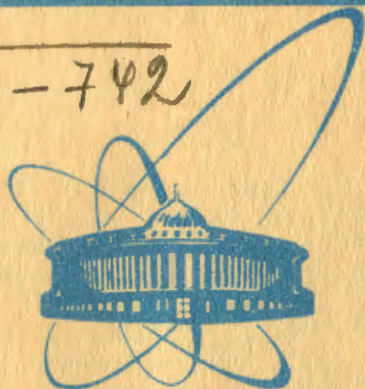


Б-742



сообщения
объединенного
института
ядерных
исследований
дубна

5680/2-81

23/4-81

P2-81-553

И.Л.Боголюбский, А.А.Боголюбская

МОДЕЛИРОВАНИЕ БАРИОНОПОДОБНЫХ
СВЯЗАННЫХ СОСТОЯНИЙ КВАРКОВ
С МЕЖКВАРКОВЫМ ПОТЕНЦИАЛОМ

$$V(r) = -g^2 r^{-1} (1 - a^2 r^2)$$

1981

1. Настоящая статья является логическим продолжением работ^{1,2/}, посвященных изучению модели барионов, возникающей в феноменологическом нерелятивистском потенциальном подходе к исследованию адронов в рамках КХД. При создании этой модели^{3/} Виттен использовал малость параметра $1/N$ / N - число кварков и параметр группы $SU^c(N)$ / для обоснования применимости приближения Хартри-Фока к системе N кварков ($N \rightarrow \infty$), образующих "барион". Возникающая в этом приближении интегро-дифференциальная спектральная задача была решена для кулоновского^{1/} и линейного^{2/} межкварковых потенциалов; это позволяет перейти к исследованию этой задачи с успешно используемым в моделях адронов^{4/} потенциалом типа воронки /"вороночного" потенциала, $V(r) = -g^2(r^{-1} - a^2 r)$.

К сожалению, в силу нелинейности рассматриваемых задач решение для ВП не сводится к линейной комбинации решений для кулоновского и линейного потенциалов /КП и ЛП/ межкваркового притяжения. Однако знание решений в предельных случаях КП и ЛП позволяет получить для рассматриваемой задачи необходимую начальную информацию, облегчающую поиск решений.

2. Как и в работах^{1-3/}, мы будем исследовать сферически-симметричные (ss) связанные состояния в системе N "разноцветных" кварков одного "аромата", симметричные по спиновым переменным. Координатные части волновых функций /ВФ/ таких состояний симметричны относительно перестановки частиц, т.е. при этом возникает задача о связанных состояниях в системе N одинаковых бозонов. В этой работе мы ограничимся изучением основного состояния и таких радиальных возбуждений /"унисонных"/, которые записываются в простейшем факторизованном виде

$$\psi(x_1, \dots, x_N) = \prod_{i=1}^N \phi(x_i). \quad /1/$$

При этом, как и в^{1,2/}, рассматривается лишь некоторое подмножество всего спектра связанных состояний.

Уравнение для одночастичной ss ВФ $\phi(|x|)$ имеет вид

$$-\nabla^2 \phi(|x|) + g^2 \phi(|x|) \int \phi^2(|y|) \left(-\frac{1}{|x-y|} + a^2 |x-y| \right) d^3y = E \phi(|x|), \quad /2/$$

$$N[\phi] = 1, \quad N[\phi] = \int \phi^2(x) d^3x.$$

В тех же безразмерных переменных, что и в работах ^{1,2/}, уравнение /1/ записывается в виде /здесь и далее все величины безразмерные/:

$$-4\pi \nabla^2 \phi + \phi \int d^3y \phi^2(|y|) (-|x-y|^{-1} + \alpha^2 |x-y|) = E\phi. \quad /3/$$

Метод решения спектральной задачи /3/ - тот же, что и в ^{2/}: сведение к дифференциальному нелинейному уравнению путем деления /3/ на $\phi(|x|)$ и двукратного воздействия на получившееся уравнение оператором ∇^2 .

После деления /3/ на $\phi(r)$ и первого применения оператора ∇^2 получаем ($r = |x|$)

$$-4\pi \nabla^2 (\phi^{-1} \nabla^2 \phi) + 4\pi \phi^2 + 2\alpha^2 \int d^3y \phi^2(|y|) |x-y|^{-1} d^3y = 0. \quad /4/$$

После применения ∇^2 к /4/ получаем дифференциальное уравнение 6-го порядка

$$-\nabla^2 [\nabla^2 (\phi^{-1} \nabla^2 \phi)] + \nabla^2 \phi - 2\alpha^2 \phi^2 = 0. \quad /5/$$

Ясно, что собственные функции /СФ/ $\phi_n(r)$, $n = 1, 2, 3, \dots$ задачи /3/ являются решениями уравнений /4/ и /5/. Далее, аналогично работе ^{2/}, можно сформулировать и доказать следующие утверждения:

Лемма 1

Св -решения уравнения /5/ $\phi_n(r)$, т.ч. $\phi_n(r) \rightarrow 0$ при $r \rightarrow \infty$ и $N[\phi] = 1$, являются СФ задачи /3/ вместе с собственными значениями /СЗ/

$$E_n = -4\pi \phi_n^{-1}(r) \nabla^2 \phi_n(r) |_{r=0} + \alpha^2 \int d^3y \phi^2(|y|) |y| d^3y - \int d^3y \phi^2(|y|) |y|^{-1} d^3y. \quad /6/$$

Лемма 2

Решения $\phi_n(r)$ уравнения /5/ такие, что $\phi_n(r) \rightarrow 0$ при $r \rightarrow \infty$ и $\delta[\phi] = 0$, где

$$\delta[\phi] = 2\pi [\nabla^2 (\phi^{-1} \nabla^2 \phi)] |_{r=0} - \phi^2(0) / (\alpha^2 \int d^3y \phi^2(|y|) |y|^{-1} d^3y) - 1. \quad /7/$$

являются решениями уравнения /4/.

Леммы 1 и 2 позволяют утверждать, что справедлива

Теорема

Св - решения уравнения /5/ такие, что $\phi_n(r) \rightarrow 0$ при $r \rightarrow \infty$, $\delta[\phi_n] = 0$ и $N[\phi_n] = 1$ являются СФ задачи /3/ вместе с СЗ E_n , определяемыми формулой /6/.

3. Для решения уравнения /5/ следует задать 6 дополнительных условий:

$$1/ \phi(\infty) = 0, \quad 2/ \delta[\phi] = 0, \quad 3/ N[\phi] = 1, \quad 4/ \phi'_r(0) = 0,$$

$$5/ \phi_{r3}^{(3)}(0) = 0, \quad 6/ \phi_{r5}^{(5)}(0) = 0.$$

Ряд Тейлора для функции $\phi(r)$ при $r \rightarrow 0$ записывается в виде

$$\phi(r) = a_0 + a_2 r^2 + a_4 r^4 + a_6 r^6, \quad /8/$$

причем

$$a_6 = a_0 [26a_2 a_4 a_0^{-2} - 6a_2^3 a_0^{-3} + (6a_0 a_2 - a^2 a_0^2)/60]/42. \quad /9/$$

Видно, что имеется три свободных параметра, a_0, a_2 и a_4 , и три условия 1/- 3/, выполнения которых нужно добиться, подбирая эти параметры. Из-за отсутствия в данной задаче масштабного преобразования вида $\phi(r) = a f(br)$ ненормированных решений $f(r)$ в нормированные $\phi(r)$, поиск набора параметров (a_0, a_2, a_4) , соответствующего искомому решению, не сводится к двумерному поиску /как это было в $v^{1/2}$ /.

Основной целью данной работы было проследить зависимость параметров связанных состояний, и в первую очередь СЗ E_n , от величины a^2 . Информация о величинах параметров a_0, a_2, a_4 , нормированных СФ при $a^2 = 1$ /кулоновское притяжение/ $v^{1/2}$ / и для чисто линейного потенциала при $a^2 = 1^{1/2}$ использовались для оценки параметров a_0, a_2 и a_4 при заданном a^2 в случае ВП. При этом были существенно использованы формулы пересчета, полученные в $v^{1/2}$. Расчеты проводились последовательно для увеличивающихся значений a^2 , что позволяло строить прогноз для величин a_0, a_2 и a_4 .

Предварительные численные эксперименты позволили выработать следующий общий план нахождения параметров (a_0, a_2, a_4) , соответствующих заданному решению. Фиксируем некоторое полученное из предварительных оценок $a_2 < 0$. Затем при различных a_4 находим a_0 , зависящие от a_2 и a_4 , при которых решение $\phi(r) \rightarrow 0$ при $r \rightarrow \infty$ и имеет заданное число узлов. На основе этих расчетов и линейной интерполяции определяем такое $a_4(a_2)$, при котором локализованное решение, $\phi(\infty) = 0$, удовлетворяет условию $\delta[\phi] = 0$, и находим норму $N[\phi]$ этого решения уравнения /5/. Такие же расчеты проводим еще для одного $a_2 < 0$ и снова находим $N[\phi]$ при $\delta[\phi] = 0$. После этого становится ясно, как нужно изменять a_2 , чтобы, двигаясь в плоскости (a_4, a_2) по кривой, на которой $\delta[\phi] = 0$ и $\phi(\infty) = 0$, найти решение с $N[\phi] = 1$.

В численных экспериментах /43/ были установлены следующие факты, относящиеся к существованию и единственности решений

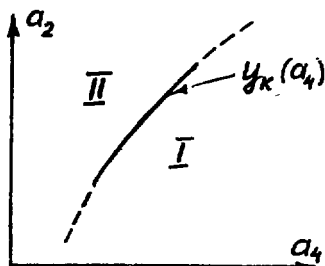


Рис.1. Примерный вид кривой $a_2 = y_k(a_4)$, $k = 0, 1, 2, \dots$.

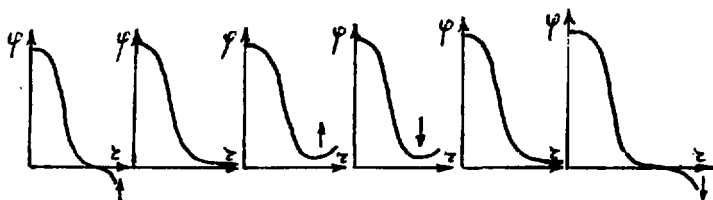


Рис.2а

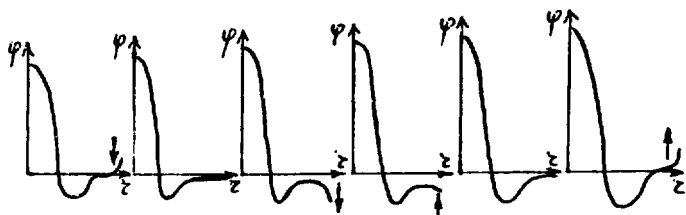


Рис.2б

уравнения /5/. Вначале обсудим поиск безузловых решений. В области, расположенной левее некоторой кривой $a_2 = y_0(a_4)$ на плоскости (a_4, a_2) , не было найдено безузловых локализованных решений /5/, в этой области /область II на рис.1/ локализованные решения имеют по крайней мере один узел. Область существования безузловых решений на этом рисунке помечена цифрой I. Аналогичная картина зафиксирована и в процессе поиска решений с $k=1, 2$ узлами: локализованные решения с нужным числом узлов

находятся справа от кривой $a_2 = y_k(a_4)$, а в области, непосредственно примыкающей к этой кривой слева, лежат решения с числом узлов, большим на единицу. В случае ЛП подобных результатов зафиксировано не было: по-видимому, они связаны с интерференцией слагаемых ВП. Отсутствие искомого решения с определенным числом узлов слева от граничной кривой тесно связано с другим интересным обстоятельством, обнаруженным при проведении ЧЗ в области справа от кривой. А именно: при фиксированных a_2 и a_4 , по крайней мере, в области, непосредственно примыкающей к этой кривой, обнаружены два локализованных решения - 1-е и 2-е. Решение 1 характеризуется меньшими значениями a_0 , $N[\phi]$ и большим значением δ , нежели решение 2. Можно наглядно представить себе, что решение 1 "отражается" от граничной кривой $a_2 = y_k(a_4)$ уже как решение 2. Такая картина наблюдается в ЧЗ в случаях $k=0,1,2$ /для больших k исследования не проводились, но можно предположить, что существование граничной кривой и существование двух решений справа от нее будут найдены и при больших k /.

Опишем общие для всех $k=0,1,2$ /и, видимо, $k > 2$ / моменты в эволюции кривых $\phi(r)$, получаемых решением уравнения /5/ для фиксированных a_2 и a_4 /в области справа от граничной кривой/ при увеличении параметра a_0 . При $a_0 < a_0^{(1)}$ кривая-решение имеет на единицу большее число нулей, чем должно иметь искомое решение, т.е. $(k+1)$ нуль. По мере роста a_0 при $a_0 < a_0^{(1)}$ кривая $\phi(r)$ приближается к оси r при $r > r_{\text{стось}} / r_{\text{стось}}$ - радиус этого "лишнего" пересечения оси r /, наконец, при $a_0 = a_0^{(1)}$ возникает 1-е решение, ${}^1\phi(\infty) = 0$; при увеличении a_0 сверх $a_0^{(1)}$ кривая сначала удаляется от оси в противоположную сторону, а потом снова начинает к ней приближаться, так что при $a_0 = a_0^{(2)}$ возникает решение 2, ${}^2\phi(\infty) = 0$ /при $a_0^{(1)} < a_0 < a_0^{(2)}$ кривая $\phi(r)$ имеет k нулей/. При дальнейшем увеличении a_0 , $a_0 > a_0^{(2)}$, вновь появляется лишнее пересечение оси r и кривая $\phi(r)$ удаляется при $r > r_{\text{стось}}$ от оси в ту сторону, откуда она приближалась к оси при $a_0 < a_0^{(1)}$. Такая эволюция схематично изображена на рис.2а для $k=0$ и 2б для $k=1$.

В соответствии с принятым планом поиска нормированного решения уравнения /5/ нужно выбрать решение, удовлетворяющее условию $\delta[\phi] = 0$. При этом обнаруживается, что это решение лежит на различных ветвях /1-й или 2-й/ в зависимости от количества узлов k .

Опишем сначала результаты расчетов, выполненных при поиске безузлового, $k=0$, решения уравнения /5/. В первой серии расчетов было выбрано значение $\alpha^2 = (0,0088)^2 \approx 0,774 \cdot 10^{-4}$, т.к. при этом значении α^2 примерно равны характерные радиусы безузловых СФ для ЛП с этим α^2 и для КП. Сначала было выбрано значение $a_2 = -0,8 \cdot 10^{-7}$. Сводка результатов, характеризующих безузловые

Таблица 1

Поиск безузлового решения при $a^2 = 0,774 \cdot 10^{-4}$

$a_4 \cdot 10^{11}$	$a_0 \cdot 10^3$	δ	N	Номер ветви
0,601	нет безузлового решения			-
0,6015	нет безузлового решения			-
0,602	0,671	-0,31	0,86	1
	0,688	-0,508	0,985	2
0,603	0,697	-0,597	1,08	2
0,604	0,653	-0,042	0,75	1
	0,705	-0,67	1,15	2
0,605	0,647	0,0584	0,719	1
0,615	0,609	0,8758	0,549	1

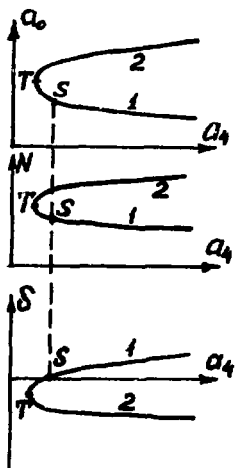


Рис.3. Качественное поведение a_0 , δ , N при изменении a_4 /в случае $k = 0$ /.

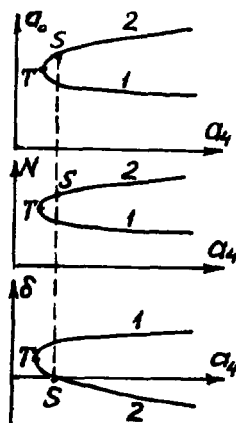


Рис.4. Зависимости a_0 , δ , N от a_4 в случае $k = 1,2$.

локализованные решения при различных a_4 , представлена в табл.1. На основании этих расчетов можно построить примерные графики зависимости a_0 , δ и N от a_4 при фиксированном a_2 /рис.3/. Из рисунка видно, что условие $\delta = 0$ реализуется для $k=0$ на решении 1 /точка S /.

Таблица 2

Параметры основного состояния при различных α^2

α^2	$-a_2$	a_4	a_0	B	r_{ch}
0	$0,528 \cdot 10^{-7}$	$0,224 \cdot 10^{-11}$	$0,562 \cdot 10^{-3}$	-0,648	310
$0,6 \cdot 10^{-4}$	$0,148 \cdot 10^{-6}$	$0,498 \cdot 10^{-10}$	$0,918 \cdot 10^{-3}$	$0,197 \cdot 10^{-2}$	280
$1,3 \cdot 10^{-4}$	$0,255 \cdot 10^{-6}$	$0,342 \cdot 10^{-10}$	$0,117 \cdot 10^{-2}$	$0,266 \cdot 10^{-2}$	230
$3,0 \cdot 10^{-4}$	$0,788 \cdot 10^{-6}$	$0,198 \cdot 10^{-9}$	$0,191 \cdot 10^{-2}$	$0,223 \cdot 10^{-1}$	150
$3,0 \cdot 10^{-3}$	$0,450 \cdot 10^{-6}$	$0,287 \cdot 10^{-3}$	$0,407 \cdot 10^{-2}$	0,11	100
$3,0 \cdot 10^{-2}$	$0,531 \cdot 10^{-4}$	$0,133 \cdot 10^{-6}$	$0,118 \cdot 10^{-1}$	0,615	40

Таблица 3

Поиск решения с $k=1$ при $\alpha^2 = 0,9 \cdot 10^{-5}$

$a_4 \cdot 10^{12}$	$a_0 \cdot 10^3$	δ	η	Номер ветви
0,732	нет искомого решения			-
0,7325	0,289	0,64	0,79	1
0,733	0,286	0,82	0,745	1
	0,302	0,04	1,006	2
0,7331	0,3023	0,27	1,017	2
0,7332	0,3028	0,005	1,026	2

Таблица 4

Параметры связанного состояния с $k=1$ для различных α^2

α^2	$-a_2$	a_4	a_0	B	r_{ch}
0	$0,229 \cdot 10^{-8}$	$0,246 \cdot 10^{-13}$	$0,1075 \cdot 10^{-3}$	$-0,122 \cdot 10^{-2}$	1460
$0,225 \cdot 10^{-5}$	$0,78 \cdot 10^{-8}$	$0,154 \cdot 10^{-12}$	$0,170 \cdot 10^{-3}$	$-0,260 \cdot 10^{-3}$	820
$0,40 \cdot 10^{-5}$	$0,108 \cdot 10^{-7}$	$0,252 \cdot 10^{-12}$	$0,218 \cdot 10^{-3}$	$0,314 \cdot 10^{-3}$	760
$0,90 \cdot 10^{-5}$	$0,20 \cdot 10^{-7}$	$0,636 \cdot 10^{-12}$	$0,288 \cdot 10^{-3}$	$0,188 \cdot 10^{-2}$	650
$0,14 \cdot 10^{-4}$	$0,29 \cdot 10^{-7}$	$0,111 \cdot 10^{-11}$	$0,341 \cdot 10^{-3}$	$0,326 \cdot 10^{-2}$	560
$0,20 \cdot 10^{-4}$	$0,40 \cdot 10^{-7}$	$0,180 \cdot 10^{-11}$	$0,394 \cdot 10^{-3}$	$0,476 \cdot 10^{-2}$	520
$0,30 \cdot 10^{-4}$	$0,60 \cdot 10^{-7}$	$0,332 \cdot 10^{-11}$	$0,474 \cdot 10^{-3}$	$0,710 \cdot 10^{-2}$	480

Таблица 5

Параметры связанного состояния с $k=2$

α^2	$-a_2$	a_4	a_0	E	r_{ch}
0	$0,44 \cdot 10^{-9}$	$0,206 \cdot 10^{-14}$	$0,444 \cdot 10^{-4}$	$-0,498 \cdot 10^{-9}$	3050
$0,5 \cdot 10^{-6}$	$0,18 \cdot 10^{-8}$	$0,167 \cdot 10^{-13}$	$0,869 \cdot 10^{-4}$	$-0,32 \cdot 10^{-4}$	1610
$0,25 \cdot 10^{-5}$	$0,6 \cdot 10^{-8}$	$0,105 \cdot 10^{-13}$	$0,151 \cdot 10^{-3}$	$0,14 \cdot 10^{-2}$	1200

Используя табл.1, с помощью линейной интерполяции можно найти, что равенство $\delta=0$ достигается при $a_4 \approx 0,6044 \cdot 10^{-8}$. При этом $a_0 \approx 0,6505 \cdot 10^{-8}$ и $N=0,737$.

Серия расчетов при $a_2 = -1,0 \cdot 10^{-6}$ показала, что точка перехода Т /рис.3/ решения 1 в решение 2 соответствует значению $a_4 \approx 0,83 \cdot 10^{-11}$, а условие $\delta=0$ выполняется при $a_4 \approx 0,841 \cdot 10^{-11}$; причем $N=0,81$. Видно, что для выполнения условия $N=1$ нужно и дальше увеличивать $|a_2|$. При $a_2 = -1,4 \cdot 10^{-6}$ имеем $\delta=0$ при $a_4 \approx 0,1387 \cdot 10^{-11}$, $N=0,92$. Окончательно находим: при $a_2 = -0,175 \cdot 10^{-6}$ равенство $\delta=0$ достигается, когда $a_4 = 0,193 \cdot 10^{-10}$, при этом $a_0 \approx 0,988 \cdot 10^{-8}$, $N=1,001$, т.е. с хорошей точностью выполнены условия 1/-3/ выбора решения уравнения /5/.

По найденной СФ $\phi_0(r)$ с помощью формулы /6/ находим: $E_1 = -0,758 \cdot 10^{-8}$. Характерный радиус этой СФ $r_{ch}[\phi_0] = 270$ /по определению принято $\phi_0(r_{ch}) \approx 10^{-2} \phi_0(0)$ /.

Аналогичные расчеты были выполнены при других значениях α^2 . Характерные параметры полученных связанных состояний представлены в табл.2.

Процесс поиска решения с одним узлом ($k=1$) при $\alpha^2 = 0,9 \cdot 10^{-5}$ отражен в табл.3. В этой серии расчетов выбрано $a_2 = -0,22 \cdot 10^{-7}$. Зависимость a_0, δ, N от a_4 при фиксированном a_2 , полученная в результате этих расчетов, схематически изображена на рис.4. Отличие безузловых решений /см. рис.3/ заключается в поведении кривой $\delta(a_4)$, а именно: пересечение оси a_4 /т.е. достижение равенства $\delta=0$ / происходит на 2-й ветви решений.

Аналогичная картина получена и при $k=2$. На других этапах поиска принципиальных отличий в свойствах решений с разными k не обнаружено. В частности, при увеличении $|a_2|$ возрастают значения a_4, a_0, N , соответствующие решениям, для которых $\delta=0$. Отметим только, что с ростом k интегральные характеристики решений (N, δ) становятся все более чувствительными к изменению параметров a_0, a_2, a_4 .

4. Зависимость СЗ основного состояния E_1 для ВП /обозначим его E_{11} / представлена графически на рис.5, кривая 1 /на

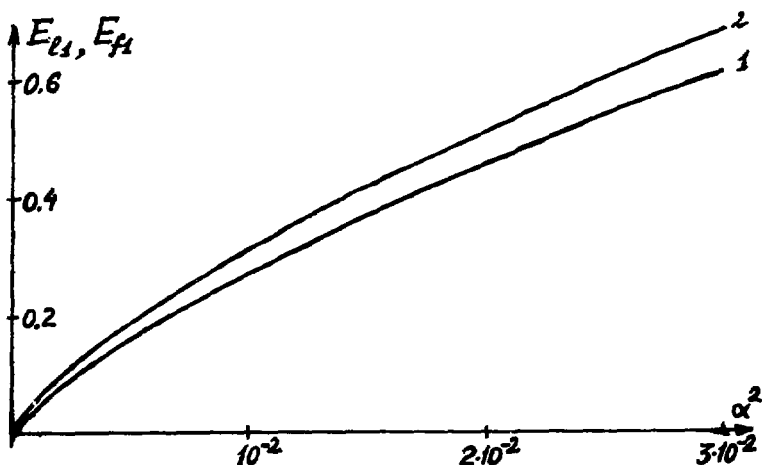


Рис. 5. Зависимости СЗ основного состояния в ВП (E_{f_1}) и ЛП (E_{ℓ_1}) от α^2 при $0 \leq \alpha^2 \leq 0,03$.

всем исследованном отрезке изменения α^2 от 0 до 0,03/. Для сравнения на этом же рисунке представлена зависимость E_{ℓ_1} от α^2 для ЛП, $E_{\ell_1}(\alpha^2) = E_{\ell_1}(1) \cdot (\alpha^2)^{2/3}$ /см. работу^{12/} /.

Кроме того, эти две зависимости изображены более крупным планом при малых $\alpha^2 (\alpha^2 \leq 3 \cdot 10^{-4})$ на рис. 6. В области $\alpha^2 \rightarrow 0$ поведение кривых $E_{f_1}(\alpha^2)$ и $E_{\ell_1}(\alpha^2)$ качественно отличается, и использование $E_{\ell_1}(\alpha^2)$ вместо $E_{f_1}(\alpha^2)$ может привести к большой относительной ошибке. Более того, СЗ $E_{f_1}(\alpha^2)$ и $E_{\ell_1}(\alpha^2)$ существенно отличаются друг от друга /более, чем на 50%/ вплоть до $\alpha^2 \sim 15\alpha_0^2$, где α_0^2 характеризуется равенством $E_{f_1}(\alpha_0^2) = 0$, $\alpha_0^2 = 0,89 \cdot 10^{-4}$. Этот факт, по-видимому, объясняется сингулярностью кулоновского слагаемого ВП, наличие которого является существенным при значительно больших α^2 , чем это следует из обсуждавшихся ранее оценок, основанных на приравнивании характерных радиусов СФ в КП и ЛП. Анализ ЧЭ при $\alpha^2 > 0,5 \cdot 10^{-3}$ показывает, что при увеличении α^2 величина $\Delta E(\alpha^2) = E_{\ell_1}(\alpha^2) - E_{f_1}(\alpha^2)$ увеличивается, но достаточно медленно, так что с ростом α^2 происходит уменьшение относительного отклонения E_{f_1} от E_{ℓ_1} , т.е. величины $\Delta E_{\text{rel}}(\alpha^2) = |E_{f_1}(\alpha^2) - E_{\ell_1}(\alpha^2)| / E_{\ell_1}(\alpha^2)$. При $\alpha^2 = 0,03$ оно составляет 11%. Следовательно, при $\alpha^2 > 0,03$ можно с меньшей /причем увеличивающейся с ростом α^2 / точностью использовать для нахождения $E_{f_1}(\alpha^2)$ формулу $E_{f_1}(\alpha^2) \approx E_{\ell_1}(1) \cdot (\alpha^2)^{2/3}$.

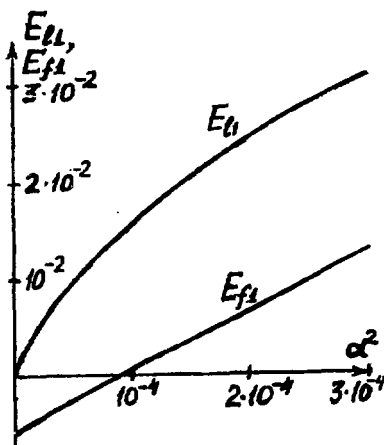
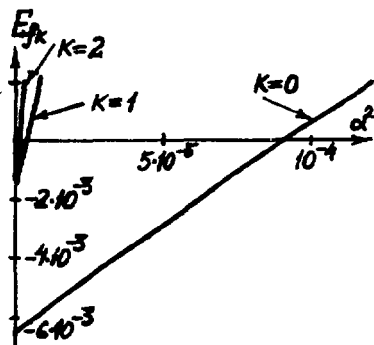


Рис.7. Зависимость от α^2 первых трех СЗ, $E_{fk}(\alpha^2)$, $k=0,1,2$.

Рис.6. Зависимости $E_l(\alpha^2)$ и $E_{f1}(\alpha^2)$ при $0 \leq \alpha^2 \leq 11 \cdot 3 \cdot 10^{-4}$.



Параметры связанных состояний с $k=1,2$ отражены в табл.4,5. Представление о сравнительном поведении кривых $E_{fk}(\alpha^2)$ для $k=0,1,2$ при малых α^2 дает рис.7. Видно, что участки всех трех кривых $E_{fk}(\alpha^2)$ при малых α^2 можно приблизительно заменить прямыми; область α^2 , в которой это справедливо, тем меньше, чем больше k . Сравнивая отношения наклонов этих прямых с отношениями величин СЗ $E_{fk}(1)$, можно заключить, что с увеличением k примерное равенство $E_p(\alpha^2) = E_f(\alpha^2)$ достигается с заданной точностью при все меньших значениях α^2 . Это обстоятельство можно объяснить тем, что с увеличением числа узлов k при данном α^2 увеличивается характерный радиус СФ и, соответственно, снижается роль кулоновского слагаемого в ВП по сравнению с линейным.

Если применять приближение Хартри-Фока в случае системы из трех кварков /вместо $N=\infty$ кварков/, величина g^2 эффективно заменяется на $2/3 g^2$. Рассматривая формулы перехода к безразмерным переменным /см. ^{1,2}/, нетрудно найти, что в прежних безразмерных переменных справедлива следующая формула пересчета от $N=\infty$ к $N=3$:

$$E_{(3)}(\alpha^2) = \frac{4}{9} E_f\left(\frac{9}{4} \alpha^2\right),$$

где $E_{(3)}$ - величина СЗ для системы из трех кварков.

Представляет интерес нахождение в приближении Хартри-Фока той части спектра радиальных возбуждений в системе трех кварков, которая не описывается простейшей ВФ с координатной частью факторизованного вида $\psi(x_1, x_2, x_3) = \phi(x_1)\phi(x_2)\phi(x_3)$.

Авторы выражают благодарность профессорам Е.П.Жидкову, В.Г.Маханькову за интерес к работам этого цикла и полезные замечания, способствовавшие их улучшению. Авторы признательны П.Г.Акишину, И.В.Амирханову и С.И.Сердюковой за полезные обсуждения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Bogolubsky I.L. JINR, E2-12864, Dubna, 1979.
2. Боголюбский И.Л., Боголюбская А.А. ОИЯИ, P2-80-803, Дубна, 1980.
3. Witten E. Nucl.Phys., 1979, B160, p.57.
4. Вайнштейн А.И. и др. УФН, 1977, 123, с.217.

Рукопись поступила в издательский отдел
13 августа 1981 года.