j, \beta_j)$$

$$\cdot \prod_{i=1}^{n} d^2 \rho_i \; \mathcal{J}_{\alpha_i \beta_i}(\rho_i) I_{An}[\alpha] I_{Bn}[\beta]), \quad \rho_i = \rho_{\alpha_i \beta_i}$$

где зависимость от переменных ξ и ξ' содержится в выражениях

$$I_{An}[\alpha] = \int \exp[-i \sum_{\ell=1}^{n} \rho_\ell s_{\alpha_\ell} + a^{-1} \sum_{\ell=1}^{A-1} \xi_\ell O_A \xi_\ell] d^4(\xi_1, \dots, \xi_{A-1}), \qquad /9а/$$

$$I_{Bn}[\beta] = \int \exp[i \sum_{\ell=1}^{n} \rho_\ell s'_{\beta_\ell} + b^{-1} \sum_{\ell=1}^{A-1} \xi'_\ell O_B \xi'_\ell] d^4(\xi'_1, \dots, \xi'_{B-1}). \qquad /9б/$$

Первые суммы в этих выражениях можно заменить скалярными произведениями $\vec{\lambda}_A \vec{s}$ и $\vec{\lambda}_B \vec{s}$, если учесть, что индексы α_ℓ и β_ℓ относятся к конституентам различных систем и ввести $(2 \cdot n)$-мерные векторы

$$\vec{\lambda}_{A_k} = \sum_{\ell=1}^{B} \vec{\rho}_{\alpha_k \beta_\ell}, \quad \vec{\lambda}_{B_k} = \sum_{\ell=1}^{B} \vec{\rho}_{\alpha_\ell \beta_k}. \qquad /10/$$

Заметим далее, что в выражениях /9а/ и /9б/ векторы s и s' формально можно считать $(4 \cdot n)$-мерными, поскольку они умножаются на $(2 \cdot n)$-мерные векторы $\vec{\rho}_{\alpha\beta}$. При этом условии соотношение /5/ может быть записано как

$$s - s' = (x - \xi_A) - (x' - \xi_B) = Z_A \xi - Z_B \xi', \qquad /11/$$

где ξ и ξ' - векторы с размерностью $4 \cdot (A-1)$, а прямоугольные матрицы Z_A и Z_B получаются из квадратных матриц Λ_A и Λ_B /см. примечание на стр. 2/ вычеркиванием последней /соответственно A-й и B-й/ строки.

С помощью /10/, /11/ аргументы экспонент в интегралах /9а/ и /9б/ представим в матричном виде

$$(-i\lambda_A Z_A \xi + a^{-1} \xi O_A \xi) \quad \text{и} \quad (i\lambda_B Z_B \xi' + b^{-1} \xi' O_B \xi')$$

/используем метрику $ab = a_0 b_0 - \vec{a}\vec{b}$ /, после чего интегралы могут быть вычислены известным методом /см., напр.,[4]/:*

$$I_{D4}\{a\} = (\pi d)^{2(D-1)} (\mathrm{Det} G_D)^{(1-D)/2} \exp\{\frac{d}{4}\lambda_{a_i} Z^{a_i\gamma} G_D^{-1}\lambda^{a_j} Z_{a_j\gamma}\}, \quad /12/$$

где матрица

$$(G_D^{-1})_{ij} = g_{ij} - (u_{D_i} u'_{D_j} - u_{D_j} u'_{D_i})/(u_D u'_D),$$

$$\det G_D = (u_D u'_D)^2 ,$$

$$u_D u'_D = F_D^{-1}(t) = 1 - t/2M_D^2, \quad t = -q^2 .$$

Поскольку матрицы Z и G^{-1}действуют в разных пространствах, то

$$\lambda_i Z^{ik} G^{-1} \lambda^j Z_{jk} = \lambda_i G^{-1} Z^{ik} Z_{kj}^T \lambda^j$$

/здесь и везде ниже под повторяющимися индексами подразумевается суммирование/. Произведение

$$Z^{ik} Z_{kj}^T \equiv Z Z^T = D(\Lambda_D^{-1}\Lambda_D - \frac{1}{D}E)^i_j$$

/см. снова примечание на стр. 2/, поэтому

$$\lambda Z_D G_D^{-1} Z_D^T \lambda = \{\frac{d}{4}(D\lambda G_D^{-1}\lambda - q G_D^{-1} q)\} ,$$

$$q G^{-1} q = -q^2 - 2(qu)(qu')/(uu') = tF(t) .$$

С учетом всех этих соотношений матричный элемент /8/ запишем в виде

$$\mathfrak{M}(q) = F_A^{A-1}(t) F_B^{B-1}(t) \exp\{-\frac{t}{4}[aF_A + bF_B]\} \sum_{n=1}^{AB} (\frac{1}{2\pi})^{n-1} \int \delta(q - \sum_i^n \rho_i) *$$

$$* \frac{1}{n!} \sum_{\alpha_1=1}^{A} \sum_{\beta_1=1}^{B} \dots \sum_{\alpha_n=1}^{A} \sum_{\beta_n=1}^{B} \prod_{i=1}^{n} T(\rho_{\alpha_i\beta_i}) * \quad /14/$$

$$(\alpha_i, \beta_i) \neq (\alpha_j, \beta_j)$$

$$\exp\{\frac{a}{4} A \lambda_{\alpha_i} G_A^{-1} \lambda_{\alpha_i} + \frac{bB}{4} \lambda'_{\beta_i} G_B^{-1} \lambda'_{\beta_i}\} \prod d\rho_{\alpha\beta} .$$

---

* Нам необходимо лишь соотношение

$$\int \exp\{-xAx + 2x_0 x\} d^4x = (\sqrt{\pi})^4 \mathrm{Det}^{-1/2} A \cdot \exp\{-x_0 A^{-1} x_0\}, \quad /13/$$

где матрица x_0 и симметричная матрица A не зависят от 4-мерного вектора x. Это соотношение выводится методом, изложенным в [4].

где амплитуда взаимодействия пары конституентов выбрана так, как это обычно делается в теории Глаубера:

$$\mathcal{J}(\rho) = \mathcal{J}(0)\, e^{-\gamma\rho^2} .$$

Для вычисления оставшихся интегралов представим соотношения /10/ в виде произведения

$$\lambda_{Di} = L_{Dik}\,\rho^k = (L_D\rho)_i ,$$

где элемент $(n*n)$-мерной матрицы $L_D(\alpha_i,\beta_i)_{k\ell}$ равен единице, если произошло столкновение конституентов с номерами α_k, β_ℓ и равен нулю, если такое столкновение не имеет места*. Тогда содержащаяся в экспоненте зависимость от $\rho_{\alpha\beta}$ может быть представлена в виде произведения, $\rho\omega\rho$, где

$$\omega = \frac{Aa}{4} L_A^T L_A G_A^{-1} + \frac{Bb}{4} L_B^T L_B G_B^{-1} - \gamma ,$$

а γ - диагональная матрица размерности $(n*n)$, составленная из коэффициентов $\gamma_{\alpha\beta}$.

Учитывая далее δ-функцию в выражении /14/, можно записать

$$\rho\omega\rho = \rho\Omega\rho + q\eta\rho + q\omega_{nn} q ,$$

где справа ρ - $(n-1)$-мерный вектор,

$$\Omega_{ij} = \omega_{ij} - \omega_{in} - \omega_{nj} + \omega_{nn} ,$$

$$\eta_i = 2(\omega_{in} - \omega_{nn}); \qquad i,j = 1,\dots,n-1 .$$

После этого интегрирование в /14/ сводится к вычислению выражения

$$I = \int \exp\{\rho\Omega\rho + q\eta\rho\}\, d^2\rho ,$$

что может быть выполнено с помощью соотношения /13/:

$$I = \pi^{n-1}\, \mathrm{Det}^{-1/2}(\Omega)\, e^{-(q\eta\Omega\eta q)/4} .$$

---

* Матрица L имеет n отличных от нуля элементов. Каждому набору значений $(\alpha_1,\dots,\alpha_n)$ и $(\beta_1,\dots,\beta_n)$ соответствует группа матриц, различающихся всеми возможными перестановками этих элементов. В силу симметрии переменных $\rho_{\alpha\beta}$ матрицы, различающиеся перестановкой строк или столбцов, эквивалентны, их учет дает лишь общий коэффициент. Например, в случае трехкомпонентных систем имеются только две неэквивалентные матрицы L_A и L_B; при больших значениях n матрицы удобнее определять с помощью ЭВМ.

$$L_A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}; \quad L_B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} .$$

Заметим теперь, что в системе координат, где ось Z направлена вдоль вектора относительной скорости сталкивающихся систем, а ось X выбрана вдоль вектора $\vec{q}$, матрица

$$G_D^{-1} = \begin{pmatrix} -F_D(t) & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

Соответственно

$$q\omega_{nn}q = \gamma_{nn}t + \frac{t}{4}\{Aa\,F_A L_{An} + BbF_B L_{Bn}\},$$

где $L_{Dn} = \sum_{i=1}^{n} (L_D)_{in}$.

Окончательное, проинтегрированное выражение матричного элемента

$$M(q) = F_A^{A-1}(t)\,F_B^{B-1}(t)\exp\{-\frac{t}{4}(aF_A(t) + bF_B(t))\} *$$

$$* \sum_{n=1}^{AB} (\frac{1}{2})^{n-1} \sum_{p_1 > p_2 > \ldots > p_n} \sum \ldots \sum e^{q\omega_{nn}q} (\mathrm{Det}\Omega_p)^{(1-n)/2} \prod_i T_{p_i}(0) * \quad /15/$$

$$\exp\{-\frac{1}{4}q\eta_p\ \Omega^{-1}\ \eta_p q\}.$$

Если значение n не очень велико, то с помощью алгебраических преобразований это выражение можно привести к еще более простому виду. В частности, в импульсном приближении при $n=1$, матрицы $L_A = L_B = 1$

$$\omega = \frac{Aa}{4}G_A^{-1} + \frac{Bb}{4}G_B^{-1} - \gamma,$$

а матрицы Ω и η вообще отсутствуют. Отсюда следует

$$M_1(q) = F_A^{A-1}(t)\,F_B^{B-1}(t)\exp\{\frac{t}{4}((A-1)aF_A + (B-1)bF_B)\} *$$

$$* \sum_{\ell=1}^{AB} T_\ell(0)\exp\{\gamma_\ell t\}. \quad /16/$$

Если (A_1, A_2) и (B_1, B_2) - числа различающихся по своим свойствам конституентов в системах /например, кварков и антикварков или протонов и нейтронов в атомных ядрах/, то

$$\sum_{\ell=1}^{AB} T_\ell(0)\exp\{\gamma_\ell t\} = \{(A_1B_1 + A_2B_2)T_1(0)e^{\gamma_1 t} + (A_1B_2 + A_2B_1)T_2(0)e^{\gamma_2 t}\}, \quad /17/$$

где $A_2 = A - A_1$, $B_2 = B - B_1$.

В приближении $n=2$, учитывающем теневые поправки,

$$\mathfrak{M}_2(q) = \frac{i}{2} F_A^{A-1} F_B^{B-1} \exp\left\{\frac{\gamma}{2} t + \frac{t}{4}((A-1)aF_A + (B-1)bF_B)\right\} *$$

$$* \left\{ \frac{AB(A-1)(B-1)\exp\{-\frac{t}{8}(AaF_A+BbF_B)\}}{\sqrt{(AaF_A+BbF_B+2\gamma)(Aa+Bb+2\gamma)}} + \frac{AB(B-1)\exp\{-\frac{t}{8}BbF_B\}}{\sqrt{(BbF_B+2\gamma)(Bb+2\gamma)}} + \right. \qquad /18/$$

$$\left. + \frac{BA(A-1)\exp\{-\frac{t}{8}AaF_A\}}{\sqrt{(AaF_A+2\gamma)(Aa+2\gamma)}} \right\}.$$

Аналогичным путем нетрудно преобразовать несколько следующих членов разложения /15/. Если положить $A=B$ и не учитывать зависимости взаимодействий от типа конституентов, то эти члены совпадут с матричными элементами $\mathfrak{M}_n$, полученными в работах/1,2/ методом аналитических вычислений на ЭВМ*.

Для больших значений n величину $\mathfrak{M}_n(q)$ удобнее вычислять численно непосредственно по формуле /15/.

При практическом использовании формулы /15/ необходимо знать величину параметров a и b. Используя выражение для релятивистского формфактора

$$\Phi_D = \int e^{iq(x_k - R_D)} \phi(|\xi|, p_1)\, \phi(|\xi|, p_2)\, d^4|\xi|,$$

эти параметры можно связать с массами и квадратичными радиусами сталкивающихся систем. Для этого учтем, что разложение $\Phi_D(q^2)$ в ряд по степеням q^2 можно записать в виде

$$\Phi_D(q^2) = (\pi d)^{2D-1} \int \exp\{iqZ\xi + \xi G_D \xi/d\}\, d\xi =$$

$$= (\mathrm{Det}G_D)^{\frac{1-D}{2}} \exp\{\frac{q}{4} Z G^{-1} Z q\} = \{F_D(t)\, e^{\frac{d}{4} t F(t)}\}^{D-1} = 1 - \frac{D-1}{2}\left(\frac{1}{M^2} + \frac{d}{2}\right) q^2 + O(q^4) \qquad /19/$$

/мы снова воспользовались соотношением /13//.

С другой стороны,

$$\Phi_D(q^2) = \int \phi_D(\xi, p_1)\, \phi_D^*(\xi, p_2)\, d\xi - \frac{1}{2} \int (qx)^2 \phi_D(\xi, p_1) \phi_D(\xi, p_2)\, d\xi + O(q^4) =$$

$$= F_D^{D-1}(t) + \frac{q^2}{6} \langle r_D^2 \rangle + O(q^4) = 1 - \frac{D-1}{2}\left[\frac{1}{M^2} + \frac{1}{3(D-1)} \langle r_D^2 \rangle\right] + O(q^4). \qquad /20/$$

---

* Из-за различия нормировок наши постоянные a и b отличаются коэффициентом 4 от соответствующих постоянных в работах/1,2/.

Из сравнения разложений /19/ и /20/ с выражением

$$\Phi_D(q^2) = 1 + \frac{t}{6}\langle r_D^2\rangle_{\text{эксп.}} + O(t^2),$$

из которого в эксперименте определяется наблюдаемый квадратичный радиус системы D, получим

$$d = \frac{2}{3}(N-1)^{-1}\langle r_D^2\rangle = \frac{2}{3}(N-1)^{-1}\langle r_D^2\rangle_{\text{эксп.}} - \frac{2}{M^2}. \qquad /21/$$

Для трехкварковой системы-нуклона $\langle r^2\rangle^{1/2}_{\text{эксп.}} = 8{,}05\cdot10^{-14}$ см [6], откуда следует

$$\langle r_D^2\rangle^{1/2} = 6{,}2\cdot10^{-14}\,\text{см},\ d^{1/2} = 3{,}64\cdot10^{-14}\,\text{см}. \qquad /22/$$

Для многокварковых систем константа d - подгоночный параметр, определяемый из сравнения расчетов с опытом или с помощью модельных представлений о величине радиуса системы $\langle r_D^2\rangle$.

В качестве примера использования полученных соотношений рассмотрим взаимодействие многокварковых систем с нуклонами и мезонами. Из эксперимента известно, что при неупругом столкновении высокоэнергетических адронов образуются резко выделенные по энергии лидирующие частицы и противоположно направленные /в системе центра масс/ узко коллимированные пучки остальных вторичных частиц, взаимодействие между которыми настолько велико, что в течение некоторого времени их можно рассматривать как единые многокварковые системы - "файерболы". Если столкновение происходит внутри ядра, то прежде чем разлететься на отдельные частицы, такие системы могут успеть провзаимодействовать со следующими внутриядерными нуклонами. Оценки показывают, что при энергиях $T \geq 10$ ГэВ * обмен файерболами дает значительный вклад [6] и является одной из причин завышения по сравнению с экспериментом множественности частиц, рассчитанной с помощью обычного механизма внутриядерных каскадов [6,7].

Многокварковые файерболы могут образовываться также при многочастичных взаимодействиях, когда с нуклоном ядра взаимодействует сразу несколько частиц, родившихся в предшествующих внутриядерных столкновениях [8].

Во всех этих случаях для расчета внутриядерных процессов необходимо знать сечения взаимодействия файерболов. Эти сечения зависят от плохо известных свойств многокварковых систем и фактически здесь приходится решать обратную задачу - подбирать эти сечения из сравнения каскадных расчетов с экспериментом. Однако предварительные представления о величине сечений,

---

*Здесь и везде ниже T - кинетическая энергия налетающей частицы /или системы/ в системе координат, где частица-мишень неподвижна.

а главное - о характере их зависимости от энергии и свойств сталкивающихся объектов, можно получить с помощью приведенных выше соотношений.

В случае N-кваркового файербола эти соотношения содержат массу файербола M_N, его среднеквадратичный радиус $<r_N^2>^{1/2}$ и амплитуду кваркового рассеяния $\mathfrak{J}$ /будем считать, что при высоких энергиях кварки и антикварки взаимодействуют одинаково/.

Масса M_N, как и число входящих в состав файербола кварков N, является "задаваемым параметром", определяемым конкретной моделью образования файерболов при неупругих столкновениях адронов. Однако, если импульсы частиц, вылетающих при распаде файербола, как это подсказывают опыты при высоких энергиях, *близки между собой по величине и направлению, то масса его* выражается через массы вторичных частиц:

$$M_N^2 = (nm + n_b m_b)^2 , \qquad /23/$$

где n и n_b - множественность рождающихся мезонов и барионов, m и m_b - их массы. Поскольку в области высоких энергий мезоны рождаются, в основном, через резонансы, то $n \simeq n_\pi/2$, где n_π - число вторичных π-мезонов, а m и m_b можно приближенно считать равными массе ρ-мезона и нуклона.

Радиус файербола $<r_N^2>^{1/2}$ можно оценить, основываясь на предположении о том, что в момент, предшествующий адронизации кварковой системы, плотность вещества в ней приблизительно постоянна, независимо от числа рождающихся адронов*. В частности, $V_N/N = V_3/3$, где V - объем системы, откуда следует

$$<r_N^2>^{1/2} = (\frac{N}{3})^{1/3} [<r^2> - \frac{6}{M^2}]^{1/2} = 4{,}2 \cdot N^{1/3} \cdot 10^{-14} \text{ см.} \qquad /24/$$

$<r^2>^{1/2}$ и M - экспериментально наблюдаемый среднеквадратичный радиус и масса нуклона /см. формулы /21/ и /22//.

Для амплитуды $\mathfrak{J}$ можно использовать значения, найденные в работах [1,2] из анализа упругого нуклон-нуклонного рассеяния.

Рассчитанные сечения взаимодействий файербола при $N=2$ и $N=3$ близки к экспериментальным сечениям π-N- и N-N -взаимо-

---

* Это предположение соответствует идее И.Я.Померанчука о том, что равновесный пространственный объем, в котором происходит рождение частиц, пропорционален их числу [9,10].

действий*, возрастают при увеличении N и при больших T очень слабо зависят от энергии /например, в интервале T = = 100÷700 ГэВ/кварк изменение сечений составляет около 10%/.

Ввиду приближенного характера использованных параметров и качественных модельных соображений численные значения рассчитанных сечений следует рассматривать лишь как грубую ориентировку. Более важным является то обстоятельство, что зависимость сечений от чисел кварков в сталкивающихся системах оказывается такой же, как и в случае взаимодействий адронов и ядер с ядрами. Например, сечение неупругого взаимодействия описывается зависимостью

$$\sigma_{in} = \pi r_0^2 (N^{1/3} + N_t^{1/3} - b)^2$$

/N_t - число кварков в системе-мишени/, где постоянные r_0 и b близки к тем, что получаются из анализа взаимодействий адронов и ядер/11/**.

Подсказываемая теорией универсальная зависимость сечений сильных взаимодействий от числа участвующих во взаимодействии кварков может послужить основой для феноменологического описания взаимодействий файерболов с помощью констант, определенных по известным экспериментальным сечениям.

Дифференциальное сечение упругого рассеяния $d\sigma_{el}(t)/dt$ при небольших t имеет типично дифракционный вид $\sim \exp(t/4R^2)$ с наклоном, который определяется эффективным радиусом, равным сумме радиусов сталкивающихся систем $r(N_1) + r(N_2)$. Эти радиусы удовлетворяют соотношению /24/.

ЛИТЕРАТУРА

1. Goloskokov S.V. et al. JINR, E2-12565, Dubna, 1979.
2. Kuleshov S.P. et al. JINR, E2-81-50, Dubna, 1981.

---

* Теоретические сечения приблизительно на 20% ниже экспериментальных. Это обусловлено тем, что использованная нами кварковая амплитуда $\mathcal{F}(q)$ определялась в /1,2/ из требования согласия с экспериментом дифференциального сечения $d\sigma_{el}/dt$ при $t >$ >1 ГэВ^2/c^2. Однако уже из анализа адрон-ядерного рассеяния известно, что с помощью простых параметризаций амплитуды $\mathcal{F}(q)$ нельзя получить хорошего согласия с экспериментом одновременно для малых и больших t. Более оправданно параметры амплитуды $\mathcal{F}$ определять при малых t, дающих основной вклад в интегральные сечения σ_t и σ_{el}, а в области больших t использовать более детальную аппроксимацию.

** Различие составляет около 20%, что также можно объяснить неточностью использованной нами амплитуды $\mathcal{F}(q)$.

3. Fujimura K. et al. Prog.Theor.Phys., 1970, vol.43, p.73.
4. Васильев А.Н. Функциональные методы в квантовой теории поля и статистике. Изд-во ЛГУ, Л., 1976.
5. Hand L.N. et al. Rev.Mod.Phys., 1963, vol.35, p.335.
6. Барашенков В.С. и др. ОИЯИ, Р2-12933, Дубна, 1979.
7. Barashenkov V.S. et al. Nucl.Phys., 1979, vol.A338, p.413.
8. Барашенков В.С., Тонеев В.Д. Взаимодействие высокоэнергетических частиц и атомных ядер с ядрами. Атомиздат, М., 1972.
9. Померанчук И.Я. ДАН СССР, 1951, т.78, с.889.
10. Тяпкин А.А. ЭЧАЯ, 1977, т.8, с.544.
11. Ставинский В.С. ОИЯИ, 2-80-66, Дубна, 1980.

Рукопись поступила в издательский отдел
25 сентября 1981 года.
